



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

- + *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
- + *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
- + *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
- + *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter <http://books.google.com> durchsuchen.



DER
BAU DER BRÜCKENTRÄGER

MIT
BESONDERER RÜCKSICHT AUF
EISEN-CONSTRUCTIONS

VON
FR. LAISSLE UND AD. SCHÜBLER.

ERSTER THEIL.

VIERTE UMGEARBEITETE AUFLAGE.

Das Recht der Uebersetzung in fremde Sprachen bleibt vorbehalten.

STUTTGART.
VERLAG VON PAUL NEFF.
1876.

Eng 748, 76, 9

HARVARD UNIVERSITY
SCHOOL OF ENGINEERING

66.57

JUN 20 1917
TRANSFERRED TO
HARVARD COLLEGE LIBRARY

Vorrede

zur ersten Auflage.

Das Endziel vorliegender Arbeit ist die genaue Ermittlung der Querschnittdimensionen der Brückenträger, wie solche in jedem gegebenen Falle festzustellen sind.

Mit Ausschluss der Bogen- und Kettenbrücken fassen wir alle übrigen Brücken-Constructionen unter den Begriff der Balkenbrücken zusammen; in den Kreis unserer Untersuchungen fallen daher die meisten der in neuester Zeit ausgeführten Eisenbahnbrücken; aber auch zur Beurtheilung der Bogen- und Kettenbrücken, sowie der Bau-Constructionen im Allgemeinen ist ein richtiges Verständniss der Balkenbrücken erste Bedingung.

Die bisher allgemein angewendete Theorie ist schon von Navier in der Hauptsache zusammengestellt; der ungemeine Fortschritt der Technik hat nicht die Unrichtigkeit, wohl aber die Unvollständigkeit der gewöhnlichen Verfahrungsweise gezeigt; es hat sich die Nothwendigkeit ergeben, die Theorie auf breiterer Unterlage aufzubauen.

Unsere Bauliteratur zeigt denn auch ein lebhaftes Bestreben, die Lücken der Wissenschaft auszufüllen; besonders bemerkenswerth scheinen uns zwei gleichzeitig veröffentlichte Aufsätze: »Die Theorie der Brückenbalkensysteme von Fr. Schwedler« (Berliner Zeitschrift für Bauwesen 1851) und »der Bau der hölzernen und eisernen Brücken in England und Nordamerika von K. Culmann« (Förster'sche Bauzeitung 1851. 1852). Diesen beiden Arbeiten sind alljährlich neue Beiträge nachgefolgt und durch die technischen Zeitschriften mitgetheilt worden.

Gleichzeitig sehen wir die ausgezeichnetsten Ingenieure mit dem Bau von grossen eisernen Brücken beschäftigt; wir sehen dieselben Grundsätze, welche kaum erst in die Wissenschaft aufgenommen sind, in überraschender Weise practisch angewendet; wir sehen in Folge dessen eine Material-Ersparniss erzielt, welche dem Baue der eisernen Brücken eine immer allgemeinere Anwendung zuwenden muss.

stimmt werden kann, vielmehr ein Wechsel in der Construction der Fahrzeuge voraussichtlich und zum Oefftern eintreten wird. — Der richtigste Massstab für die Vergleichung verschiedener Reihen von Einzellasten ergibt sich dadurch, dass man diese Lasten auf eine auf den laufenden Meter je gleichförmig vertheilte Belastung reducirt, beziehungsweise diejenige gleichförmig vertheilte Last bestimmt, welche in den einzelnen Abständen dieselben Maximalmomente und dieselben Vertikalkräfte hervorbringen würde. Unsere bezüglichen Untersuchungen weisen darauf hin, dass die Wirkung, welche eine Reihenfolge von Lokomotiven auf einen Brückenträger hervorruft, in der Hauptsache davon abhängt, welches Gewicht der laufende Meter Lokomotive sammt Tender aufweist, und könnten somit unschwer allgemein gültige Anhaltspunkte für die Berechnung von Brücken verschiedener Kategorien, wie sie z. B. für Hauptbahnen, für Gebirgsbahnen, für sekundäre Bahnen nothwendig sind, gewonnen werden. — Nicht unwichtig ist die Vereinfachung des ganzen Rechnungsverfahrens, wie solche durch Einführung passend gewählter gleichförmiger Belastungen sich erzielen lässt.

Unter den Factoren, welche die Bestimmung der Querschnittsdimensionen beeinflussen, ist das Verhalten der betreffenden Baumaterialien von besonderer Wichtigkeit, und sind neuerdings sehr eingehende Untersuchungen über die molecularen Veränderungen der Metalle — insbesondere Stahl, Schmiedeeisen, Gusseisen — angestellt worden, wobei wir auf die betreffenden Veröffentlichungen der Herren Wöhler, Gerber, Bauschinger u. A. verweisen. — Die von uns aufgeführten Durchschnitts-Coefficienten erleiden zunächst keine Veränderung, doch erscheint es geboten, diese Coefficienten für solche Fälle, wo starker Wechsel zwischen Druck und Zug stattfindet, wesentlich zu modifiziren, und haben wir ein bezügliches Verfahren eingeschaltet, welches auch die zwischenliegenden Fälle nach bestimmter Scala berücksichtigt.

Trotz der wesentlichen Ausdehnung, welche der vorliegende erste Theil erfahren, ist es doch möglich geworden, die Nummern der Tafeln, Figuren und Gleichungen, sowie die Zahl der Paragraphen und Hauptabsätze (Nummern) des Textes insoweit beizubehalten, dass der im Jahre 1871 erschienene zweite Theil sich unmittelbar anschliesst und eine directe Fortsetzung der neuen Ausgabe des ersten Theiles bildet.

Stuttgart und Strassburg,

im October 1876.

Fr. Laissle,

Professor der Ing.-Wissenschaft am K. Polytechnikum zu Stuttgart.

A. Schübler,

K. Eisenbahn-Director zu Strassburg.

INHALTS - VERZEICHNISS.

Erster Abschnitt.

Die Entwicklung der Fundamentalsätze.

§. 1. Einleitung.

	Seite
1. 2. Eintheilung der Brücken	1

§. 2. Die Entwicklung der Bedingungen des Gleichgewichts mit specieller Anwendung auf Balkenbrücken.

3. Aeussere und innere Kräfte, Winddruck	3
4. Angriffsmoment und Vertikalkraft, Widerstandsmoment und Vertikalarstand	5
5—7. Gleichgewichtsbedingungen für Balkenbrücken	7

§. 3. Die Lehre von der Festigkeit stabförmiger Körper.

8. Absolute Festigkeit gegen Druck und Zug	12
9—11. Elasticitätsmodulus	13
12. Festigkeit gegen Abscheeren	17
13—17. Trägheitsmomente	18
18—19. Gestalt der neutralen Faser (elastische Linie), Darstellung der Momente und Vertikalkräfte für einfache Belastungsfälle . .	33
20. Eingespannte Träger	40
21—23. Methode von Clapeyron für continuirliche Träger	43
24—26. Schubkräfte innerhalb belasteter Träger	49

	Seite
27. 28. Beispiele über schiefe Wandspannung von Blechwandträgern . . .	56
29—34. Relativ rückwirkende Festigkeit	59
35—37. Praktische Formeln für relativ rückwirkende Festigkeit	69

Zweiter Abschnitt.

Erfahrungsergebnisse über die Festigkeit der Baumaterialien.

§. 4. Die Festigkeitscoefficienten.

38. Coefficienten für absolute, rückwirkende und Abscheerungsfestigkeit.	7
39. Modification der Festigkeitscoefficienten bei Wechsel zwischen Druck und Zug	80
40. 41. Coefficienten für relativ rückwirkende Festigkeit	85
42. Festigkeitscoefficienten für ruhende Belastung	88

§. 5. Von der Stärke der Verbindungen.

43—49. Konstruktion der Stossverbindungen	89
50—53. Nietverbindungen im Besonderen	97
54. Praktische Regeln für Nietverbindungen	105
55. Stösse von Hölzern	106
56. 57. Knotenpunkte und seitliche Verbindung der Querträger mit den Hauptträgern	107

Dritter Abschnitt.

Bestimmung der Vertikalkräfte und Angriffsmomente.

§. 6. Frei aufliegende Träger.

58—61. Entwicklung der Formeln für gleichförmig vertheilte grösste und einseitige Belastung	114
62. Graphische Darstellung der M und B für verschiedene Länge der Ueberlast	120
63. Berechnung der Einwirkung concentrirter Lasten	122

§. 7. Belastungen und Eigengewicht frei aufliegender Brückenträger.

64. Belastungen der Eisenbahnbrücken	127
65—68. Maxima der M und B für bewegliche Lastzüge. Stellvertretende gleichförmig vertheilte Ueberlast	128
69. Eigengewicht der Eisenbahnbrücken	149
70. Belastungen der Strassenbrücken	154
71. Eigengewicht der Strassenbrücken	157

§. 8. Continuirliche Träger.

	Seite
72. 73. Allgemeines über Berechnung continuirlicher Träger	161
74—77. Ungünstigste Belastung continuirlicher Träger	166
78. Influenzkurven	180
79. 80. Träger über zwei Oeffnungen	182
81. Ungünstigste Belastung derselben	186
82. Belastung durch concentrirte Lasten	194
83. 84. Träger über zwei Oeffnungen bei Senkung der Mittelstütze . .	198
85—87. Träger über drei Oeffnungen	202
88. Dessgl. Ungünstigste Belastung derselben	210
89. 90. Dessgl. bei Senkung der Zwischenstützen	216
91. Vorthelle und Nachtheile der Continuität	221
92. Balkenträger mit freiliegenden Stützpunkten nach Gerber	223

§. 9. Anordnung der Auflager und Einfluss der
Trägeranzahl.

93. Anordnung der Auflager, Rollenlager	226
94. 95. Einfluss der Anzahl der Hauptträger	228

§. 10. Angriffsmomente kleiner Träger.

96. Kleine Träger im Allgemeinen	231
97. Angriffsmomente, Vertikalkräfte und Einbiegungen stabförmiger Körper.	232

Vierter Abschnitt.

Entwicklung der praktischen Regeln für Brückenträger mit
vollen Wandungen.

§. 11. Homogene Träger.

98. Allgemeine Formeln für das Widerstandsmoment homogener Träger.	240
99. Schmiedeiserne Träger	241
100. Widerstandsmoment Iförmiger Träger	246
101. Näherungsformeln	247
102. Ort und Grösse des Maximalmoments bei beliebiger Belastung . .	248
103. Angriffsmoment und Vertikalkräfte für Locomotivbelastungen . .	252
104. Träger von Gusseisen	257
105. Träger von Gussstahl	258
106. Träger von Holz	259

§. 12. Die Blechwandbrücken.

107. Allgemeine Formeln für geradlienig begränzte Blechwandbrücken .	260
108. Dessgleichen bei gekrümmten Gurtungen	261
109. 110. Abzüge für Nietlöcher und Distanz der Nietbolzen	263

111.	Vertikalstützen und Endständer	266
112. 113.	Praktische Regeln zur Bestimmung der \mathfrak{M} und \mathfrak{S} mit besonderer Rücksicht auf Blechwandbrücken	268

**§. 13. Beispiel einer Blechbalkenbrücke von
15 M. Spannweite.**

114.	Bestimmung der Querschnittsdimensionen der Hauptträger	273
115.	Querträger und Schwellenträger	278
116.	Gewichte der einzelnen Brückentheile	279
117.	Berechnung der schiefen Wandspannung in Hauptträgern und Fahr- bahnträgern	282

§. 14. Die Eisenbahnbrücke bei Langon.

118.	Beschreibung und Berechnung der Dimensionen der Hauptträger	283
119.	Eigengewicht der Brücke	287
120.	Absteifung der Mittelwände der Hauptträger	288
121.	Ueber die Nieten und deren Herstellung, Gewicht der einzelnen Brückentheile	290

Anhang.

Vergleichung der Masse und Gewichte verschiedener Länder	293
--	-----

Nachtrag.

Festigkeits-Coefficienten unter Berücksichtigung des Wechsels zwischen Spannung und Pressung	298
---	-----

U e b e r s i c h t

der angewendeten Bezeichnungen.

Nachstehend zusammengestellte häufiger vorkommende Zeichen haben in dem Buche durchgehends dieselbe Bedeutung und sind die allgemein gebräuchlichen Buchstaben thunlich beibehalten. Es ist

P — eine an einem Punkte thätige Kraft von bestimmter Richtung und Intensität.

G — eine (vertikal wirkende) Einzellast.

g — die Abscisse des Angriffspunkts derselben.

E — der Elastizitätsmodul.

\mathfrak{A} — die in einem gezogenen Körpertheil per Quadrateinheit herrschende Spannung.

\mathfrak{B} — die in einem gedrückten Körpertheil per Quadrateinheit herrschende Pressung.

\mathfrak{C} — die per Quadrateinheit herrschende Schubspannung, welche längs einer Fläche durch Scheerkräfte hervorgerufen ist.

Θ — das Trägheitsmoment einer Querschnittfläche.

Ω — der Querschnitt der Gurtung eines Trägers.

H — die ganze Höhe eines Trägers.

\mathfrak{H} — die Distanz der Mittelpunkte von Zug und Druck in dem Querschnitt eines belasteten Trägers.

\mathfrak{H}_0 — die Distanz der Schwerpunkte der beiden Gurtungen eines Trägers.

$a (b)$ — die Entfernung der äussersten gespannten (gepressten) Längenfaser von der neutralen Axe.

$a_0 (b_0)$ — die Entfernung des gespannten (gepressten) Gurtungs-Schwerpunkts von der neutralen Axe.

δ — die Dicke der Mittelrippe eines Trägers mit voller Wandfläche.

l — eine beliebige Trägerlänge oder Spannweite.

p — das Eigengewicht einer Brücke per Längeneinheit, bei Eisenbahnbrücken in der Regel für ein Geleise berechnet.

k — ebenso die zufällige (variable) Belastung per Längeneinheit.

$p = q + k$ — die Totalbelastung per Längeneinheit.

M — das Angriffsmoment der äusseren Kräfte (*moment de rupture*)

ΣXy — das numerisch gleiche Widerstandsmoment des betrachteten Trägerquerschnitts.

B — die in dem Querschnitt wirkende Vertikalkraft (*effort tranchant*)

ΣY — der numerisch gleiche Vertikal-Widerstand in dem betrachteten Trägerquerschnitt.

Die Zahlencoefficienten der praktischen Formeln beziehen sich auf Meter-Mass und Gewicht, insofern nichts Besonderes bemerkt ist; mittelst der Reductionstabellen des Anhangs lassen sich dieselben leicht auf andere Masse und Gewichte übertragen. Die theoretischen Formeln sind für jedes Mass und Gewicht gültig.

Erster Abschnitt.

Die Entwicklung der Fundamentalsätze.

§. 1. Einleitung.

1. Die wesentlichen Bestandtheile einer Brücke sind: die Auflager (Widerlager und Pfeiler), die Brückenträger und die Fahrbahn; letztere kann eine für Fuhrwerke und Fussgänger passende Plattform, oder auch eines oder mehrere Schienengeleise enthalten; die Fahrbahn kann unmittelbar auf den Brückenträgern aufliegen, wie z. B. bei Brücken von kleiner Spannweite, meist ist sie jedoch durch ein System von Querträgern oder Zwischenträgern mit den Brückenträgern verbunden. — Weitere Bestandtheile einer Brücke bilden die Diagonal-Verbindungen oder Windkreuze (*Contreventements*), welche nur dann entbehrt werden können, wenn Fahrbahn oder Brückenträger (wie z. B. bei massiver Fahrbahn) hinreichende Festigkeit gegen Seitenbewegungen haben, und endlich das Brückengeländer, insofern letzteres nicht durch die Brückenträger selbst schon gebildet ist.

Da wir hauptsächlich den Bau der Brückenträger im Auge haben, so sind uns letztere auch für die Classification der Brücken massgebend. — Die Brückenträger, soweit sie nicht homogene, volle Balken sind, zeigen stets ihrer ganzen Länge nach durchlaufende Bänder, welche wir Gurtungen, Tragbänder, Längsbänder nennen. Nach der Gestalt und Wirkungsweise dieser Bänder unterscheiden wir:

1) Bogenbrücken; es ist für jeden Träger ein für sich bestehendes, nach oben convexes Band, der Bogen, vorhanden; dieser ist vermöge seiner Steifigkeit in Ruhe.

2) Ketten- oder Hängebrücken; es ist für jeden Träger nur ein nach oben concaves Band, die Kette, vorhanden; letztere strebt bei jeder Art der Belastung einem stabilen Gleichgewicht zu, und insoferne dieses meist nur durch Aenderungen

in der Gestalt der Kette möglich ist, so entstehen hiedurch Oscillationen und Seitenschwankungen. — Man kann letzteren dadurch begegnen, dass man die Kette in ähnlicher Weise wie den Bogen als steifes Band herstellt, doch gehen hiedurch die hauptsächlichsten Vorthelle der Kette verloren, und wird die Theorie der Kettenbrücken stets von der Bogentheorie zu unterscheiden sein.

3) **Balkenbrücken**; es sind stets für jeden Träger zwei Tragbänder oder Gurtungen vorhanden; dieselben können gerade oder beliebig gekrümmt sein, wesentlich ist, dass beide Gurtungen auf ihre ganze Länge fest mit einander verbunden sind; die Verbindung geschieht durch einzelne Streben oder durch mehr oder weniger dicke volle Wandungen; hiedurch ist bewirkt, dass keine der beiden Gurtungen ohne die andere eine Formänderung annehmen kann, und wird letztere, wenn sie in Folge der Belastung des Trägers eintritt, wie beim homogenen Balken als eine Biegung des ganzen Trägers sich darstellen.

Bogen und Kette üben einen Horizontalschub auf die Widerlager aus, eben weil sie im Allgemeinen nur ein Band haben; es kann jedoch dieser Horizontalschub auch durch ein gerades Band, durch eine Bogensehne aufgenommen werden, ohne dass hiedurch eine Balkenbrücke erhalten wird, da die innige Verbindung zwischen Band und Sehne fehlt; letztere ist nur als eine Hilfsconstruktion, als Ersatz für die Stabilität der Widerlager anzusehen. — Es ist denkbar, dass eine Brücke zugleich Bogen- und Kettenbrücke ist; eine solche Brücke hätte den Vortheil, dass die convexen und concaven Bogen ihren Horizontalschub gegenseitig aufnehmen, ohne dass die Wandausfüllungen wie bei der Balkenbrücke nothwendig werden. — Ihre praktische Anwendung ist jedenfalls auf ganz besondere Fälle beschränkt.

2. Wir theilen die Abhandlung in einzelne Abschnitte; im ersten Abschnitte werden die Gesetze des Gleichgewichts und der Festigkeitslehre entwickelt, erstere mit vorzugsweiser Berücksichtigung der Balkenbrücken; es ist nicht nur die Anwendung der Balkenbrücken ganz besonders ausgebreitet, sondern es bilden auch die balkenförmigen Träger bei fast allen anderen Bauconstruktionen wesentliche Zwischenglieder.

Die nächstfolgenden zwei Abschnitte dienen zur Ergänzung einzelner Parthien der im ersten Abschnitt entwickelten Theorie, und zwar werden im zweiten Abschnitt die Erfahrungsergebnisse der Festigkeitslehre (die sogenannten Festigkeitscoefficienten) übersichtlich zusammengestellt, während im dritten Abschnitt für Balkenbrücken die jedem Querschnitt eigenthümlichen Kräfte-
summen und Kraftmomente für die verschiedenen Anordnungen und verschiedene Spannweiten in eingehender Weise entwickelt werden.

Mit dem vierten Abschnitt beginnt die Aufstellung von praktischen Formeln für einzelne ConstructionsGattungen auf Grundlage der im ersten Abschnitt entwickelten Theorie und mit steter Benützung der im zweiten und dritten Abschnitt gesammelten Resultate. — Diese praktischen Formeln sind der Art eingerichtet, dass man aus den Hauptabmessungen und Querschnittdimensionen der Brücke die im Material herrschende Spannung oder Pressung möglichst direct erhält, oder aber in ebenso einfacher Weise unter Annahme einer zulässigen Spannung des Materials die Querschnittdimensionen aus den Hauptabmessungen der Brücke bestimmen kann; zu diesen beiden Zwecken sind unsere praktischen Formeln in gleicher Weise dienlich.

§. 2. Entwicklung der Bedingungen des Gleichgewichts mit specieller Anwendung auf Balkenbrücken.

3. Wenn irgend ein Körper in Ruhe sein soll, so müssen die an ihm thätigen äusseren Kräfte im Gleichgewicht sein.

Im Brückenbau ist die Schwere die hauptsächlichste Kraft, welcher die Constructionen zu widerstehen haben; es ist diess das Eigengewicht der Construction und die zufällige Last; letztere ist für Strassenbrücken durch ein Menschengedränge und grösste Lastwagen, für Eisenbahnbrücken durch das Gewicht einer oder mehrerer Lokomotiven sammt Tender gegeben, wozu bei grösseren Spannweiten belastete Güterwagen hinzukommen. — Andere vertikale Kräfte sind zu gering, als dass sie besonders in Betracht gezogen werden müssten; man kann sie durch eine kleine Vermehrung der zufälligen Last berücksichtigen.

In mehr oder weniger horizontalem Sinne wirkt nun die

Tabelle I.

Geschwindigkeit des Windes in Metern per Sekunde.	Druck in Kilogrammen per Quadrat-Meter.
3,00 Meter.	1,047 Kilogr.
5,00 "	2,908 "
8,00 "	7,443 "
10,85 "	13,691 "
14,00 "	22,790 "
20,00 "	46,520 "
40,00 "	186,080 "

Kraft der Windstösse; im Vergleich zu der Schwere sind diese Kräfte allerdings unbedeutend, aber insofern ihre Richtung,

wie bemerkt, eine ganz verschiedene ist, so erfordern diese Kräfte besondere Anordnungen, welche unter dem Namen Windkreuze (*Contreventements*) bekannt sind. — Während die Dimensionen der Brücke im Allgemeinen durch die vertikalen Kräfte, also hauptsächlich Eigengewicht und zufällige Last, bestimmt sind, so muss die Brücke auch in horizontalem Sinne richtig konstruiert sein, d. h. die umgelegte (um einen rechten Winkel gedrehte) Brücke muss wiederum einen richtig konstruierten Träger von allerdings bedeutend geringerer Tragkraft bilden. — Wenn man in besonderen Fällen die Stärke der Windkreuze berechnen will, so dient hierfür vorstehende Tabelle von Morin. Gewöhnlich benützt man die Gurtungen der Brückenträger selbst auch als Gurtungen für die dem Winddruck widerstehenden horizontalen Träger, deren Streben die Windkreuze bilden, und ist die Anstrengung der Gurtungen, welche aus dem Winddruck resultirt, zu der durch die Belastung der Brücke (Eigengewicht und Verkehrslast) hervorgerufenen Inanspruchnahme zu addiren. Stürme, welche einen Druck von 180 Kil. pro \square^m ausüben, kommen indess in unseren Gegenden kaum vor: es sind dieselben schon so stark, dass belastete Bahnzüge umgeworfen würden, es genügt desshalb, in der Praxis solche excessive Belastungen von 180 Kil. nur für die unbelastete Brücke in Rechnung zu nehmen, und auch diess nur für besonders dem Wind ausgesetzte Objecte, wie hohe Viaducte etc. Für gewöhnliche Fälle wird es hinreichend sein, 100—150 Kil. pro \square^m zu nehmen, wobei jedoch bezüglich der Berechnung der Gurtungen die Brücke belastet gedacht wird.

Den als bekannt vorauszusetzenden angreifenden Kräften steht zur Herstellung des Gleichgewichts gegenüber die Reaktion der Auflager; sie ist nach Richtung und Intensität in jedem Augenblicke gerade so wirksam, wie es die Herstellung des Gleichgewichts verlangt.

Dass die Auflagerreaktionen in der so eben angedeuteten Weise ihre Richtung und Intensität wechseln können, ist die Folge unendlich kleiner Formänderungen, welche die Auflager durch die wechselnde Belastung erleiden; wir werden in der Folge zeigen, wie diese zunächst unbekannten Auflagerreaktionen stets aus den angreifenden Kräften bestimmt werden können.

Erst wenn sämtliche äussere Kräfte bekannt sind, kann zur Bestimmung der sogenannten inneren Kräfte, d. h. der im System stattfindenden Spannungen und Pressungen, geschritten werden.

Die zweite Operation einer jeden statischen Berechnung ist daher: aus den gegebenen äusseren Kräften die an jedem Punkte des Systems thätigen inneren Kräfte, d. h. den per Quadrateinheit herrschenden Druck, Zug oder Schub zu bestimmen.

Hiezu dient folgende Betrachtung. Eine Konstruktion, die unter Einwirkung beliebiger äusserer Kräfte im Gleichgewicht ist, werde durch eine beliebige Fläche in zwei Fragmente getheilt; die jedem Fragmente zukommenden äusseren Kräfte werden im Allgemeinen nicht im Gleichgewicht sein; jedes Fragment müsste sich in Bewegung setzen, wenn nicht die an der Trennungsfläche thätigen inneren Kräfte gerade hinreichend wären, den betreffenden äusseren Kräften das Gleichgewicht zu halten. Hiedurch findet man nach den Bedingungen des Gleichgewichts die Resultante der in jedem Querschnitt thätigen inneren Kräfte, welche im Allgemeinen aus einer Kraft und einem Gegenpaar bestehen wird.

Es wird nun allerdings ein beliebig gedachter Körper derartige Formänderungen erleiden, dass es äusserst schwierig erscheinen muss, aus der so gefundenen Resultante die an jedem Theil des Querschnitts herrschenden Kräfte zu bestimmen; anders verhält es sich mit den Baukonstruktionen und mit den Brückenbauten insbesondere; die einzelnen Bestandtheile sind nach dem Bedürfniss angeordnet und durch diese Regelmässigkeit der Anordnung ist die Möglichkeit gegeben, die Gesetze zu finden, nach welchen die Kräfte auf jeden Querschnitt sich vertheilen; — da diese Vertheilung lediglich von den Eigenthümlichkeiten jeder Konstruktion abhängt, so ist auch das zu beobachtende Verfahren in jedem Falle ein anderes, wie wir in der Folge sehen werden.

4. Die Bedingungen des Gleichgewichts bilden einen integrierenden Theil jeder Untersuchung; denn sie sind stets nothwendig, um die inneren Kräfte aus den bekannten äussern Kräften zu bestimmen. Gewöhnlich sind aber auch einzelne der letzteren (Reaktion der Widerlager etc.) nicht vorweg bekannt, und es dienen in erster Linie wieder die Bedingungsgleichungen des Gleichgewichts zur Bestimmung der unbekannten äussern Kräfte.

Die Bedingungen des Gleichgewichts sprechen sich für die äusseren Kräfte folgendermassen aus:

Werden sämmtliche an einem Körper thätige Kräfte P nach drei zu einander senkrechten Axen, x , y , z nach dem Parallelogramm der Kräfte in ihre Componenten P_x , P_y , P_z zerlegt, so ist, wenn Gleichgewicht bestehen soll, erstens die algebraische Summe dieser Componenten nach jeder der 3 Axen gleich Null. Es ist somit:

$$\begin{aligned} \Sigma P_x &= 0 & . & . & . & 1) \\ \Sigma P_y &= 0 & . & . & . & 2) \\ \Sigma P_z &= 0 & . & . & . & 3) \end{aligned}$$

Wenn man zweitens in Bezug auf jede der 3 Axen die Momente bildet und bedenkt, dass das Moment der Kraft P in

Bezug auf die Axe der z ausgedrückt ist durch die Produkten-Summe

$$yP_x + xP_y,$$

wo x, y, z die Coordinaten des Angriffspunktes der Kraft P bezeichnen, so erfordert das Gleichgewicht, dass die Summe der Momente aller Kräfte bezogen auf jede der 3 Axen gleich Null sei. Es ist somit:

$$\begin{aligned} \Sigma yP_x + \Sigma xP_y &= 0 & . & . & . & 4) \\ \Sigma zP_x + \Sigma xP_z &= 0 & . & . & . & 5) \\ \Sigma yP_z + \Sigma zP_y &= 0 & . & . & . & 6) \end{aligned}$$

Die Axe der y wird im Folgenden immer parallel der Richtung der Schwere angenommen werden, die Axe der x ist somit horizontal und wird in die Längensaxe des Baues gelegt, die meisten Kräfte, die wir zu betrachten haben, sind so parallel der Ebene xy und wir haben daher meist bloß die 3 Gleichungen 1) 2) und 4) anzuwenden.

Uebergend auf die inneren Kräfte denken wir uns, wie in voriger N^o angedeutet, den Körper durch einen Querschnitt x in 2 Fragmente getheilt, und an jedem derselben die im Querschnitt thätigen inneren Kräfte je nach entgegengesetzten Richtungen angebracht. Bezeichnen für das eine Körperfragment P'_x und P'_y die horizontalen und vertikalen Composanten der an demselben wirkenden äusseren Kräfte, ferner ΣX und ΣY die Summe der horizontalen beziehungsweise vertikalen Composanten der in der Trennungsfläche thätigen innern Kräfte, so sprechen sich die Bedingungen des Gleichgewichts nach Gleichung 1) 2) und 4) für dieses Körperfragment folgendermassen aus:

$$\Sigma P'_x + \Sigma X = 0 \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

$$\Sigma P'_y + \Sigma Y = 0 \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

$$\Sigma xP'_y + \Sigma yP'_x + \Sigma Xy = 0 \quad 9)$$

Für Balkenbrücken sind die Reaktionen der Auflager gewöhnlich parallel der Richtung der Schwere anzunehmen, indem man absieht von kleinen horizontalen Kräften, welche z. B. in Folge von Temperaturveränderungen und hiedurch hervorgerufener Reibung entstehen. Wir haben es deshalb nur mit vertikalen äusseren Kräften (in der Ebene xy) zu thun, die horizontalen Composanten P_x der äusseren Kräfte, somit auch ΣP_x sind $= 0$, und ebendarum fällt auch das Glied ΣyP_x aus, und die Gleichungen 7) — 9) nehmen folgende einfache Gestalt an:

$$\Sigma X = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

$$\Sigma P'_y + \Sigma Y = 0$$

woraus

$$\Sigma Y = - \Sigma P'_y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

$$\Sigma xP'_y + \Sigma Xy = 0$$

woraus

$$\Sigma Xy = - \Sigma xP'_y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

Aus Gleichung 10) folgt, dass für Balkenbrücken die inneren Kräfte ein Gegenpaar bilden, dessen Moment ΣXy unabhängig ist von der Wahl des Coordinatenursprungs, wo immer auch derselbe gewählt wird, erhalten wir für dasselbe eine für den fraglichen Querschnitt constante Grösse. Das Moment ΣXy der inneren Kräfte und somit auch das demselben numerisch gleiche Moment ΣxP , der äusseren Kräfte bleibt somit auch unverändert, wenn wir den Coordinatenursprung in den fraglichen Querschnitt selbst verlegen. Wir nennen desshalb in der Folge das Moment ΣxP , der äusseren Kräfte das Angriffsmoment in Beziehung auf den Querschnitt x , und bezeichnen dasselbe mit \mathfrak{M} , und nennen ferner das Moment ΣXy der inneren Kräfte das Widerstandsmoment.

Nach Gleichung 11) ist ferner die Resultante ΣP , der äusseren Kräfte gleich und entgegengesetzt der vertikalen Composante ΣY der inneren Kräfte, wir nennen in der Folge die Resultante der äusseren Kräfte die Vertikalkraft und bezeichnen dieselbe mit \mathfrak{B} , die Grösse ΣY nennen wir den Vertikalwiderstand.

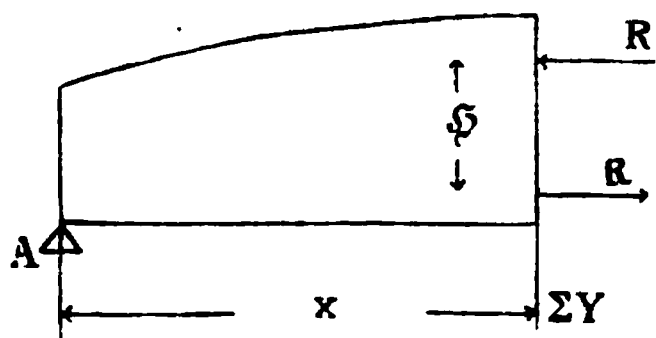
Unter Einführung dieser Bezeichnungen schreiben sich die Gleichungen 10)–12) so an:

$$\begin{aligned}\Sigma X &= 0 & . & . & 10^a) \\ \Sigma Y &= -\mathfrak{B} & . & . & 11^a) \\ \Sigma Xy &= -\mathfrak{M} & . & . & 12^a)\end{aligned}$$

Von den äusseren Kräften bezeichnen wir die Reaktionen der Auflager immer mit den für dieselben Auflagerpunkte gewählten Buchstaben A, B, C, das Eigengewicht der Brücke per Längeneinheit mit p , sodann in gleicher Weise die zufällige Last mit k und die Gesamtbelastung mit q , je auf die Längeneinheit reduziert. Es kann hierbei p , k und q für jeden Querschnitt einen anderen numerischen Werth haben.

5. Für Balkenbrücken besteht zwischen dem Angriffsmoment \mathfrak{M} und der Vertikalkraft \mathfrak{B} eine einfache Relation:

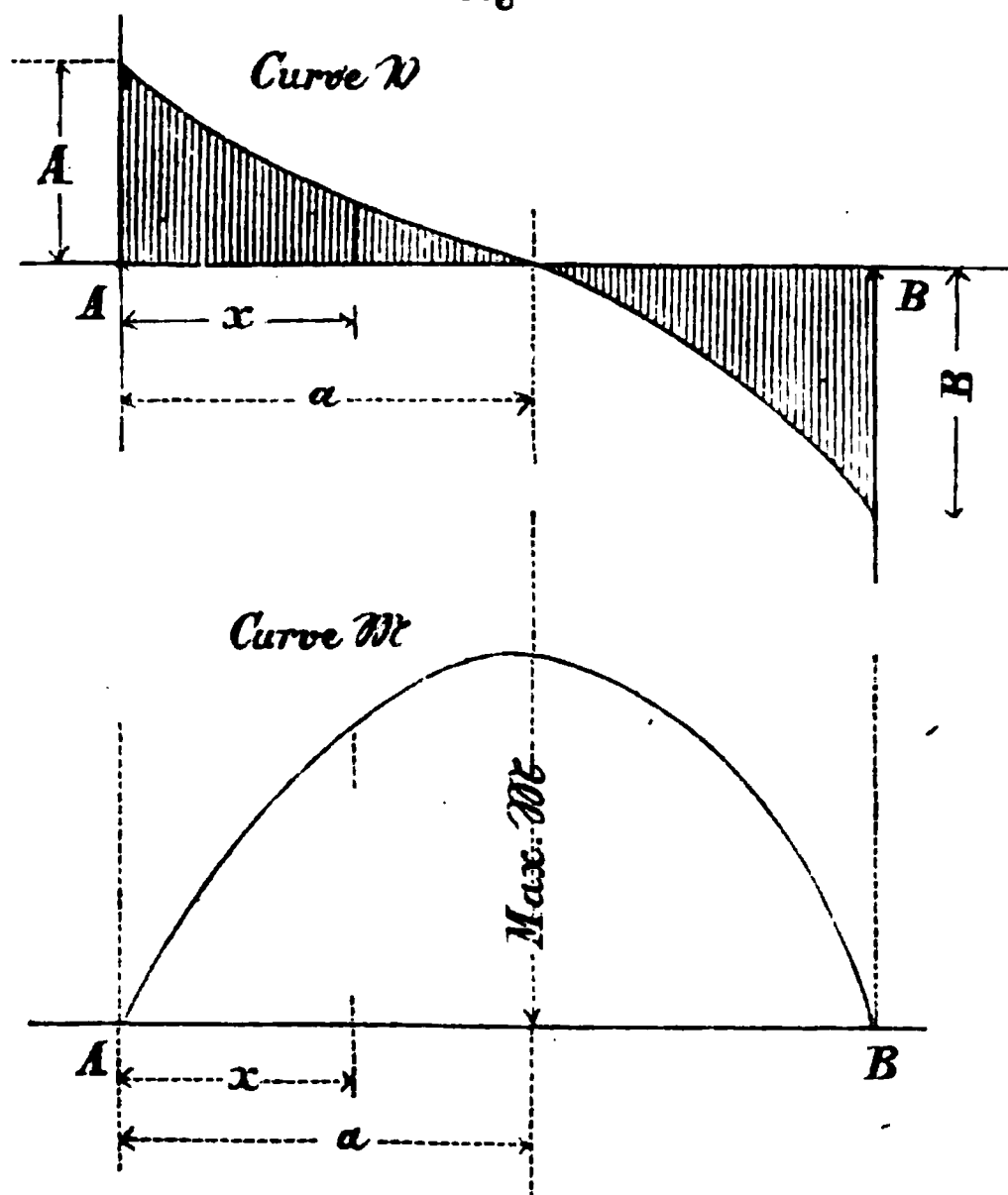
Fig. 1.



Wir betrachten das eine Ende eines auf zwei Stützen A und B frei aufliegenden Balkens und nehmen den Coordinatenursprung in A an, x sei die Abscisse irgend eines Querschnitts, die Belastung sei beliebig und durch ein Gesetz $q = F(x)$ gegeben, wo q , wie schon in N^o. 4. bemerkt, die auf die Längeneinheit reducirte Belastung im Querschnitt x bezeichnet, so dass $\int_0^x q \cdot dx$ die zwischen A und x vertheilte Last

d. h. die Vertikalkraft \mathfrak{B} ist immer gleich dem zwischen a und x vertheilten Gewichte. Für $x = a$ wird $\mathfrak{B} = 0$, für Werthe $x > a$ wird sodann \mathfrak{B} positiv, und erhält beim zweiten freien Auflager B seinen grössten positiven Werth.

Fig. 2.



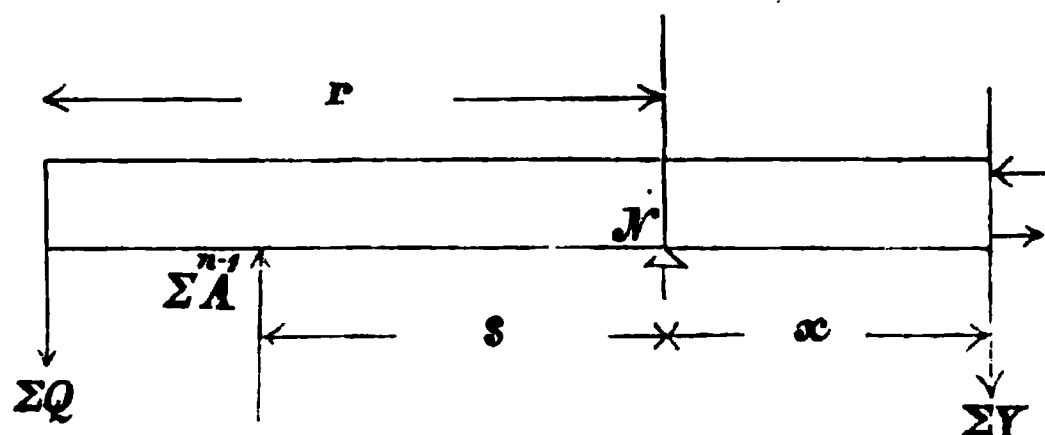
Trägt man, wie in Fig. 2 geschehen, für genügend viele Werthe von x als Abscissen die zugehörigen Werthe von \mathfrak{B} als Ordinaten auf, so erhalten wir eine Curve, deren trigonometrische Tangente gleich der dem betreffenden x entsprechenden Belastung per Längeneinheit $= q$. Ist q eine constante Grösse, so geht die Curve \mathfrak{B} in eine gerade Linie über.

Uebergehend auf das Angriffsmoment, so lehrt uns zunächst Gleichung 17), dass die trigonometrische Tangente der Curve \mathfrak{M} (die wir uns auf ähnliche Weise aufgetragen denken, wie oben die Curve \mathfrak{B}) numerisch gleich ist der Vertikalkraft \mathfrak{B} . In der Nähe des Auflagers ist \mathfrak{B} negativ, somit nach Gleichung 15^a) \mathfrak{M} positiv, dasselbe ist $= 0$ für $x = 0$ und erreicht seinen grössten Werth nach Gleichung 17), wenn $\mathfrak{B} = 0$, somit für die Abscisse $x = a$.

Die durch Gleichung 17) ausgedrückte Relation zwischen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} gibt ein einfaches Mittel an die Hand, aus der Gleichung für \mathfrak{B} sogleich die Maximal- oder Minimalwerthe von \mathfrak{M} zu erkennen, es ist nun leicht, diese Relation auch für einen nicht frei aufliegenden Träger nachzuweisen:

Denken wir uns den Auflagerpunkt N als n^{ten} Stützpunkt eines continuirlichen Trägers und führen wir links vom Punkt N als Coordinatenursprung die Resultante der Belastungen ΣQ und die Resultante der $n - 1$ Auflagerdrücke ΣA^{n-1} mit ihren respec-

Fig. 3.



tiven Hebelsarmen r und s ein, so erhalten die Gleichungen 13) bis 15) folgende Form:

$$\Sigma X = 0$$

$$\int_0^x q dx + \Sigma Q - (\Sigma A^{n-1} + N) + \Sigma Y = 0$$

$$\int_0^x qx dx + s \cdot \Sigma A^{n-1} - r \Sigma Q + x \Sigma Y = 0$$

und wenn wir wieder statt ΣY und ΣXy die Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} einführen:

$$\mathfrak{B} = \int_0^x q dx + \Sigma Q - (\Sigma A^{n-1} + N) \quad . \quad 14^b)$$

$$\mathfrak{M} = \int_0^x qx dx + s \cdot \Sigma A^{n-1} - r \Sigma Q \quad . \quad 15^b)$$

Denken wir uns eine Abscisse a so gewählt, dass

$$\Sigma A^{n-1} + N - \Sigma Q = \int_0^a q dx$$

so ist wie oben:

$$\mathfrak{B} = \int_a^x q dx$$

d. h. \mathfrak{B} ist auch hier gleich dem zwischen x und a vertheilten Gewicht.

Ferner sieht man bei Betrachtung der Gleichungen 14^b) und 15^b) sogleich, dass durch Differenziren der Gleichungen dieselben Werthe für $d\mathfrak{B}$ und $d\mathfrak{M}$ erhalten werden, wie aus den Gleichungen 14^a) und 15^a), und dass somit Gleichung 17) für continuirliche Träger ebenso unbedingt gültig ist, wie für Balken, welche bloß über eine Oeffnung gespannt sind.

6. Nach Gleichung 13). ist die Summe der horizontalen Componenten der innern Kräfte $\Sigma X = 0$. Dieselben bilden somit ein Gegenpaar, dessen Moment von der Wahl des Coordinatenursprungs unabhängig ist (vgl. N^o. 4.). Wenn die Relation $q = F_x$ durch ein einfaches Gesetz dargestellt ist, so ist es gewöhnlich einfacher, den Coordinatenursprung nicht nach A, sondern in den Querschnitt selbst zu verlegen und erhält man **M** direct aus dem Auflagerdruck und der Belastung.

$$W = Ax - \frac{qx^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad I.$$
[illegible]
$$\begin{aligned} M &= \frac{qx^2}{2} - x(qx - A) \\ &= Ax - \frac{qx^2}{2} \quad \text{wie oben.} \end{aligned}$$
$$M_1 = \frac{ql}{2} \cdot x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qx}{2} (l - x)$$

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{q} \left(\mathfrak{x} - \frac{1}{2} \right)$$

Ganz ähnliche Betrachtungen sind für continuirliche Träger anzustellen: vorgreifend dem Gange der spätern Entwicklung be-

merken wir, dass in den graphischen Darstellungen Tafel II. und folgenden die Curven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} für frei aufliegende und continuirliche Träger zur Anschauung gebracht sind in der Weise, dass in diesen Darstellungen die negativen Werthe von \mathfrak{B} nach unten, die negativen Werthe von \mathfrak{M} nach oben angeklappt sind, so dass nur die numerischen Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} aus den Figuren erhältlich sind.

Bezüglich der Vorzeichen muss deshalb stets auf Gleichung 14) und 15) a und b zurückgegriffen werden.

Was die inneren Kräfte anbelangt, so ist ΣY und ΣXy numerisch gleich \mathfrak{B} respective \mathfrak{M} , jedoch mit entgegengesetzten Vorzeichen. Nachdem deshalb aus Obigem \mathfrak{B} und \mathfrak{M} nach Grösse und Vorzeichen bekannt sind, unterliegt die Bestimmung von ΣY und ΣXy nach Grösse und Vorzeichen keinem Anstande.

7. Wenn man sich für die inneren Kräfte eines Querschnitts die Summe der positiven und negativen horizontalen Componenten abgesondert bildet (vergleiche Figur 1) und diese numerisch gleichen Resultanten R und R' der beiderlei horizontalen Kräfte in ihren respektiven Angriffspunkten wirksam denkt, so dass mit \mathfrak{S} der Abstand der Angriffspunkte der Resultanten bezeichnet ist, so ist nach der Definition der Gegenpaare

$$\mathfrak{M} = \Sigma Xy = \mathfrak{S}R = \mathfrak{S}R' \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

Wenn z. B. die sämtlichen horizontalen Kraftcomponenten an irgend einer Stelle eines Trägers in einem gezogenen oder in einem gedrückten Bande vereinigt sind, und die Druck- und Zugmittelpunkte in diesen Bändern mit hinreichender Genauigkeit sich vorab bestimmen lassen, so gibt Gleichung 19) die in jedem Band wirkende horizontale Kraft R direkt aus dem Angriffsmoment \mathfrak{M} , und lässt sich die ganze im Band wirkende Kraft sofort bestimmen durch Dividiren mit dem Cosinus des Neigungswinkels, den das Band an dieser Stelle mit dem Horizont bildet.

§. 3. Die Lehre von der Festigkeit stabförmiger Körper.

8. Die Theorie der absoluten und absolut rückwirkenden Festigkeit beruht auf der Wahrnehmung, dass ein stabförmiger Körper, der nach seiner Längenrichtung gezogen oder gedrückt wird, diesen Druck oder Zug auf seinen Querschnitt gleichförmig vertheilt, so dass stets die Relation stattfindet:

$$P = \mathfrak{A}\omega = \mathfrak{B}\omega \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

Die Grösse P bezeichnet die einwirkende Kraft, ω den Querschnitt des fraglichen Stabs, \mathfrak{A} die per Quadrateinheit herrschende Spannung, \mathfrak{B} ebenso die per Quadrateinheit herrschende Pressung.

(Wir werden die Ausdrücke »Spannung« und »Pressung« stets nur für eine per Quadrateinheit berechnete Kraft gebrauchen.)

Bezeichnen wir mit P_z denjenigen Zug, mit P_d denjenigen Druck, der eine Zerstörung des Stabes (Zerreißen, beziehungsweise Zerdrücken) zur Folge hat, ferner mit \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 die betreffende Spannung und Pressung pro Quadrateinheit, so ist:

$$\left. \begin{aligned} P_z &= \mathfrak{A}_0 \omega \\ P_d &= \mathfrak{B}_0 \omega \end{aligned} \right\} \quad 21)$$

Es ist Erfahrung, dass \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 für ein und dasselbe Material einen nahezu constanten Werth haben. In der Praxis nimmt man einen bestimmten Bruchtheil von \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 als grösste zulässige Spannung oder Pressung an.

Anmerk. Für diesen sowie die folgenden Fälle sei darauf hingewiesen, dass die praktischen Coefficienten im zweiten Abschnitt zusammengestellt sind.

9. Ein Stab erleidet durch einen nach seiner Länge gerichteten Zug eine Verlängerung, durch einen Druck eine Verkürzung, welche erfahrungsgemäss seiner Länge und der per Quadrateinheit herrschenden Spannung \mathfrak{A} oder Pressung \mathfrak{B} proportional ist. Diese Verlängerung oder Verkürzung ist somit ausgedrückt durch die Formel:

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\mathfrak{A}}{E} = \frac{\mathfrak{B}}{E} \quad \dots \quad 22)$$

hierin bezeichnet:

- l die ursprüngliche Länge des Stabes,
- λ die Verlängerung oder Verkürzung,
- \mathfrak{A} und \mathfrak{B} wie oben die Spannung oder Pressung (pro Quadrateinheit),
- E einen Coefficienten, der von der Natur des Materials abhängig ist und für Druck und Zug verschiedenen Werth haben kann. Man hat diesem Coefficienten den Namen Elasticitäts-Modul gegeben.

Für diejenigen Spannungen und Pressungen, welche bei Bauconstructionen nicht überschritten werden sollen, ist der Elasticitätsmodulus eine für jedes Material bestimmte constante Grösse und hat innerhalb dieser Grenzen auch für Druck und Zug denselben Werth. Wenn wir nämlich in Gleichung 22) die Spannung \mathfrak{A} oder Pressung \mathfrak{B} in Kilogrammen per Quadratcentimeter angeben und l und λ in demselben, übrigens beliebigen Maassstab, ausdrücken, so ist der Werth von E gleichfalls in Kilogrammen durch folgende Tabelle II. gegeben:

Tabelle II.

Für Holz	$E = 100000$ Kilogr. pro □Cent.
„ Schmiedeisen . . .	$E = 1'800000$ „ „ „
„ Gusseisen	$E = 900000$ „ „ „
„ Stahl, weich . . .	$E = 1'800000$ „ „ „
„ „ gehärtet . . .	$E = 3'000000$ „ „ „

Versuche mit weichem Stahl haben theilweise sehr niedrige Elasticitätsmodule und eine sehr rasche Abnahme derselben bei zunehmender Belastung ergeben; die Verschiedenartigkeit des Materials und die geringe Anzahl der Versuche lassen noch keine unbedingt gültigen Angaben zu.

Der Elasticitäts-Modul E stellt eine Kraft dar, welche die Länge eines gezogenen Stabes von 1 □Cent. Querschnitt verdoppeln würde; eine derartige Spannung können aber die Baumaterialien nicht ertragen, vielmehr bewegen sich die Statt habenden Verlängerungen und Verkürzungen innerhalb weit geringerer Beträge; nachstehende Tabelle III. zeigt die Formänderungen, welche in Folge der bei Bauten zulässigen Spannungen und Pressungen eintreten, indem die in Tabelle II. aufgestellten Werthe der Elasticitäts-Module zu Grunde gelegt sind.

Tabelle III.

Spannung oder Pressung pro Quadratcentim. in Kilogr.	Ausdehnung oder Verkürzung $\frac{\lambda}{l}$		
	Holz	Schmied- eisen	Guss-eisen
100	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{18000}$	$\frac{1}{9000}$
200	—	$\frac{1}{9000}$	$\frac{1}{4500}$
400	—	$\frac{1}{4500}$	$\frac{1}{2250}$
600	—	$\frac{1}{3000}$	$\frac{1}{1500}$
800	—	$\frac{1}{2250}$	$\frac{1}{1125}$
1000	—	$\frac{1}{1800}$	$\frac{1}{900}$
1200	—	$\frac{1}{1500}$	$\frac{1}{750}$
1400	—	$\frac{1}{1286}$	$\frac{1}{643}$
1600	—	$\frac{1}{1125}$	$\frac{1}{562}$

10. Das durch diese Tabelle ausgesprochene Gesetz ist nicht in aller Strenge richtig; es ändert sich nicht nur wesentlich, wenn die Spannungen die in der Praxis üblichen überschreiten, sondern auch innerhalb dieser Grenzen sind die in Tabelle II. gegebenen Elasticitäts-Module nur Mittelwerthe.

Für Schmiedeeisen ist nach den Versuchen von Hodgkinson bei Belastungen bis zu 1600 Kilo pro Quadrat-Centimeter

für Zug $E = 1'634000$,

für Druck $E = 1'968000$,

somit im Mittel, wie in Tabelle II. angenommen, $E = 1'800000$.

— Bei grösseren Belastungen nimmt der Elasticitätsmodul wesentlich ab, so dass er z. B. bei einer Spannung von 2400 Kilo pro Quadrat-Centimeter nur etwa $\frac{1}{3}$ des obigen Mittelwerths von 1'800000 beträgt: und ähnlich, nur in geringerem Maasse, nimmt

der Elasticitäts-Modul für gepresstes Schmiedeeisen ab. Bei diesen grösseren Belastungen und hauptsächlich in der Nähe des Bruchs ist der Elasticitäts-Modul für verschiedene Eisengattungen wesentlich verschieden, so dass für die beim Zug beobachtete Bruchbelastung $\frac{\lambda}{l}$ zwischen $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{60}$ schwankt; ersterer Werth gilt für sehr sehniges, letzteres für schlechtes, crystallinisches Schmiedeeisen.

Es zeigt sich ferner, dass bei diesen grösseren Belastungen ein vollständiges Zurückgehen in die frühere Lage nach Wegnahme der Belastung nicht mehr eintritt, sondern eine gewisse bleibende (permanente) Verlängerung oder Verkürzung zurückbleibt; diess findet beim Schmiedeeisen im Allgemeinen in bemerkbarer Weise dann Statt, wenn die Belastung 1600 Kilo pro Quadrat-Centimeter übersteigt; man erhält hiedurch den Begriff der Grenze der Elasticität und haben einzelne Constructeure die zulässige Belastung von der Elasticitätsgrenze abgeleitet; es setzt diess jedoch voraus, dass diese Grenze durch subtile Beobachtung der Formänderungen erhoben sei, und insofern diese Grenze von der Qualität des Materials wesentlich abhängt, im gegebenen Falle neu erhoben werde, was stets erhebliche Schwierigkeiten mit sich bringen dürfte. — Andererseits ist es nicht nur Thatsache, dass die Erscheinungen des Bruchs weit präciser sich darstellen, somit weit leichter zu beobachten sind, sondern es ist auch die Bruchbelastung für die verschiedenen Eisensorten durchaus nicht so unter sich abweichend und schwankend, als die Elasticitätsgrenze.

Aus diesen Gründen scheint uns die zulässige Belastung aus der Bruchbelastung abzuleiten zu sein, wie diess schon im Eingang von N^o. 8 angenommen ist; wir stellen keine besonderen Untersuchungen über die Nähe der Elasticitätsgrenze an, sondern es genügt für unsere Berechnungen zu wissen, dass die zulässigen Spannungen und Pressungen sich noch hinreichend innerhalb der Elasticitätsgrenze bewegen; innerhalb dieser Grenze hat für Schmiedeeisen der Elasticitäts-Modul den für Druck und Zug annähernd gleichen Werth von 1'800000 Kil.

11. Beim Gusseisen treten ähnliche Erscheinungen ein, nur ist der Elasticitäts-Modul noch mehr verschieden, und zwar wiederum abnehmend mit steigender Belastung. — Eine bestimmte Elasticitätsgrenze lässt sich gar nicht angeben, denn das Gusseisen zeigt fast bei jeder Belastung eine bleibende Formänderung.

Zur nähern Erläuterung dienen nachfolgende Tabellen, welche den Versuchen des Eaton Hodgkinson entnommen sind.

Tabelle IV.
Elasticitätsmodule für Gusseisen beim Zug.

Belastung pro Quadratcentim. in Kilogr.	Verlängerung pro lauf. Meter.		Elasticitätsmodul pro Quadrat- Centimeter.
	total.	permanent	
Kilo	Meter	Millimeter	Kilo
74	0,000075	0	985567
111	0,000114	0,00188	977467
148	0,000155	0,00454	956369
221	0,000239	0,00891	923100
296	0,000326	0,01460	909650
370	0,000416	0,02200	889255
444	0,000551	0,03100	870385
517	0,000611	0,04300	846490
592	0,000715	0,05590	828180
666	0,000828	0,07030	804407
740	0,000946	0,08840	782785
815	0,001068	0,10880	762420
887	0,001206	0,13390	754117
963	0,001392	0,17460	693111
1040	0,001548	0,20070	672313

Tabelle IV^a.
Elasticitätsmodule für Gusseisen beim Druck.

Belastung pro Quadratcentim. in Kilogr.	Verlängerung pro lauf. Meter.		Elasticitätsmodul pro Quadrat- Centimeter.
	total.	permanent.	
Kilo	Meter	Millimeter	Kilo
145	0,00015605	0,003914	929278
290	0,00032396	0,01882	898608
439	0,00049784	0,03331	874407
580	0,00065625	0,05371	884580
725	0,00082808	0,07053	876147
871	0,00100253	0,09053	868443
1015	0,0011795	0,11700	861172
1161	0,0013606	0,14258	853178
1305	0,0015411	0,17085	847426
1451	0,0017175	0,20685	844839
1741	0,0020786	0,36810	887678
2032	0,0024733	0,45810	821648
2327	0,0029432	0,50768	788718

Nimmt man die Mittelwerthe dieser Elasticitäts-Module bis zu den Belastungen von 592^k beziehungsweise 1741 Kilo inclusive, so erhält man

für die Ausdehnung:

$$E = 909607^k \text{ pro Quadrat-Centimeter,}$$

für die Zusammendrückung:

$$E = 880476^k$$

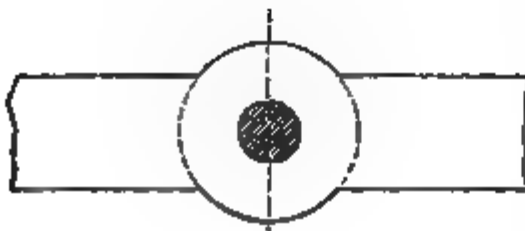
oder im Mittel:

$$E = 895042^k$$

wofür wir oben annähernd 900000^k gesetzt haben.

12. Die Festigkeit gegen Abscheeren wird in Anspruch genommen, wenn zwei Theile eines Körpers längs einer gemeinschaftlichen Ebene nach verschiedenen Richtungen gedrängt werden. Wenn der Körper frei wäre, so würde hiedurch eine Drehung hervorgebracht; ist aber diese Drehung durch andere Kräfte verhindert, so ist längs der gemeinschaftlich gedachten Trennungsfläche für beide Körperfragmente das Bestreben vorhanden, an einander vorbeizugleiten. Als einfachstes Beispiel führen wir einen Bolzen an, der mehrere Kettenglieder verbindet,

Fig. 4.



wie solches in Fig. 4 dargestellt ist; der in die Berührungsfläche der Kettenglieder fallende Bolzenquerschnitt ist auf Abscheeren in Anspruch genommen; auf gleiche Weise sind die Nieten aller Blechverbindungen angegriffen etc.

Denken wir uns allgemein in einem Körper, der von einer Kraft nach beliebiger Richtung angegriffen ist, eine Trennungsfläche, welche einen Winkel mit der Richtung der Kraft bildet und zerlegen wir diese Kraft in zwei Componenten senkrecht und parallel zur gedachten Trennungs-

fläche, so wirkt die senkrechte Componente auf absolute oder absolut rückwirkende Festigkeit und bringt eine Spannung hervor, welche nach Gleichung 20) zu berechnen ist. — Die parallel der Ebene gerichtete Componente nimmt den Körper auf Abscheeren in Anspruch, sie erzeugt innere Kräfte in dem Körper, welche wir Schubkräfte nennen; dieselben sind gleichförmig über die Trennungsfläche vertheilt, so dass die Relation stattfindet:

$$P = C_0 \dots \dots \dots 23)$$

P bedeutet die längs der Trennungsebene wirkende Kraft, ω den Querschnitt und \mathfrak{C} die per Quadrateinheit wirkende Schubkraft, welcher wir den Namen Schubspannung beilegen wollen. Ist P_0 diejenige Kraft, welche die Trennung wirklich hervorbringt, \mathfrak{C}_0 die dem Bruch entsprechende Schubspannung, so findet die Gleichung statt:

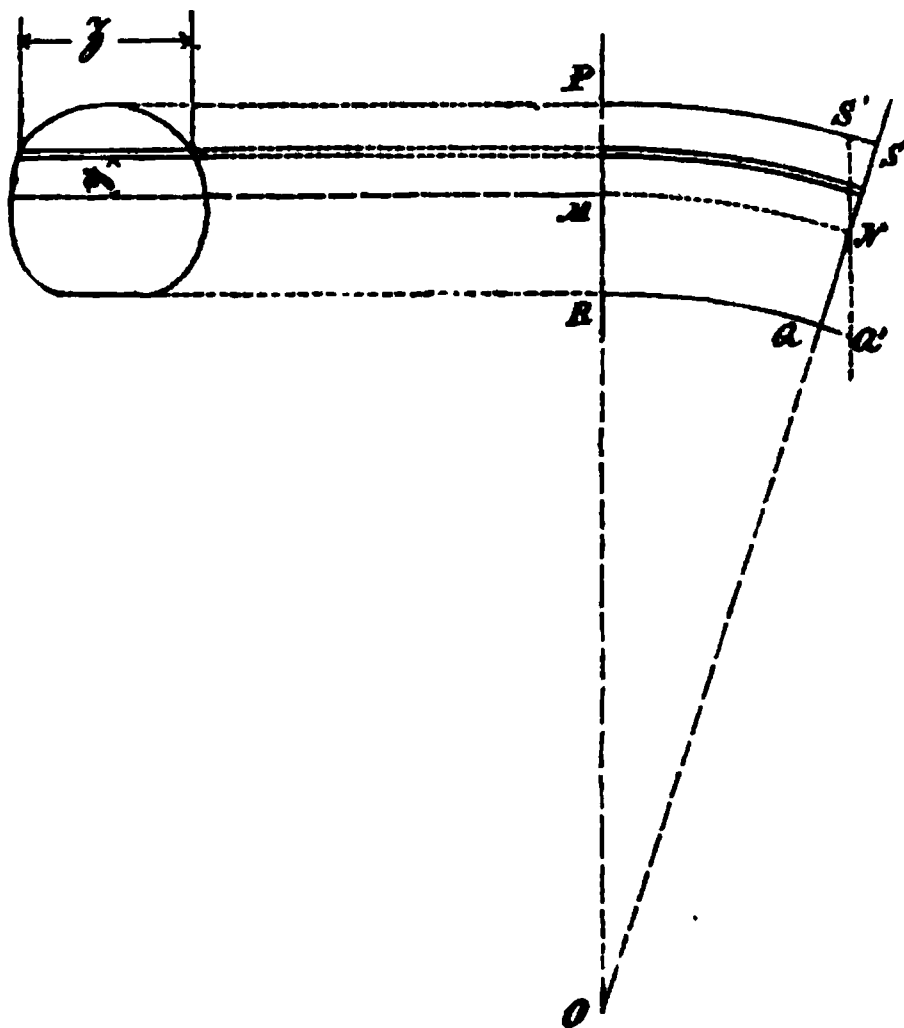
$$P_0 = \mathfrak{C}_0 \omega \dots \dots \dots 24)$$

Die Festigkeit gegen Abscheeren ist für Schmiedeeisen im Allgemeinen gleich der absoluten Festigkeit gegen Zug zu setzen; vorausgesetzt, dass die betrachtete Fläche gleichförmig auf Abscheeren in Anspruch genommen ist, was bei Nieten oder Schraubenbolzen nicht immer stattfindet; hierüber und über die Reibung an den Bolzen wird unten Näheres angeführt werden.

Die Festigkeit gegen Abscheeren ist übrigens auch verschieden in Folge der Textur der Materialien; so z. B. hat man beobachtet, dass Walzeisen senkrecht zur Richtung der Bahn, d. h. senkrecht zur Längenrichtung, grössere Abscheerungsfestigkeit zeigt, als nach der Längenrichtung selbst. — Beim Holz ist in Folge der Faserbildung die Verschiedenheit eine sehr bedeutende; das Holz spaltet sich parallel der Längenrichtung sehr leicht, während es einem seitlichen Abscheeren mit grosser Zähigkeit widersteht.

13. Die relative Festigkeit eines Stabes wird in Anspruch genommen, wenn eine zu seiner Längenrichtung senk-

Fig. 5.



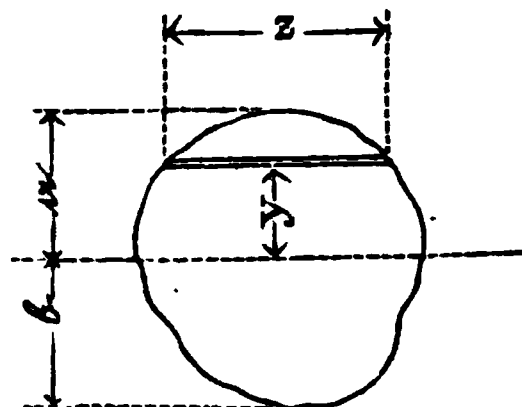
rechte Kraft auf ihn einwirkt. Der Stab erleidet hiedurch eine Biegung, seine concave Seite verkürzt sich, seine convexe Seite verlängert sich, innerhalb des Stabes liegt irgendwo eine Schichte, welche weder verkürzt noch verlängert wird und die „neutrale Faser“ heisst. Zwischen der neutralen Faser und den äussersten Fasern nimmt Verkürzung und Verlängerung allmählig zu. Ein Mass für die Verkürzung und Verlängerung erhalten wir durch die einigermaßen willkürliche Annahme, dass Schnitte,

welche vor der Biegung normal zur neutralen Faser sind, diess auch nach der Biegung bleiben. Da die mit Hülfe dieser Vor-

aussetzung gewonnenen Resultate mit der Wirklichkeit ziemlich übereinstimmen, so ist dadurch rückwärts die Zulässigkeit dieser Voraussetzung bestätigt.

Betrachten wir ein kleines Stück eines gebogenen Balkens, so werden im Längenschnitt (s. Fig. 5) alle vor der Biegung geraden Faserelemente nunmehr kleine Kreisbögen bilden, welche aus einem und demselben Mittelpunkt beschrieben sind. — Linien vor der Biegung normal und parallel werden nun Normallinien auf allen Kreisbögen sein und zwei beliebig gezogene Normalen PR und SQ geben zu erkennen, um wie viel die einzelnen Elemente des zwischen ihnen gelegenen Balkentücks verkürzt oder verlängert sind; gemäss Gleichung 22) giebt diese Verlängerung oder Verkürzung direkt die im Material herrschende Spannung, beziehungsweise Pressung an. Diese Spannung ist demgemäss proportional dem Abstand y von der neutralen Faser; wenn wir daher mit \mathfrak{A} und \mathfrak{B} die Spannung und Pressung in den äussersten Fasern, mit a und b die Entfernung dieser letztern von der neutralen Faser bezeichnen, so ist der in einem Element vom Querschnitt $z \cdot dy$ herrschende Zug \mathfrak{A}_y oder Druck \mathfrak{B}_y nach Gleichung 20) ausgedrückt durch

Fig. 6.



$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A}_y &= \frac{\mathfrak{A}}{a} y \cdot z dy \quad . \quad . \quad . \\ \mathfrak{B}_y &= \frac{\mathfrak{B}}{b} y \cdot z dy \quad . \quad . \quad . \end{aligned} \right\} 25)$$

somit ist die Summe sämtlicher Spannungen und Pressungen:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X_a &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_0^a y \cdot z dy \quad . \quad . \quad . \\ \Sigma X_b &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b y \cdot z dy \quad . \quad . \quad . \end{aligned} \right\} 26)$$

Da für alle Balkenbrücken gemäss Gleichung 10) stets

$$\Sigma X_a - \Sigma X_b = \Sigma X = 0$$

so ist somit:

$$\frac{\mathfrak{A}}{a} \int_0^a y \cdot z dy - \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b y \cdot z dy = 0 \quad . \quad . \quad 27)$$

So lange E für Druck und Zug denselben Werth hat, ist auch stets $\frac{\mathfrak{A}}{a} = \frac{\mathfrak{B}}{b}$, dieses vorausgesetzt, enthält Gleichung 27) die Bedingung:

die neutrale Faser geht durch den Schwerpunkt des Querschnittes.

Wir haben in 7. die Summe aller horizontalen Spannungen gleich der Summe aller horizontalen Pressungen mit R bezeichnet, d. h. es ist

$$\Sigma X_a = \Sigma X_b = R$$

Wir können nunmehr für homogene Stäbe einen mathematischen Ausdruck für R geben, indem wir für ΣX_a und ΣX_b die so eben entwickelten Werthe einsetzen, d. h. es ist

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_a^0 y \cdot z dy \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ R &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b y \cdot z dy \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} 28)$$

Um diesen Ausdruck durch Zahlenwerthe darstellen zu können, muss die neutrale Faser vorab bekannt sein, d. h. es muss der Schwerpunkt des Querschnitts bestimmt worden sein.

Die Kräfte ΣX_a und ΣX_b bilden, wie nun schon mehrfach hervorgehoben, ein Gegenpaar, welches wir das Widerstandsmoment ΣXy des betreffenden Querschnitts genannt haben, und welches dem Angriffsmoment der äusseren Kräfte \mathfrak{M} numerisch gleich ist.

Um für ΣXy einen geordneten übersichtlichen Ausdruck zu erhalten, legen wir den Coordinatenursprung in den Schwerpunkt des Querschnitts und bilden die Summe der Kraftmomente

$$\begin{aligned} \text{für Zug} & \quad \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_a^0 zy^2 \cdot dy \\ \text{für Druck} & \quad \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b zy^2 dy \end{aligned}$$

wonach sich ergibt:

$$\mathfrak{M} = \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \int_a^0 zy^2 \cdot dy + \frac{\mathfrak{B}}{b} \int_0^b zy^2 dy \cdot \cdot \quad 29)$$

Den Ausdruck $\int zy^2 dy$ nennt man in der Mechanik das **Trägheitsmoment** der Fläche zy , und ist dieser Ausdruck lediglich von der Gestalt des Querschnitts abhängig; wenn nun wiederum wie oben $\frac{\mathfrak{A}}{a} = \frac{\mathfrak{B}}{b}$ gesetzt werden darf (d. h. wenn die Elasticitätsmodule für Druck und Zug gleich sind), so können die Trägheitsmomente der gedrückten und der gezogenen Fläche sofort addirt werden und ist das Trägheitsmoment Θ des Querschnitts ausgedrückt durch die Gleichung:

$$\Theta = \int_a^0 y^2 \cdot z dy + \int_0^b y^2 z dy \cdot \cdot \cdot \quad 30)$$

Es folgt nun aus den Gleichungen 29) und 30):

$$\mathfrak{M} = \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta = \frac{\mathfrak{B}}{b} \Theta \cdot \cdot \cdot \quad 31)$$

Indem man die Gleichung 31) mit der Gleichung 19) in N°. 7 combinirt, und für R seinen Werth aus Gleichung 28) einsetzt, erhält man für die in Nr. 7 definirte Grösse ξ

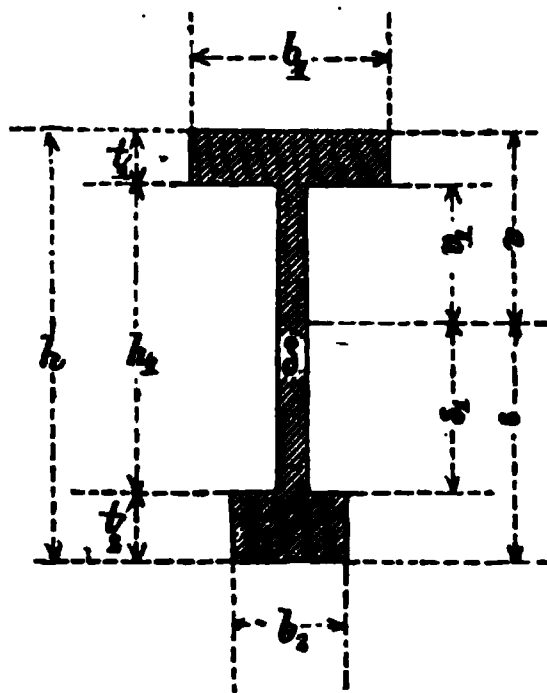
$$\xi = \frac{\Theta}{\int_a^0 yz dy} = \frac{\Theta}{\int_0^b yz dy} \cdot \cdot \quad 32)$$

Die Integrale in Gleichung 32) bedeuten die Momente des gezogenen (beziehungsweise gedrückten) Theils des Querschnitts in Bezug auf die neutrale Faser; da letztere im Schwerpunkt liegt, so erklärt sich die Identität der beiden Momente aus der Definition des Schwerpunkts; für geradlinig begrenzte Querschnittsformen ist das Moment des Querschnitts, bezogen auf die neutrale Faser, sehr leicht anzuschreiben, indem nur elementare Rechnungsarten in Anwendung kommen.

14. Das Widerstandsmoment eines Querschnittes ist nach dem Vorhergehenden direct proportional dem Trägheitsmoment, und indem man letzteres für die einzelnen Querschnittsformen vorab bestimmt, so sind für diese Querschnitte alle umständlichen Rechnungen abgeschnitten; wir geben daher in Tabelle V. und Folgendem eine Zusammenstellung der häufiger vorkommenden Trägheitsmomente Θ und der zugehörigen Grössen $\frac{\Theta}{a}$ und $\frac{\Theta}{b}$.

In den nachfolgenden Querschnitten Fig. 16 und 17 ist angenommen, dass der obere Theil des Querschnitts gepresst, der untere Theil gezogen sei, wie diess bei einem frei aufliegenden Balken der Fall ist; findet der umgekehrte Fall statt (oder wenn der Querschnitt umgedreht gedacht wird), so würden die Werthe $\frac{\Theta}{a}$ und $\frac{\Theta}{b}$ ihre Werthe vertauschen, während Θ unverändert bleibt.

Fig. 16.



Man findet zunächst die Lage des Schwerpunkts durch folgende Gleichung:

$$s = \frac{b_2 t_2 \cdot \frac{t_2}{2} + h_1 \delta \cdot \frac{h_1 + 2 t_2}{2} + b_1 t_1 \cdot \frac{t_1 + 2 (h_1 + t_2)}{2}}{b_1 t_1 + b_2 t_2 + h_1 \delta}$$

Es ist nunmehr das Trägheitsmoment:

Tabelle V.

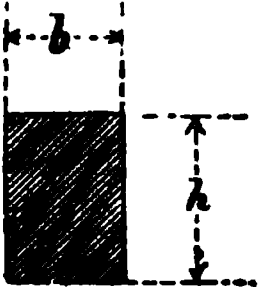
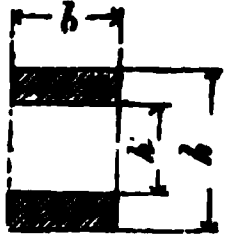
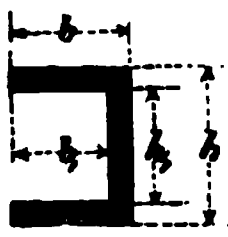
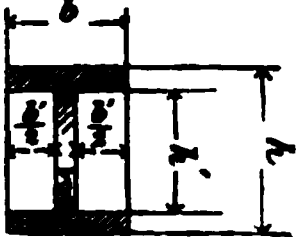
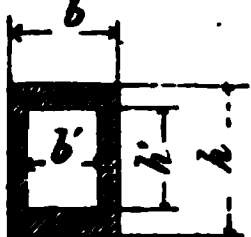
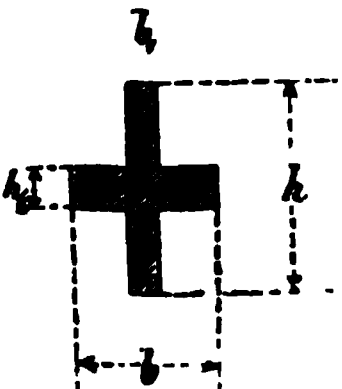
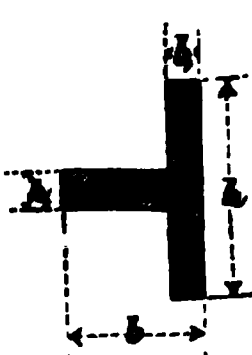
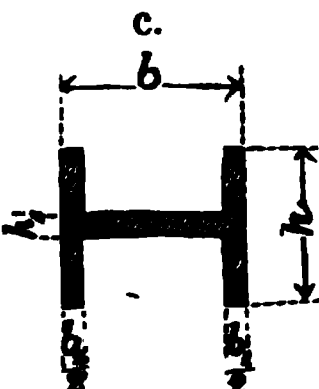
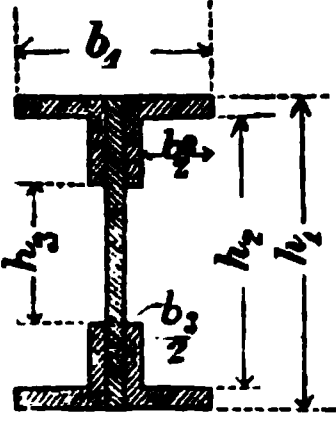
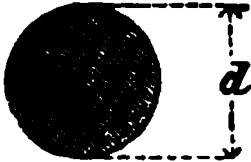
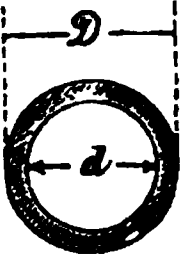

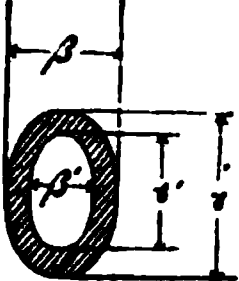
Nr. d. Fig.	Form des Querschnitts.	Trägheitsmoment Θ .	$\frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{b}$
7		$\frac{1}{12} b h^3$	$\frac{1}{6} b h^2$
8		$\frac{1}{12} b (h^3 - h_1^3)$	$\frac{b (h^2 - h_1^2)}{6 \cdot h}$
9	<p>a. </p> <p>b. </p> <p>c. </p>	$\frac{1}{12} (b h^3 - b_1 h_1^3)$ oder $\frac{1}{12} [b h^3 - (b - \delta) h_1^3]$	$\frac{b h^2 - b_1 h_1^2}{6 \cdot h}$ oder $\frac{b h^2 - (b - \delta) h_1^2}{6 \cdot h}$
10	<p>a. </p> <p>b. </p> <p>c. </p>	$\frac{b_1 h^3 + (b - b_1) h_1^3}{12}$	$\frac{b_1 h^2 + (b - b_1) h_1^2}{6 \cdot h}$

Tabelle V. (Fortsetzung.)

Nr. d. Fig.	Form des Querschnitts.	Trägheitsmoment Θ .	$\frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{b}$
11		$\frac{1}{12} \left[b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3 - b_3 h_3^3 \right]$	$\frac{b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3 - b_3 h_3^3}{6 h_1}$
12		$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
13		$\frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$ $= 0,0491 (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}$
14		$0,0601 (D^4 - d^4)$	$\frac{0,1202 (D^4 - d^4)}{D}$
15		$\frac{\pi}{64} (\alpha^3 \beta - \alpha_1^3 \beta_1)$	$\frac{\pi (\alpha^3 \beta - \alpha_1^3 \beta_1)}{32 \alpha}$

$$\Theta = \frac{1}{3} \left[b_1 v^3 - (b_1 - \delta) v_1^3 + b_2 s^3 - (b_2 - \delta) s_1^3 \right]$$

und hieraus das Widerstandsmoment:

$$\frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{s}; \quad \frac{\Theta}{b} = \frac{\Theta}{h - s}$$

Fig. 17a.

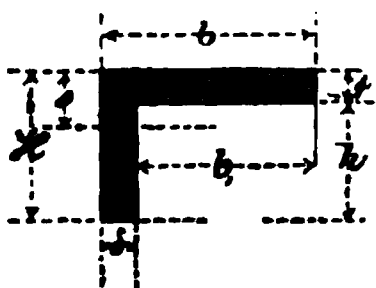


Fig. 17b.

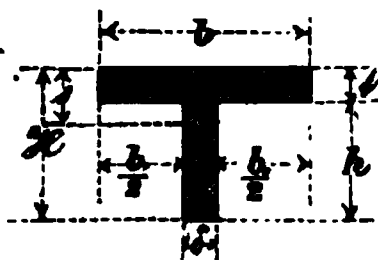
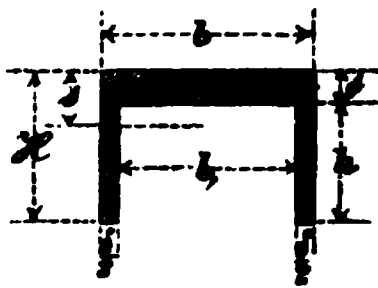


Fig. 17c.

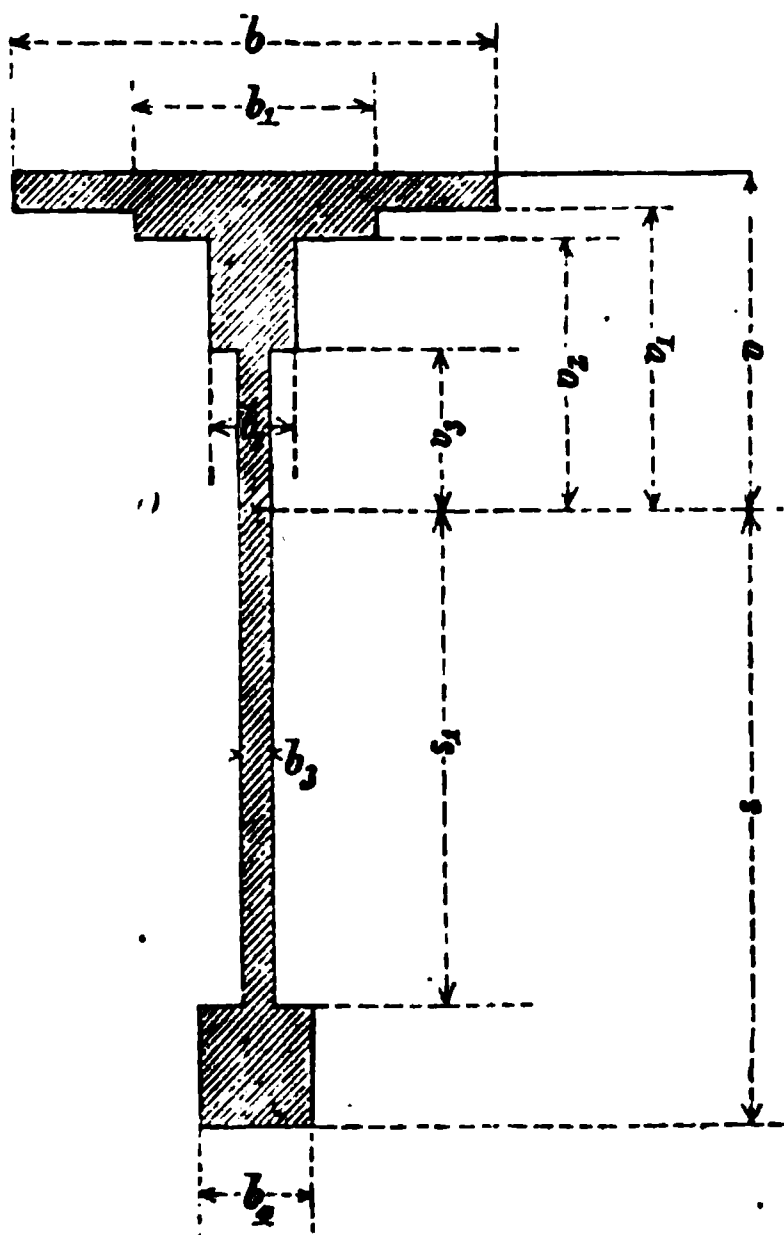


$$s = \frac{b_1 t^2 + \delta H^2}{2 (b_1 t + \delta H)}$$

$$\Theta = \frac{1}{3} \left[b_1 \left(s^3 - (s - t)^3 \right) + \delta \left(s^3 + (H - s)^3 \right) \right]$$

$$\frac{\Theta}{b} = \frac{\Theta}{s}; \quad \frac{\Theta}{a} = \frac{\Theta}{H - s}$$

Fig. 18.



Beispielsweise soll nun das Trägheitsmoment für einen complicirteren Querschnitt bestimmt werden (s. Fig. 18). — Wir

nehmen an, der Schwerpunkt des Querschnittes sei bereits gefunden und die Linie OM sei durch diesen Punkt gelegt. Wir finden dann das Trägheitsmoment durch Addition der Trägheitsmomente des gedrückten und gezogenen Theils, wie solche durch die Linie OM abgeschieden sind. Wir haben für den obern Theil, indem man von dem Trägheitsmoment $\int_0^v by^2 dy = \frac{1}{3} bv^3$ des Vierecks $b \cdot v$ die Trägheitsmomente der hohlen Räume abzieht,

$$\Theta_o = \frac{1}{3} \left(bv^3 - (b - b_1) v_1^3 - (b_1 - b_2) v_2^3 - (b_2 - b_3) v_3^3 \right) \text{ I.}$$

und für den untern Theil

$$\Theta_u = \frac{1}{3} \left(b_4 s^3 - (b_4 - b_3) s_1^3 \right) \quad \text{II.}$$

das Trägheitsmoment Θ des ganzen Querschnitts ist aber

$$\Theta = \Theta_o + \Theta_u \quad \text{III.}$$

Um dieses Verfahren an einem Zahlenbeispiel zu zeigen, sei unter Beibehaltung der vorstehenden Anordnung des Querschnitts die Höhe $H = v + s = 100$ Cent., die Dicke der Mittelrippe $b_3 = 1$ Cent.; das untere Band habe (inclus. Mittelrippe) eine Breite von $b_4 = 5$ Cent. und eine Höhe von 16 Cent.; die obere Gurtung, bestehend aus 2 Winkeln und dem breiten horizontalen Band, habe 100 Quadrat-Centim. Querschnitt; nämlich zwei Winkel von 9 Cent. Schenkelbreite und 1 Cent. Dicke, gibt je 17, zusammen 34 Quadrat-Centim., während das oberste Band 33 Cent. breit und 2 Cent. dick ist; die untere Gurtung hat dann $\frac{4}{5}$ des Querschnitts der oberen Gurtung. — Diese Maasse sind in nachstehender Figur 19. eingetragen und muss nun zunächst der Schwerpunkt dieser Fläche bestimmt werden. — Zu diesem Behufe sind die Abstände y der einzelnen Abtheilungsschwerpunkte von der untern Kante, dergleichen der Abstand s der Gesamtfläche in der Figur eingetragen. Nach der Definition des Schwerpunktes findet die Relation statt:

$$\begin{aligned} s \times (\text{Gesamtfläche}) &= 33. 2. y_5 + 18. 1. y_4 \\ &+ 8. 2. y_3 = 98. 1. y_2 \\ &+ 16. 4. y_1 \end{aligned}$$

woraus, indem man die Flächeninhalte ausrechnet und die Werthe für die einzelnen y einsetzt, folgt:

$$s = \frac{15107}{262} = 57,66 \text{ Cent.,}$$

wonach für die einzelnen v und s der Figur 19 folgt:

$$\begin{aligned} v &= 42,33 \text{ Centim.} \\ v_1 &= 40,33 \quad " \\ v_2 &= 39,33 \quad " \\ v_3 &= 31,33 \quad " \\ s &= 57,66 \quad " \\ s_1 &= 41,66 \quad " \end{aligned}$$

ferner ist

$$b = 33 \text{ Centim.}$$

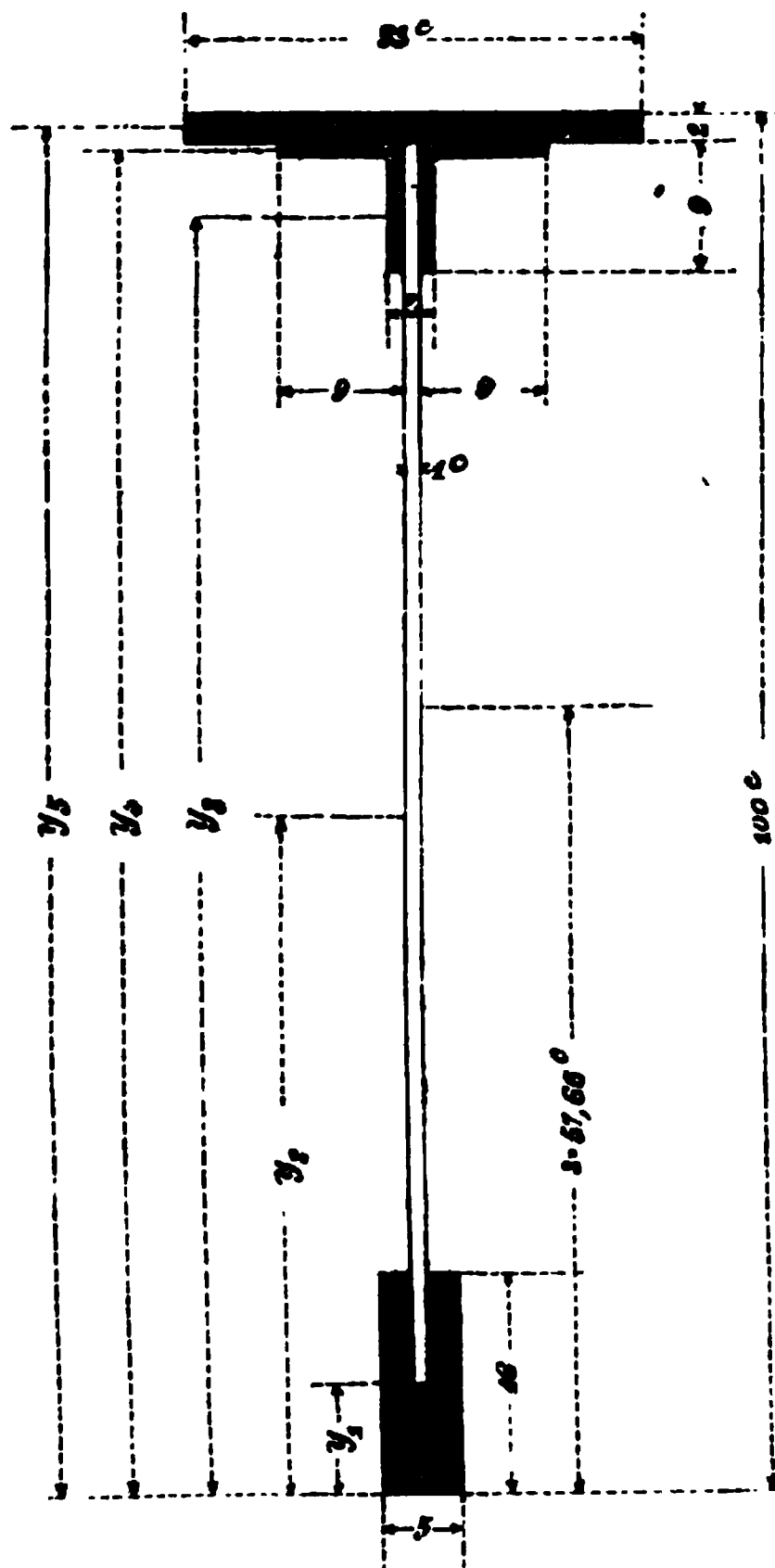
$$b_1 = 19 \quad "$$

$$b_2 = 3 \quad "$$

$$b_3 = 1 \quad "$$

$$b_4 = 5 \quad "$$

Fig. 19.



und nach Einsetzung dieser Werthe in den Gleichungen I.—III.:

$$\theta = \frac{1}{3} \left(33 \cdot 42_{,33}^3 - 14 \cdot 40_{,33}^3 - 16 \cdot 39_{,33}^3 - 2 \cdot 31_{,33}^3 \right) + 5 \cdot 57_{,66}^3 - 4 \cdot 41_{,66}^3$$

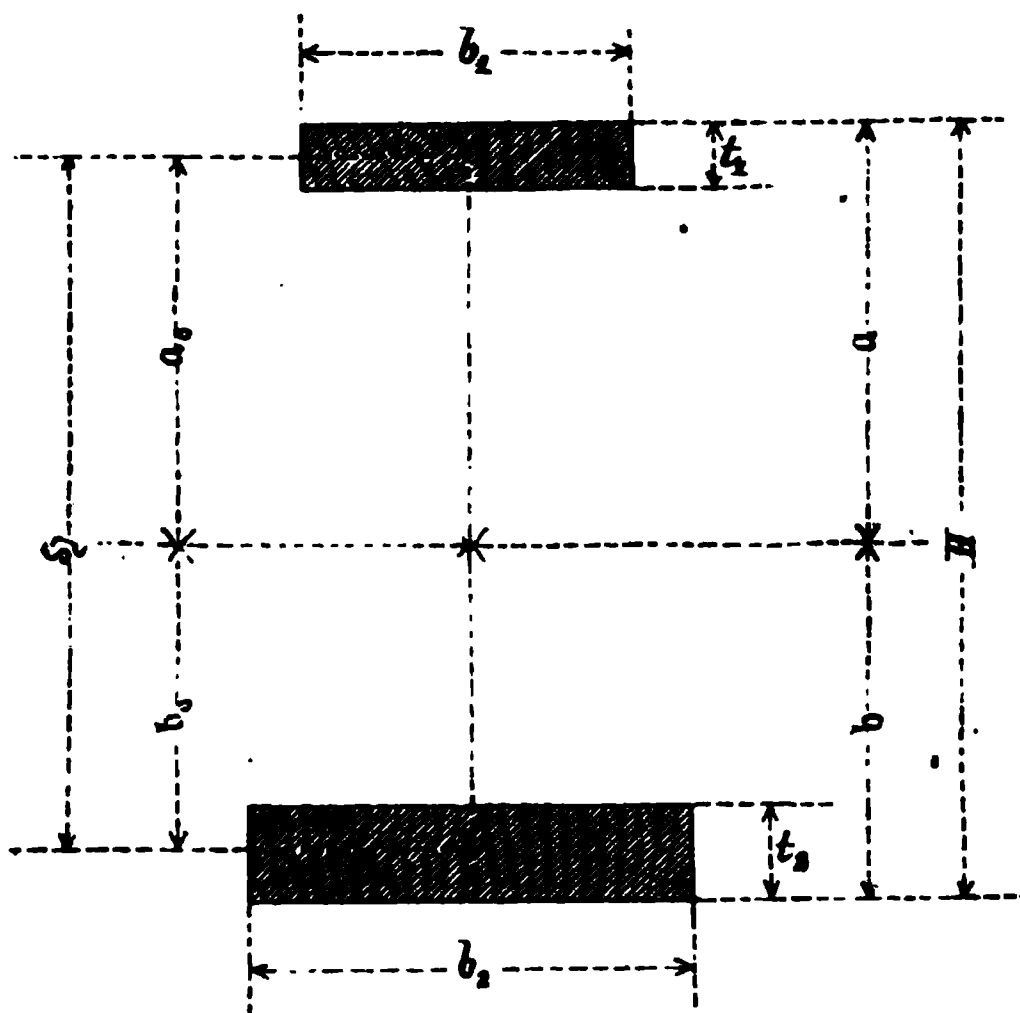
somit

$$\theta = 398113 \text{ Centim.}^4$$

15. Für die meisten Fälle der Praxis kann das Trägheitsmoment Θ , beziehungsweise das Widerstandsmoment ΣXy durch ein Näherungsverfahren schnell mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden, wie diess an dem Beispiel eines Trägers mit rechteckigem Gurtungs-Querschnitt entwickelt und nachgewiesen werden soll.

In nachstehender Figur 20 sei mit a_0 und b_0 der Abstand der Schwerpunkte der beiden Gurtungs-Querschnitte vom gemeinsamen Schwerpunkt der Gesamtfläche bezeichnet; die Bedeutung der übrigen Buchstaben ist aus der Figur selbst ersichtlich.

Fig. 20.



Das Trägheitsmoment dieses Trägers ist

$$\Theta = \frac{1}{3} \left[b_1 (a^3 - [a - t_1]^3) + b_2 (b^3 - [b - t_2]^3) \right]$$

substituiert man in diesen Gleichungen

$$a_0 = a - \frac{t_1}{2} \qquad b_0 = b - \frac{t_2}{2}$$

$$\Omega_a = t_1 b_1 \qquad \Omega_b = t_2 b_2$$

so dass Ω_a und Ω_b die Flächeninhalte der beiden Gurtungen bezeichnen, so erhält man

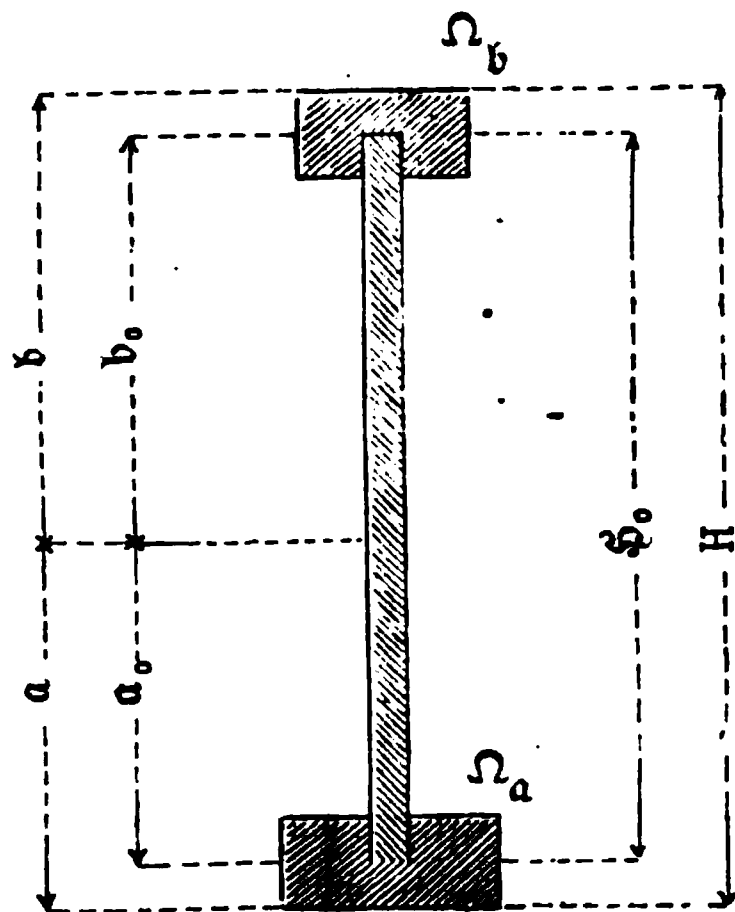
$$\Theta = \frac{1}{3} \left[\Omega_a \left(3a_0^2 + \frac{t_1^2}{4} \right) + \Omega_b \left(3b_0^2 + \frac{t_2^2}{4} \right) \right]$$

16. Wenn man unter sonst gleichen Voraussetzungen, wie in der vorhergehenden Nummer, einen Träger mit voller, dünner Wand betrachtet, und sich das Trägheitsmoment der beiden Gurtungen nach der Annäherungsformel Gleichung 33) gebildet denkt, so erhält man das Trägheitsmoment des ganzen Querschnitts dadurch, dass man zu den Trägheitsmomenten der Gurtungen die Trägheitsmomente der gedrückten und der gezogenen Mittelrippe addirt; es ist

$$\left. \begin{aligned} \Theta &= \Omega_a a_0^2 + \Omega_b b_0^2 + \frac{1}{3} \delta \cdot a_0^3 + \frac{1}{3} \delta b_0^3 \\ \Theta &= a_0^2 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) + b_0^2 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) \end{aligned} \right\} . \quad 36)$$

Wir denken uns nämlich der Einfachheit halber die Mittelrippe gerade bis zum Gurtungsschwerpunkt reichend, was in der Praxis wenig abweicht; derjenige Theil der Mittelrippe, der über

Fig. 21.



den Gurtungsmittelpunkt etwa hinausreicht, wird, insofern er von Belang ist, zum Gurtungsquerschnitt gerechnet.

Sind die beiden Gurtungen von gleich grossem Querschnitt,

so ist $b_0 = a_0 = \frac{\xi_0}{2}$ und

$$\Theta = \frac{\xi_0^2}{2} \left(\Omega + \frac{1}{6} \delta \xi_0 \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37)$$

Für Träger, deren Gurtungen gleichen Querschnitt haben, wird also der Einfluss der Mittelrippe auf die Tragfähigkeit da-

durch berücksichtigt, dass man jedem Gurtungsquerschnitt $\frac{1}{6}$ des Querschnitts der Mittelrippe hinzufügt und nunmehr das Trägheitsmoment eines offenen Balkens (ohne Mittelrippe) anschreibt. — Bei Trägern mit ungleichen Gurtungen muss auf Gleichung 36) zurückgegriffen werden; um auch letztere Gleichung in eine einfachere Form zu bringen, bemerken wir, dass nach der Definition der neutralen Faser die Relation stattfinden muss:

$$a_0 (\Omega_a + \frac{1}{2} \delta a_0) = b_0 (\Omega_b + \frac{1}{2} \delta b_0) \quad . \quad . \quad . \quad \text{I.}$$

Indem man nun links der Gleichung $\frac{1}{6} \delta a_0^2$, rechts $\frac{1}{6} \delta b_0^2$ abzieht und bedenkt, dass die Differenz dieser beiden abzuziehenden Werthe gegenüber Θ vernachlässigt werden darf, so erhält man:

$$a_0 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) = b_0 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) \quad . \quad . \quad . \quad \text{II.}$$

Letztere Gleichung darf man für die gewöhnlichen Fälle der Praxis in Gleichung 36) einsetzen und erhält als meist ausreichende Näherungsformel für den in Figur 21 dargestellten Querschnitt:

$$\Theta = \xi_0 a_0 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) = \xi_0 b_0 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) \quad . \quad . \quad . \quad 38)$$

woraus nach Gleichung 29).

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} = \Sigma Xy &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \xi_0 a_0 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) = \frac{\mathfrak{A}}{a} \xi_0 b_0 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) \\ \mathfrak{M} = \Sigma Xy &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \xi_0 b_0 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) = \frac{\mathfrak{B}}{b} \xi_0 a_0 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 39)$$

Wir zeigen die Anwendung der Formel 38) und zugleich den Grad ihrer Genauigkeit an einem Zahlenbeispiel.

Für den in nachstehender Figur 22 dargestellten Querschnitt sei der Schwerpunkt der Gesamtfläche auf irgend eine Art gefunden; wir wissen aus der früheren Berechnung in 14., dass er 42,33 Cent. von der obersten Gurtungskante absteht, indem wir hier wie oben zunächst von der etwaigen Verschwächung der Querschnitte durch Nietlöcher etc. absehen. — Den Druckmittelpunkt denken wir uns mit der untern Kante des obern Gurtungsbands zusammenfallend, der Zugmittelpunkt ist im Mittelpunkt des untern Bands anzunehmen; es ist alsdann

$$\begin{aligned} b_0 &= 40,33 \text{ Centim.} \\ a_0 &= 49,66 \quad , \\ \xi_0 &= 90,0 \quad , \end{aligned}$$

ausreichend ist. — Wir haben aber absichtlich ein Beispiel eines sehr unsymmetrischen Querschnitts gewählt, bei dem zudem die eine Gurtung verhältnissmässig ziemlich hoch ist; es lässt sich hieraus der Schluss ziehen, wie verschwindend die Ungenauigkeit wird, wenn beide Gurtungen ziemlich gleich gross und insbesondere beide gegenüber dem ganzen Träger verhältnissmässig niedrig sind.

17. Wie der Abstand ξ der Mittelpunkte von Druck und Zug in Gleichung 32) aus dem Trägheitsmoment bestimmt worden ist, so kann man umgekehrt bei complicirteren Querschnitten die Grösse ξ graphisch bestimmen und hieraus das Trägheitsmoment Θ , beziehungsweise das Widerstandsmoment ΣXy ableiten.

Fig. 23.

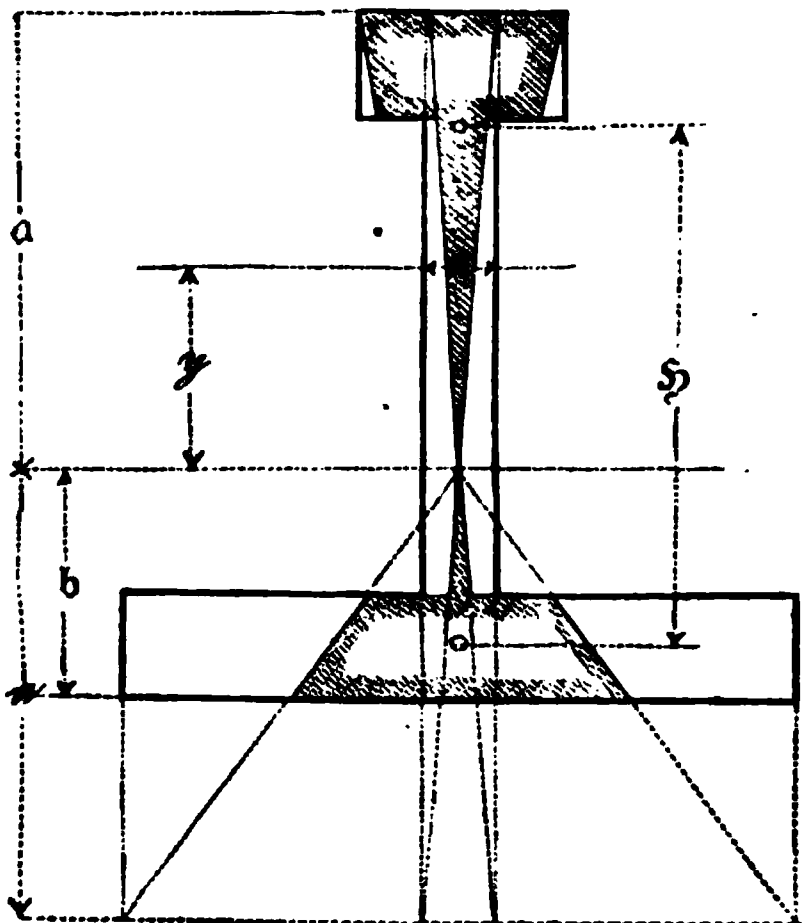
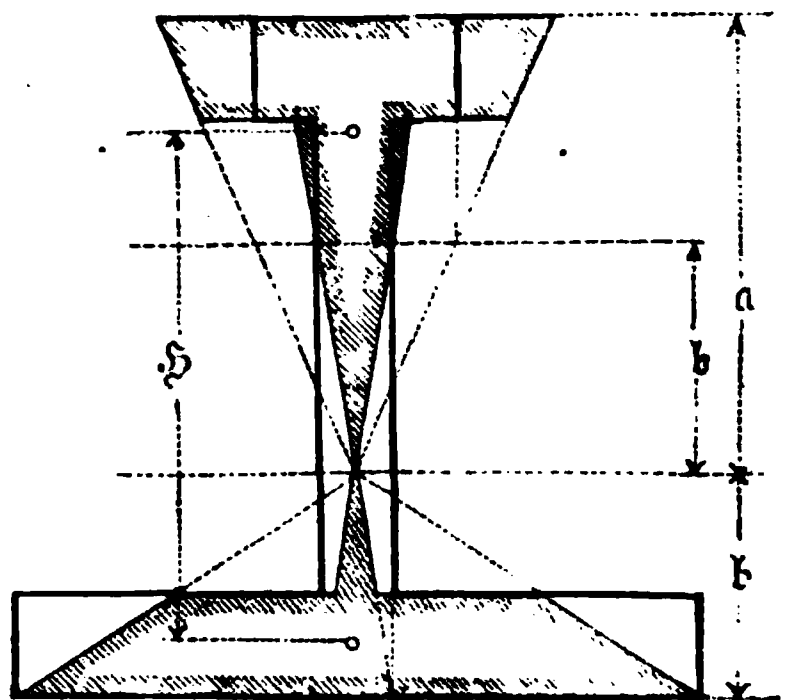


Fig. 23a.



Um ξ graphisch darzustellen, bestimmt man, wie in Fig. 23 geschehen, für jeden Höhenabstand y den Werth $\frac{zy}{a}$, welcher nach Gleichung 25) der in den Elementen von der Breite z , im Abstände y von der neutralen Faser wirkenden Kraft A_y , beziehungsweise B_y , proportional ist, und trägt die so gefundene Grösse als Ordinate parallel der Axe der z auf; indem man ferner die Endpunkte der Ordinaten durch eine gerade oder gekrümmte Linie verbindet, und die zwischenliegende Fläche durch Schraffirung bezeichnet, so stellt jede der beiden schraffirten Figuren eine Fläche dar, welche mit der Spannung beziehungsweise Pressung im obern Band gleichförmig in Anspruch genommen der Kraft R , d. h. der Summe sämtlicher Spannungen, beziehungsweise Pressungen gleich ist; dass beiderlei schraffirte Flächen

gleichen Querschnitt haben müssen, folgt aus Nr. 7. — Indem man endlich die Schwerpunkte der schraffirten Flächen bestimmt, so erhält man in deren Abstand ξ den gesuchten Abstand der Mittelpunkte von Druck und Zug und erhält endlich nach Gleichung 19)

$$\Sigma Xy = \xi R$$

wobei ξ und R nach Obigem graphisch bestimmt worden sind.

In gleicher Weise kann ΣXy aus Figur 23^a) berechnet werden, wenn die im untern Band herrschende Pressung oder Spannung als Einheit angenommen wird.

Das Trägheitsmoment Θ bestimmt sich, indem man ΣXy mit der Grösse $\frac{B}{b}$ oder $\frac{A}{a}$ dividirt; die Grösse $\frac{\Theta}{a}$ einfach durch Multiplication einer der schraffirten Flächen mit ξ .

In der graphischen Darstellung, Tafel VIII., sind auf diese Weise für das Schienenprofil der Metropolitan Railway in London die Widerstandsmomente berechnet worden und zwar für die beiden Fälle, dass der Kopf der Schiene einmal auf Zug, das andere mal auf Druck in Anspruch genommen ist.

18. Dieselbe Betrachtung, mittelst welcher man die Widerstandsvermögen berechnet, lehrt auch für jede Belastung die Gestalt der neutralen Faser, die sogenannte elastische Linie, aufzufinden. Bezeichnen wir nämlich in der schon oben erklärten Figur 5 mit $OM = \rho$ den Krümmungshalbmesser der neutralen Faser am fraglichen Balkenelement, nennen wir dl die Länge des Elements, $d\lambda$ die Verlängerung der am meisten gezogenen äusseren Faser, so ist, wie aus der Figur 5 zu ersehen:

$$\rho : a = dl : d\lambda$$

es ist aber nach Gleichung 22)

$$A = \frac{d\lambda}{dl} E$$

und nach Gleichung 31)

$$\frac{A}{a} = \frac{M}{\Theta}$$

somit ist:

$$M = \frac{\Theta E}{\rho} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40)$$

drücken wir nun den Krümmungshalbmesser ρ nach Anleitung der analytischen Geometrie durch die Coordinaten der Kurve selbst aus, indem wir diese auf dasselbe Coordinatensystem beziehen, wie die Curven B und M . Analog der Annahme der Nr. 5 bezüglich des Vorzeichens der Kräfte nehmen wir abwärts gerichtete Ordinaten als positiv an, alsdann ist:

$$\rho = - \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

Das Vorzeichen von ρ ist nur abhängig von dem Vorzeichen des Nenners: Ist die Curve der elastischen Linie *concav* zur Abscissenachse, so ist $\frac{d^2y}{dx^2}$ negativ, somit ρ positiv, umgekehrt lässt sich aus dem negativen Vorzeichen des Krümmungsradius auf eine *convexe* Gestalt der Biegungscurve in Beziehung auf die Abscissenachse schliessen.

Wir bemerken, dass für die kleinen Biegungen, die wir voraussetzen $\left[\frac{dy}{dx} \right]^2$ stets sehr klein gegenüber der Einheit ist, und folgt aus der Gleichung:

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{d^2y}{dx^2}$$

und endlich nach Gleichung 40):

$$\frac{d^2y}{dx^2} E\Theta = - \mathfrak{M} \quad . \quad . \quad 41)$$

dieses ist die Fundamentalgleichung der elastischen Linie. So oft es möglich ist, den Ausdruck $\frac{\mathfrak{M}}{E\Theta}$ zweimal zu integrieren, so oft ist die Gestalt der neutralen Faser gefunden. Die Rechnung wird ziemlich einfach, wenn das Trägheitsmoment Θ auf die ganze Länge des Stabes constant ist.

Anmerkung. Die Gleichung 41) zeigt zugleich, dass für positives \mathfrak{M} die Curve der elastischen Linie *concav* zur Abscissenachse liegt.

19. Wir wollen die Anwendung der Gleichung an einigen einfachen Beispielen zeigen. Als ersten Fall wählen wir einen an beiden Enden frei aufliegenden Balken, derselbe sei auf die ganze Länge gleichmässig mit q belastet, sein Querschnitt sei durchaus derselbe.

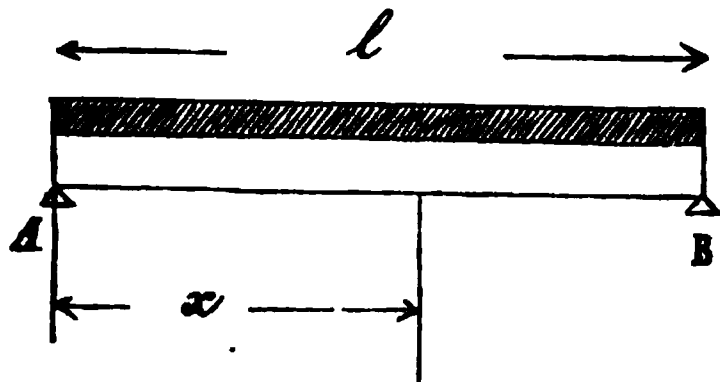
Wir erhalten dann nach Anleitung der Nr. 6, indem wir den Coordinatenursprung in den Punkt A verlegen:

$$A = B = \frac{ql}{2}$$

ferner nach Gleichung 14*):

$$\mathfrak{S} = qx - A = q \left(x - \frac{l}{2} \right)$$

Fig. 24.



und nach Gleichung 15^a):

$$\mathfrak{M} = \frac{qx^2}{2} - x\mathfrak{S} = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2}$$

und somit nach Gleichung 41):

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{qlx}{2} + \frac{qx^2}{2}$$

und durch Integriren:

$$E\Theta \frac{dy}{dx} = \frac{q}{2} \left(-\frac{lx^2}{2} + \frac{x^3}{3} \right) + \text{Const.}$$

Die Constante bestimmt sich dadurch, dass für $x = \frac{l}{2}$ der Quotient $\frac{dy}{dx} = 0$ ist, woraus folgt

$$\text{Const.} = \frac{q}{2} \frac{l^3}{12}$$

Diess substituirt, gibt durch wiederholtes Integriren:

$$E\Theta \cdot y = \frac{q}{24} (-2lx^3 + x^4 + l^3x)$$

wobei die Constante = 0 ist, da für $x = 0$ auch $y = 0$ sein muss. Diess ist für den vorliegenden Fall die Gleichung der elastischen Linie und wir finden die grösste Einsenkung in der Mitte:

$$f = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{E\Theta} \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

Hätte man Θ proportional \mathfrak{M} wachsen lassen, so wäre ein constanter Halbmesser ϱ entstanden und zwar

$$\varrho = \frac{\Theta E}{\mathfrak{M}};$$

wenn man daher dem Balken in der Mitte denselben Querschnitt gegeben hätte, wie oben, dagegen denselben nach den Enden hin hätte abnehmen lassen, so wäre

$$\varrho = \frac{\Theta E \cdot 8}{ql^2}$$

geworden und es wäre somit die Senkung gemäss den Eigenschaften des Kreises gewesen:

$$f_1 = \frac{1}{64} \frac{ql^4}{E\Theta} \quad . \quad . \quad . \quad 42^a)$$

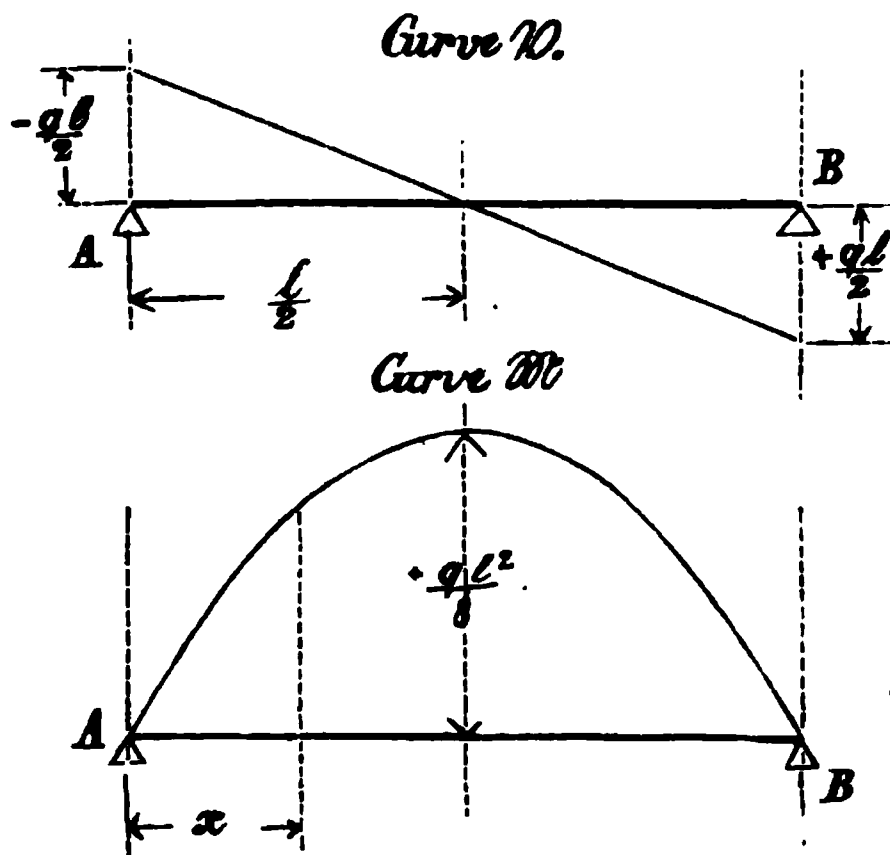
Diese Gleichung 42^a) gibt eine Senkung f_1 , welche $\frac{6}{5}$ derjenigen Senkung f beträgt, welche durch Gleichung 42) für einen Balken von gleichförmiger Stärke erhalten wird.

Die behufs Bestimmung der Gleichung der Biegungscurve berechneten Werthe der Vertikalkraft und des Angriffsmoments geben zugleich Gelegenheit, die Curven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} für diesen Fall zur Anschauung zu bringen:

Es ist nämlich (wie wir schon in Nr. 6 angedeutet) die Curve \mathfrak{B} eine Gerade, die Curve \mathfrak{M} eine Parabel vom Parameter $\frac{q}{4}$ (wenn die Gleichung der Parabel die Form hat $y = 2px^2$).

Diese beiden Curven sind in Fig. 25 dargestellt, wobei positive \mathfrak{B} nach unten, positive \mathfrak{M} nach oben eingetragen sind.

Fig. 25.



Als zweites Beispiel betrachten wir den Fall, dass der auf den Stützen A und B frei aufliegende Träger des vorherigen Beispiels im Abstand λ von A mit einem isolirten Gewichte P belastet sei (Fig. 26).

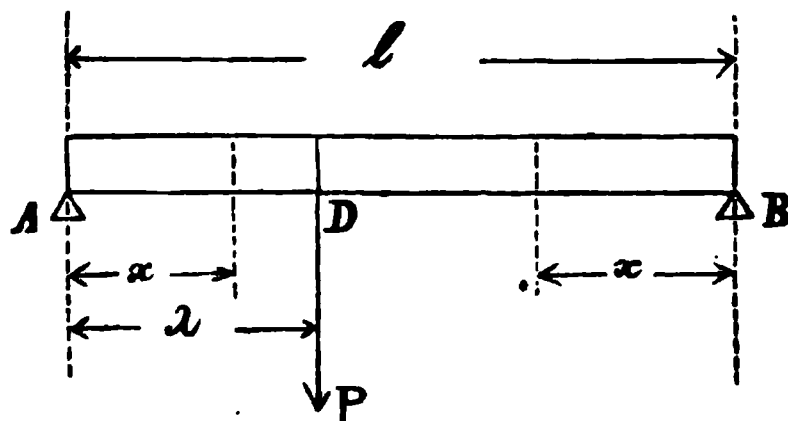
Wir erhalten zunächst für die Auflagerdrücke in A und B (nach Gleichung 2 und 4)

$$A = P \frac{1 - \lambda}{1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I.}$$

$$B = P \frac{\lambda}{1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II.}$$

Nunmehr können wir die Gleichung 41) für jedes der Trägerstücke AD und DB anschreiben, und indem wir für das Stück AD den Koordinatenursprung in A, für DB in B annehmen, und

Fig. 26.



nach Analogie des vorhergehenden Beispiels zweimal integrieren, erhalten wir, da $M_x = A \cdot x$

1) für das Stück AD (abwärts gerichtete y positiv):

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = -Ax$$

$$E\Theta \frac{dy}{dx} = -\frac{Ax^2}{2} + K_1 \quad \text{III.}$$

$$E\Theta y = -\frac{Ax^3}{6} + K_1x + K_2 \quad \text{IV.}$$

2) für das Stück BD:

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = -Bx$$

$$E\Theta \frac{dy}{dx} = -\frac{Bx^2}{2} + K_3 \quad \text{V.}$$

$$E\Theta y = -\frac{Bx^3}{6} + K_3x + K_4 \quad \text{VI.}$$

Es erübrigt noch, die von der Integration herrührenden Constanten K zu bestimmen:

Zunächst sind K_2 und $K_4 = 0$, weil die Punkte A und B gleich hoch liegen, somit in den Gleichungen IV. und VI. je für $x = 0$ auch $y = 0$ wird.

Um K_1 und K_3 zu erhalten, nennen wir φ den Winkel der elastischen Linie im Punkte D mit dem Horizont, und f den Biegungspfeil daselbst, dann erhält man aus Gleichung III. und V.

Für $x = \lambda$ in III.:

$$E\Theta \operatorname{tg} \varphi = -\frac{A\lambda^2}{2} + K_1$$

Für $x = 1 - \lambda$ in V.:

$$E\Theta \operatorname{tg} \varphi = - \frac{B(1-\lambda)^2}{2} + K_3$$

und aus den Gleichungen IV. und VI.:

Für $x = \lambda$ in IV.:

$$E\Theta f = - \frac{A\lambda^3}{6} + K_1\lambda$$

Für $x = 1 - \lambda$ in VI.:

$$E\Theta f = - \frac{B(1-\lambda)^3}{6} + K_3(1-\lambda)$$

Durch Elimination von φ und f erhält man sodann:
unter Berücksichtigung von I. und II.:

$$K_1 = \frac{P(1-\lambda)\lambda}{6l}(2l-\lambda)$$

$$K_3 = P\lambda \frac{(1-\lambda)(1+\lambda)}{6l}$$

und durch Einsetzung in Gleichung IV. und VI. die Gleichungen der Biegungscurven:

Für AD, Ursprung in A

$$E\Theta \cdot y = - \frac{P(1-\lambda)}{6l} x^3 + P(1-\lambda) \frac{\lambda}{l} (2l-\lambda) x \quad \text{VII.}$$

Für DB, Ursprung in B

$$E\Theta y = - \frac{P\lambda}{6l} x^3 + \frac{P\lambda(1-\lambda)(1+\lambda)}{6l} x \quad \text{VIII.}$$

Durch Einsetzung von $x = \lambda$ in VII. oder $x = (1-\lambda)$ in VIII. folgt der Biegungspfeil in D

$$f = \frac{P}{3E\Theta} \frac{(1-\lambda)^2 \lambda^2}{1} \quad \text{42}^b)$$

welcher Werth für den speciellen Fall, dass $\lambda = \frac{1}{2}$ in folgenden übergeht:

$$f_1 = \frac{1}{48} \frac{P}{E\Theta} l^3 \quad \text{42}^c)$$

Vergleicht man dieses Resultat mit Gleichung 42), so ersieht man, dass unter der Annahme $P = ql$ der Biegungspfeil im Verhältniss 8:5 grösser ist.

Der durch Gleichung 42^b) gegebene Biegungspfeil ist nicht zugleich die grösste Einbiegung des Balkens AB, sondern wird diese zwischen A und D oder D und B eintreten, je nachdem λ grösser oder kleiner ist als $\frac{1}{2}$.

Ist beispielsweise $\lambda < \frac{1}{2}$, so erhalten wir die Abscisse der grössten Einbiegung, indem wir in Gleichung V. $\frac{dy}{dx} = 0$ setzen.

Diese giebt:

$$-\frac{Bx^2}{2} + K_3 = 0$$

und nach Einsetzung der Werthe von B und K_3 und Reduction:

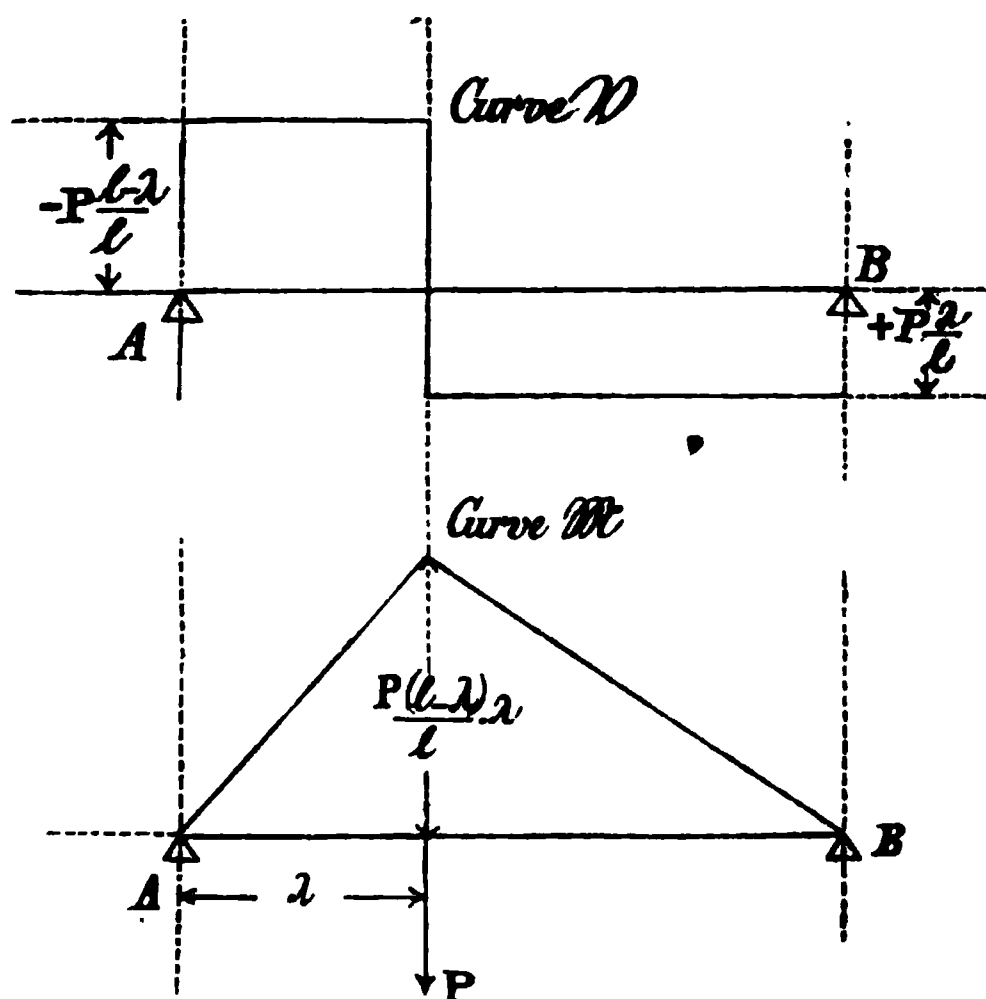
$$x = \sqrt{\frac{(1-\lambda)(1+\lambda)}{3}} \quad (\text{Ursprung in B})$$

und diesen Werth von x in VIII. eingesetzt, giebt den grössten Biegunspfeil:

$$f_{\max} = \frac{1}{E\theta} \frac{P\lambda(1-\lambda)(1+\lambda)}{9l} \sqrt{\frac{(1-\lambda)(1+\lambda)}{3}} \quad . \quad . \quad 42^d)$$

Die Gleichungen für die Curven \mathfrak{S} und \mathfrak{M} schreiben sich für diesen Fall einer Einzellast folgendermassen an, wobei wir den Coordinatenursprung für beide Theile des Trägers in A annehmen:

Fig. 27.



1) für das Stück AD.

$$\mathfrak{S} = -A = -\frac{P(1-\lambda)}{l} \quad . \quad . \quad . \quad \text{IX.}$$

$$\mathfrak{M} = Ax = \frac{P(1-\lambda)}{l} x \quad . \quad . \quad . \quad \text{X.}$$

2) für das Stück DB

$$\mathfrak{S} = -A + P = \frac{P\lambda}{1} \quad \text{XI.}$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} &= Ax - P(x - \lambda) \\ &= P \frac{\lambda}{1} (1 - x) \quad \text{XII.} \end{aligned}$$

Aus Gleichung IX.—XII. ist ersichtlich, dass die Curven \mathfrak{S} und \mathfrak{M} gerade Linien bilden, und zwar ist \mathfrak{S} je für einen Theil des Trägers constant. \mathfrak{M} erhält seinen grössten Werth $= P(1 - \lambda) \frac{\lambda}{1}$ für $x = \lambda$, wie aus vorstehender Fig. 27 ersichtlich ist.

Ist der Träger AB ausser der Einzellast P noch mit q per Längeneinheit belastet, so sind die Werthe von \mathfrak{S} und \mathfrak{M} , wie sie aus den Gleichungen der letztbehandelten Beispiele erhalten werden, einfach zu addiren, was kaum eines Beweises bedarf.

Die Gleichungen der elastischen Linie erhält man ganz analog dem zuletzt behandelten Beispiel aus folgenden Fundamentalgleichungen:

Für AD, Ursprung in A

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = -Ax + \frac{qx^2}{2}$$

Für BD, Ursprung in B

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = -Bx + \frac{qx^2}{2}$$

indem man diese Gleichungen zweimal integrirt unter Einsetzung folgender Werthe von A und B

$$A = P \frac{1 - \lambda}{1} + \frac{ql}{2}$$

$$B = P \frac{\lambda}{1} + \frac{ql}{2}$$

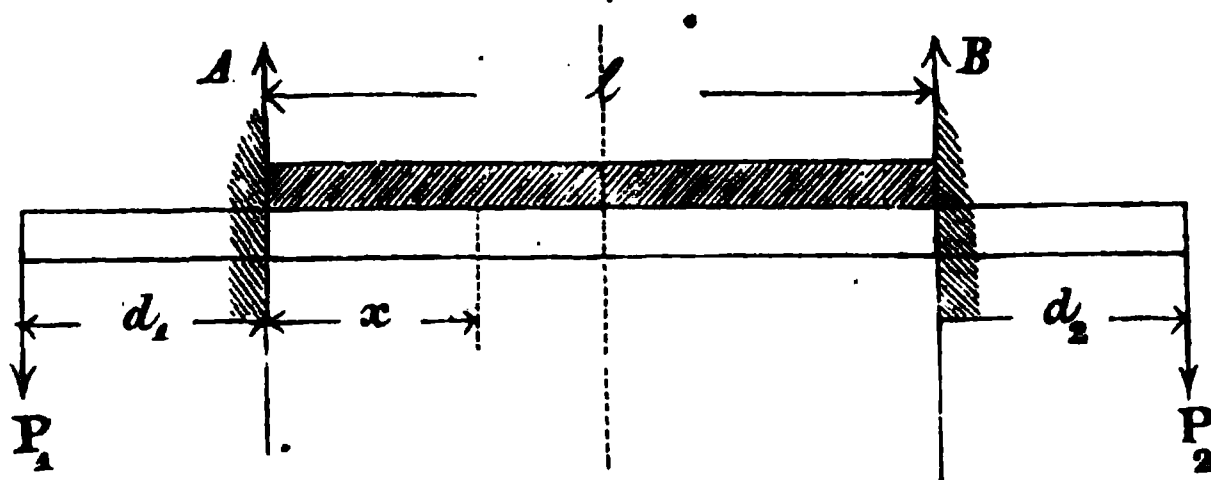
20. Bei Hochbauten kommen häufig solche Träger zur Anwendung, deren Enden unverrückbar in den Seitenmauern befestigt sind. Die Einbiegungen solcher an einem oder beiden Enden eingespannten Träger können in ganz gleicher Weise berechnet werden, und wählen wir als Beispiel einen an beiden Enden horizontal eingespannten gleichmässig mit q belasteten Balken von der freien Länge l und durchaus gleichem Querschnitt.

Für diesen Fall sind die Auflagedrücke nicht vorweg bekannt, und müssen erst mit Hülfe der elastischen Linie gefunden werden.

Die Einspannung des Balkens in A und B (Fig. 28) denken wir uns dadurch erreicht, dass der Balken je um d_1 und d_2 über

A und B hinaus verlängert ist, und an den freien Enden die Kräfte P_1 und P_2 angebracht sind, deren Grösse sich daraus bestimmt, dass in A und B die Biegungcurve eine horizontale Tangente erhält.

Fig. 28.



Wir nehmen den Coordinatenursprung in A, dann ist für einen Punkt x

$$\mathfrak{S} = P_1 - A + qx \quad \dots \dots \dots \text{I.}$$

$$\mathfrak{M} = Ax - P_1 (d_1 + x) - \frac{qx^2}{2} \quad \dots \dots \dots \text{II.}$$

somit nach Gleichung 41):

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = -Ax + P_1 (d_1 + x) + \frac{qx^2}{2}$$

und durch Integration:

$$E\Theta \frac{dy}{dx} = -\frac{Ax^2}{2} + P_1 d_1 x + P_1 \frac{x^2}{2} + \frac{qx^3}{6} \quad \dots \dots \text{III.}$$

$$E\Theta y = -\frac{Ax^3}{6} + P_1 d_1 \frac{x^2}{2} + P_1 \frac{x^3}{6} + \frac{qx^4}{24} \quad \dots \text{IV.}$$

wobei keine Constanten hereinkommen, weil für $x = 0$ $\frac{dy}{dx}$ und $y = 0$ sind.

Die Bedingung, dass die Curve der elastischen Linie durch B gehen und daselbst eine horizontale Tangente haben muss, giebt folgende Gleichungen zur Bestimmung von P und A :

für $x = l$ in II.:

$$0 = -\frac{Al^2}{2} + P_1 d_1 l + \frac{P_1 l^2}{2} + \frac{ql^3}{6}$$

für $x = l$ in III.:

$$0 = -\frac{Al^3}{6} + P_1 d_1 \frac{l^2}{2} + \frac{P_1 l^3}{6} + \frac{ql^4}{24}$$

Auflagerdrücke	$n + 1$
Tangentenwinkel	$n + 1$
Constante, deren je zwei für jede Oeffnung für die zweimalige Integration nothwendig werden	$2 n$
zusammen Unbekannte	$4 n + 2$

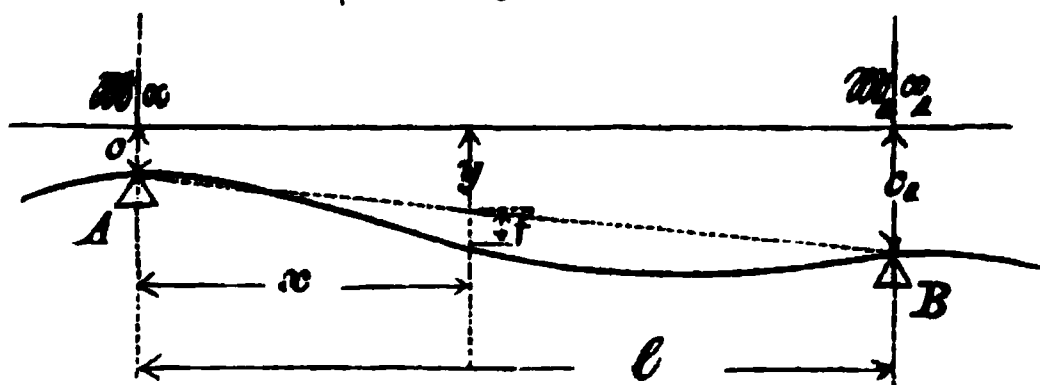
Zu Bestimmung dieser Unbekannten hat man folgende Relationen: die Biegungscurve jeder Oeffnung muss durch die beiden Auflagerpunkte gehen und muss an jedem Stützpunkt den oben eingeführten Winkel mit dem Horizont bilden. Man hat daher für jede Oeffnung 4 Gleichungen und ausserdem die beiden Bedingungen des Gleichgewichts zwischen den äussern Kräften und den Auflagerreactionen, somit im Ganzen $4 n + 2$ Gleichungen zu Bestimmung der vorhandenen $4 n + 2$ Unbekannten.

Durch die oben angedeutete Methode ist man daher im Stande, für jede beliebige Anzahl von Oeffnungen die Gestalt der neutralen Linie sowohl, als auch die unbekannten Auflagerdrücke zu bestimmen. Wenn die Enden eines über mehrere Oeffnungen gespannten Trägers nicht frei sind, sondern unter einem bestimmten Winkel gegen den Horizont eingespannt sind, so hat man das in N°. 20 angegebene Verfahren zu benützen.

Wegen der vielen zu eliminirenden Unbekannten wird die vorstehend beschriebene Methode sehr zeitraubend und ist der folgenden Methode des Ingenieur Clapeyron, welche auf weit kürzerem Wege zum Ziele führt, der Vorzug zu geben. Zum Gebrauch für spätere Anwendung werden wir das Verfahren verallgemeinern.

Betrachten wir irgend eine der n Spannweiten eines Trägers und bezeichnen wir mit

Fig. 30.



A und B die Auflagerdrücke an den gleichnamigen Stützpunkten,

A_B die Vertikalkraft zunächst dem Auflager in der Richtung gegen B (positiv, wenn abwärts gerichtet),

l die Spannweite,

M_1 und M_2 die Angriffsmomente der äusseren Kräfte auf den Auflagern A und B (von links nach rechts drehend positiv),

M_x das Angriffsmoment in einem Punkt, dessen Abscissen und Ordinaten x und y bezeichnen, während die Axe der y durch den Auflagerpunkt A geht, positive y abwärts gerichtet sind, so ist:

und indem man diesen Werth von M_x in Gleichung 41) einsetzt:

Ausserdem besteht zwischen A , M und M , folgende Relation, wenn man B als Mittelpunkt der Momente annimmt:

woraus

und durch Substitution in obige Gleichung I.:

Wird diese Gleichung integriert und berücksichtigt, dass für $x = 0, \frac{dy}{dx} = \alpha$, so erhält man:

und für $x = 1$

Integriert man Gleichung IV. nochmals, so wird unter Berücksichtigung, dass für $x = 0, y = c$

und da für $x = 1$, $y = c$, sein muss,

woraus man erhält:

$$\alpha = \frac{ql^3}{24E\theta} + \frac{l}{6E\theta}(2m + m_0) + \frac{c - c'}{l} \quad . \quad . \quad . \quad VI.$$

und dieser Werth in Gleichung V. eingesetzt:

$$\alpha_1 = -\frac{ql^3}{24E\Theta} - \frac{l}{6E\Theta} (M + 2M_1) + \frac{c_1 - c}{l} \quad \text{VII.}$$

Letztere beiden Gleichungen enthalten die 4 Unbekannten M , M_1 , α und α_1 ; schreibt man ähnliche Gleichungen für jede Oeffnung des Trägers an, so erhält man $2n$ Gleichungen. Andererseits beträgt die Anzahl der Unbekannten, wenn man bedenkt, dass für die Endstützen $M = 0$ ist und für die Mittelstützen α und M für je zwei Oeffnungen gemeinschaftlich sind

$$\begin{aligned} n - 1 & \text{ unbekannte Momente,} \\ n + 1 & \text{ Auflagerwinkel,} \end{aligned}$$

zusammen $2n$ Unbekannte.

Die Elimination der Unbekannten kann sehr vereinfacht werden, wenn man Hilfsgrößen in die Gleichungen VI. und VII. einführt.

Setzt man nämlich:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{l^3}{24E\Theta} \chi & \alpha_1 &= \frac{l^3}{24E\Theta} \psi \\ M &= \frac{2}{8} \mu l^2 & M_1 &= \frac{2}{8} \nu l^2 \\ c_1 - c &= \kappa \frac{l^4}{24E\Theta} \end{aligned} \right\} \quad \text{VIII.}$$

so schreiben sich Gleichungen VI. und VII. in folgender Form:

$$\begin{aligned} \chi &= q + 2\mu + \nu + \kappa \\ \psi &= -q - \mu - 2\nu + \kappa \end{aligned}$$

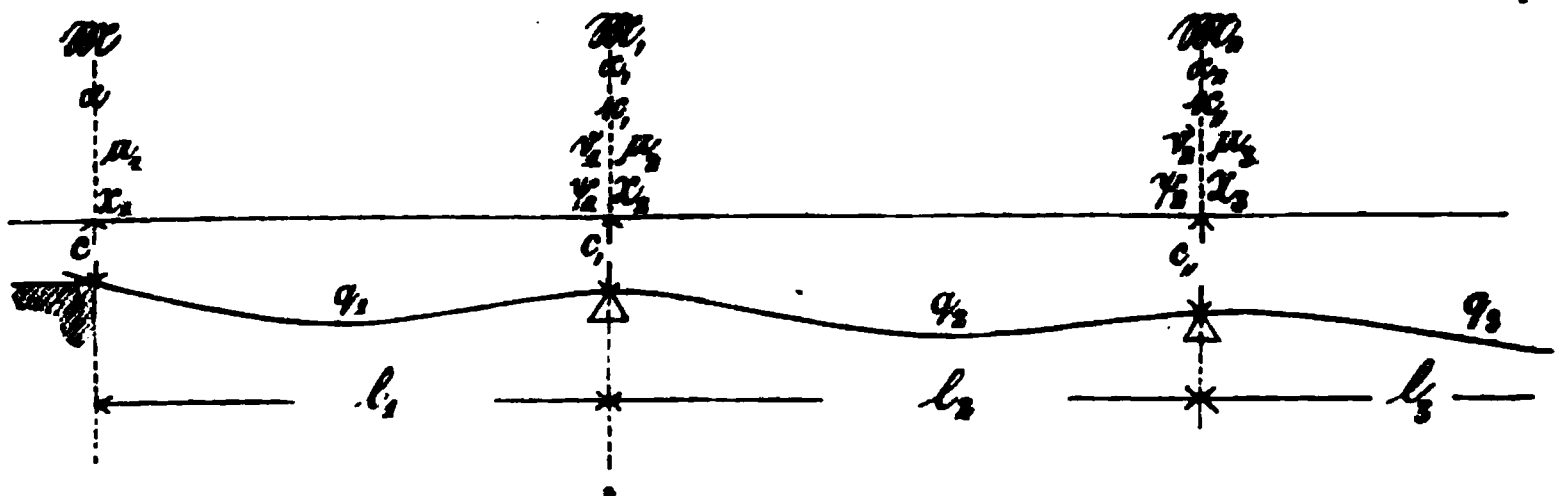
welche sich leicht in folgende abändern:

$$\left. \begin{aligned} \nu &= -q - 2\mu + \chi - \kappa \\ \psi &= q + 3\mu - 2\chi + 3\kappa \end{aligned} \right\} \quad \text{IX.}$$

Diese Gleichungen geben die Werthe für M und α für eine Spannweite, wenn die entsprechenden Werthe der vorhergehenden bekannt sind, unmittelbar mit Hülfe der Relationen VIII.

22. Durch wiederholte Anwendung der Gleichungen IX. in Nr. 21 kann man nun für einen beliebig unterstützten Träger von n Oeffnungen die Biegungscurve, die Momente auf den Stützpunkten und die Auflagerdrücke auffinden.

Fig. 31.



Es bezeichnen :

$l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ die Grösse der Spannweiten,
 $M, M', M'', M''' \dots M_n$ die Momente auf den Stützpunkten,
 $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha''' \dots \alpha_n$ die Tangenten der Winkel der elastischen
 Linie auf den Stützpunkten mit der Hori-
 zontalen,
 $q_1, q_2, q_3 \dots q_n$ die Belastung der einzelnen Spannweiten
 pro Längeneinheit,
 $c, c', c'', c''' \dots c_n$ die Ordinaten der Stützpunkte.

Führen wir analog Gleichung VIII. die folgenden Hilfs-
 grössen ein, indem wir setzen :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{l_1^3}{24E\Theta} \quad \psi_1 = \frac{l_2^3}{24E\Theta} \chi_2 \\ \alpha'' &= \frac{l_2^3}{24E\Theta} \quad \psi_2 = \frac{l_3^3}{24E\Theta} \chi_3 \\ M_1 &= \frac{2}{8} l_1^2 \nu_1 = \frac{2}{8} l_2^2 \mu_2 \\ M'' &= \frac{2}{8} l_2^2 \nu_2 = \frac{2}{8} l_3^2 \mu_3 \\ c_1 - c &= x_1 \frac{l_1^4}{24E\Theta} \\ c'' - c' &= x_2 \frac{l_2^4}{24E\Theta} \end{aligned} \right\} \dots X.$$

so schreiben sich die Gleichungen für die verschiedenen Spann-
 weiten folgendermassen :

für die erste Spannweite

$$\nu_1 = -q_1 - 2\mu_1 + \chi_1 - x_1$$

$$\psi_1 = q_1 + 3\mu_1 - 2\chi_1 + 3x_1$$

für die zweite Spannweite

$$\nu_2 = -q_2 - 2\mu_2 + \chi_2 - x_2$$

$$\psi_2 = q_2 + 3\mu_2 - 2\chi_2 + 3x_2$$

für die n^{te} Spannweite

$$\nu_n = -q_n - 2\mu_n + \chi_n - x_n$$

$$\psi_n = q_n + 3\mu_n - 2\chi_n + 3x_n$$

. . . 44)

Auf dem ersten und letzten Stützpunkt ist das Moment der
 äusseren Kräfte 0, somit noch zu setzen:

$$M = M_n = 0$$

woraus

$$\mu_1 = \nu_n = 0$$

Die Elimination der Hilfsgrössen hat bei der einfachen Form
 der Gleichungen keine Schwierigkeit. Eliminirt man nämlich mit
 Hülfe der Relationen X. das System von Unbekannten $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$
 $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \dots$, so enthalten die Gleichungen 44) nur noch die Un-
 bekannten $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots, \psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$, woraus der Reihe nach

die Grössen r_1, r_2, r_3, \dots und mit Hülfe der Relationen X. die gesuchten Momente auf den Stützpunkten M_1, M_2, M_3 , etc. gefunden werden können.

Ist M gefunden, so erhält man die Vertikalkräfte zunächst den Stützpunkten aus Gleichung II. und die Gestalt der neutralen Linie aus Gleichung V^a. Die Auflagerdrücke selbst ergeben sich als Summe der zunächst den Pfeilern rechts und links derselben wirkenden Vertikalkräfte, womit Alles bekannt ist.

Handelt es sich um die Bestimmung der grössten Einsenkung, so darf hier nicht das Maximum oder Minimum von y aus Gleichung V, gesucht werden, weil die tiefste Stelle der Biegungscurve dann meist mit einem Auflagepunkt zusammenfällt, wenn c , erheblich von c abweicht.

Denkt man sich die gerade Verbindungslinie zwischen den Stützpunkten A und B gezogen, so ist die Einbiegung dargestellt durch den Abstand der Curve von dieser schrägen Geraden und somit die Einsenkung

$$f_x = y - c - \frac{(c_1 - c)}{l} x \quad (\text{vergl. Fig. 30})$$

Von diesem Werthe ist sodann das Maximum zu suchen, um die grösste Einsenkung zu erhalten.

Die in einem spätern Abschnitt folgenden Beispiele werden darthun, dass die obigen scheinbar complicirten Formeln eine einfache Anwendung gestatten!

Selbstverständlich behalten die Formeln auch ihren Werth für eine einzige Oeffnung: die in Nr. 20 behandelte Aufgabe eines an beiden Enden eingespannten, gleichförmig mit q belasteten Balkens (vergl. Fig. 28 und 29) löst sich unmittelbar mit Hülfe der Formeln V.—VII. der N^o. 21, indem wir in denselben setzen:

$$a = a_1 = 0$$

$$c = c_1 = 0$$

Wir erhalten durch Elimination aus VI. und VII.:

$$M = M_1 = -\frac{ql^2}{12}$$

und dieses in V. eingesetzt giebt die Gleichung der elastischen Linie

$$E\theta y = -\frac{qlx^3}{12} + \frac{qx^4}{24} + \frac{qx^2l^2}{24}$$

wie dort gefunden wurde (vergl. Gleichung VII. der N^o. 20).

23. Die in Nr. 19—22 enthaltenen Betrachtungen sind unter der Voraussetzung durchgeführt, dass der betrachtete Balken überall denselben Querschnitt habe, was in der Ausführung selten zutreffen wird. — Für den Fall, der in der Praxis wenigstens annähernd vorkommt, dass die Querschnitte auf die Länge einer Spannweite constant, für die auf einander folgenden Spannweiten jedoch verschieden sind, sind die Formeln 44)

anwendbar, nur ist in den Relationen X. statt des constanten Θ für jede Spannweite ein besonderes $\Theta_1 \ \Theta_2 \ \Theta_3 \dots$ einzuführen.

Wechselt Θ innerhalb der Spannweite, so sind unsere Formeln nicht mehr genau; man wird indess in den meisten Fällen ganz brauchbare Resultate erhalten, wenn man für Θ einen mittleren Werth in die Rechnung einführt.

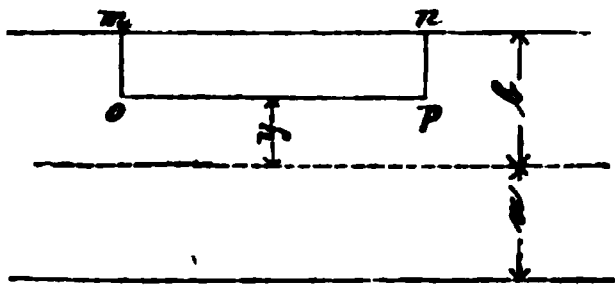
24. Die in den vorstehenden Nummern **13—23** entwickelte Berechnung des Widerstandsmoments und der Biegung stabförmiger Körper ist durch die Erscheinungen der Praxis hinreichend bestätigt. — Behufs weiterer Entwicklung muss jedoch diese seit Navier allgemein anerkannte Theorie ausgedehnt und theilweise modificirt werden.

Es ist nämlich ein durch Biegung relativ in Anspruch genommener Stab nicht allein in seiner Längenrichtung gepresst und gezogen, sondern es wirken auch nach allen Richtungen abscheerende Kräfte, von denen wir zunächst nur diejenigen zu betrachten haben, welche parallel der Ebene XY wirken.

Der Verticalwiderstand ΣY , welcher durch Gleichung 14) für jeden Querschnitt eines Balkens bestimmt wird, ist beim homogenen Träger nichts Anderes als die Summe der verticalen Composanten sämtlicher im fraglichen Querschnitt thätigen Schubkräfte.

Betrachten wir ein Stück mnop eines beliebigen Balkens, so sind wir mittelst der vorangegangenen Theorie der relativen

Fig. 32.



Festigkeit im Stande, die in (mo) und (np) thätigen horizontalen Composanten der innern Pressungen oder Spannungen zu finden. Bezeichnen wir mit mo und np die Summe fraglicher Kräfte, so muss, damit Gleichgewicht bestehe, längs op eine Kraft thätig sein:

$$s = (np) - (mo)$$

es ist diess die im fraglichen Horizontalschnitt thätige Schubkraft (s. Nr. 12). Von der Existenz dieser Kraft überzeugt man sich leicht, wenn man bedenkt, dass bei einem verzahnten Balken die Zähne eben diese Schubkraft aufnehmen müssen. — In Folge dieser auf Abscheeren wirkenden Kraft tritt eine Verschiebung der Atome im Balken ein und die vor der Biegung normalen Querschnitte sind nach der Biegung schief zur neutralen Faser gerichtet, die einzelnen Schichten sind nicht, wie wir vorausgesetzt, concentrisch. — Diese Abweichung ist so äusserst gering, dass die Spannungen und Pressungen in den Längenfaser keine Aenderung erleiden, — wohl aber fragt es sich, in welcher Weise das Material

ausserdem durch besagte Schubkräfte in Anspruch genommen ist.

Behalten wir ganz dieselben Bezeichnungen bei, wie bei Entwicklung der relativen Festigkeit, so erhalten wir als Resultante aller in np thätigen horizontalen Kräfte:

$$(\Sigma X) = \int_y^b \frac{\mathfrak{B}}{b} zy dy$$

und da nach Gleichung 31)

$$\frac{\mathfrak{B}}{b} = \frac{\Sigma Xy}{\Theta}$$

so ist

$$(\Sigma X) = \frac{\Sigma Xy}{\Theta} \int_y^b zy dy$$

Die auf die Länge dx bei p wirkende Schubkraft ist daher nach der am Anfang der Nummer gegebenen Betrachtung $(\Sigma X) - (\Sigma X)_0 = d(\Sigma X)$ und die in op wirkende auf die Längeneinheit bezogene Schubkraft S ist:

$$S = \frac{d(\Sigma X)}{dx} = \frac{d(\Sigma Xy)}{dx} \frac{1}{\Theta} \int_y^b zy dy$$

woraus mit Benützung von Gleichung 17)

$$S = \frac{\Sigma Y}{\Theta} \int_y^b zy \cdot dy \quad . \quad . \quad . \quad 45)$$

Man sieht leicht, dass die horizontale Schubkraft ihren grössten Werth erhält in der neutralen Faser, für welche $y = 0$ ist.

Für die neutrale Faser lässt sich der Ausdruck für S zur Anschauung bringen. Bezeichnet man nämlich die Resultante aller Pressungen oder Spannungen in einem Balkenquerschnitt mit R , mit ξ die Entfernung ihrer Angriffspunkte (s. Nr. 7), so ist:

$$\begin{aligned} (\Sigma X) &= R \\ \Sigma Xy &= R\xi \end{aligned}$$

folglich die Schubkraft in der neutralen Faser:

$$S_0 = \frac{dR}{dx} = \frac{1}{\xi} \frac{d(\Sigma Xy)}{dx}$$

und nach Gleichung 17) unter Berücksichtigung von 11^a) und 12^a)

$$S_0 = \frac{\Sigma Y}{\xi} \quad . \quad . \quad . \quad 46)$$

wo ξ aus Gleichung 32) beziehungsweise aus Nr. 17 gefunden wird.

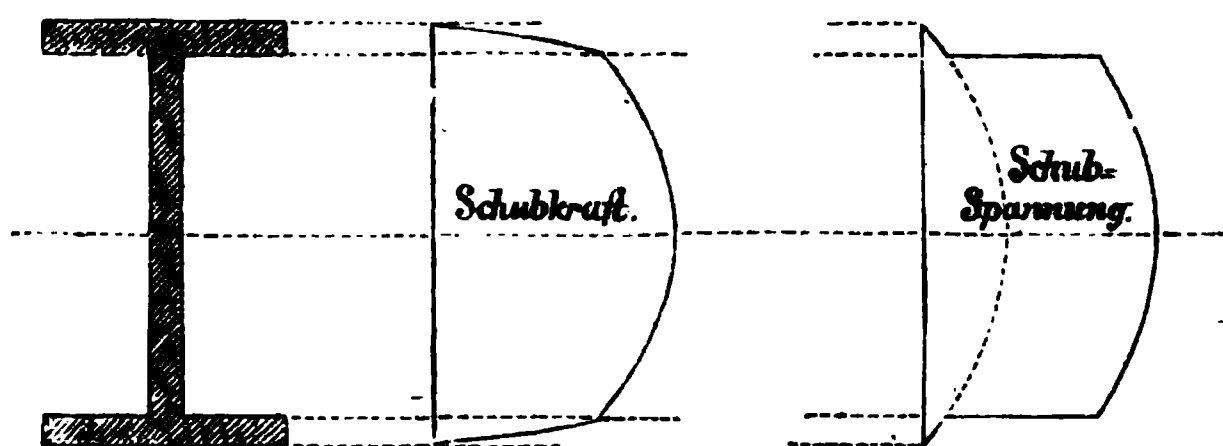
Es findet sich übrigens die Schubkraft S für jeden Höhenabstand auch aus Gleichung 45) ohne Schwierigkeit; für einen und denselben Querschnitt ist nämlich $\frac{\Sigma Y}{\Theta}$ constant und es be-

deutet das Integral der Gleichung 45) das Moment des zwischen den Ordinaten y und b befindlichen Querschnittsfragments in Beziehung auf die neutrale Axe. — Für die in der Praxis vorkommenden Querschnittformen sind diese den verschiedenen Ordinaten y entsprechenden Momente mit Leichtigkeit anzuschreiben, und hieraus findet sich S , weil diesen Momenten direct proportional, durch eine einfache Multiplikation oder auch durch Anwendung eines Proportional-Masstabs, nachdem die Schubkraft in der neutralen Faser bestimmt ist. — Trägt man, wie in Fig. 34

Fig. 33.

Fig. 34.

Fig. 35.



geschehen, die so gefundenen Schubkräfte für hinreichend viele y als Ordinaten auf, so erhält man eine Curve, welche die Zunahme der Schubkraft gegen die neutrale Faser anschaulich macht. — Ist der Querschnitt des Balkens ein Rechteck, so ist die Schubkraft proportional den Ordinaten einer Parabel, deren Scheitel in der neutralen Faser liegt, und deren Axe horizontal ist. — Besteht der Querschnitt aus verschiedenen Rechtecken, so setzt sich die Curve der S aus einzelnen Parabelbögen zusammen, deren Scheitel sämmtlich in der neutralen Faser liegen und deren Axen ebenfalls horizontal sind.

Durch diese Schubkraft ist das Material zunächst auf Abscheeren in Anspruch genommen; die durch die Schubkraft S hervorgerufene Schubspannung \mathfrak{S} erhalten wir aus Gleichung 45) und 46) durch Division mit der Breite des Querschnitts an der betrachteten Stelle

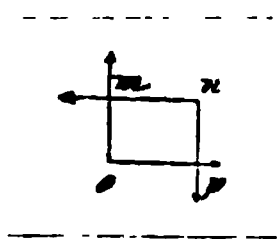
$$\mathfrak{S} = \frac{S}{z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 47)$$

Wie oben für S angedeutet, so kann auch \mathfrak{S} graphisch dargestellt werden; für einen Balken von rechteckigem Querschnitt ist die Curve der \mathfrak{S} wie die der S wiederum eine Parabel und für einen aus mehreren Rechtecken zusammengesetzten Querschnitt setzt sich die Curve aus Parabeln zusammen, welche derselben Curve angehören und zwar durch staffelförmige Absätze getrennt sind, aber ihre Scheitel sämmtlich in der neutralen Faser haben (s. Fig. 35). — Die Schubspannung ist um so

grösser, je kleiner z ; die hier angestellten Untersuchungen sind daher hauptsächlich von Wichtigkeit für Balken mit dünnen Mittelrippen.

25. In ähnlicher Weise, wie in horizontalen Schnitten findet nach allen Richtungen im Balken ein Bestreben der Theile, an einander vorbeizugleiten, statt. Betrachten wir zuerst die Schubkräfte in einem verticalen Querschnitt, so ist nach dem Früheren ihre Summe $= \Sigma Y$ gegeben. Wäre diese Summe gleichförmig auf den Querschnitt vertheilt, so wäre der Widerstand gegen Abscheeren gefunden. Diess ist im Allgemeinen nicht der Fall, man gelangt aber zu der Vertheilung von ΣY über den Querschnitt durch folgende einfache Betrachtung.

Fig. 36.



Es sei (Fig. 36) mnp ein unendlich kleines Stück des Balkens von den Dimensionen dx und dy . An diesem Element des Balkens wirken folgende Kräfte:

- 1) längs mo und np zwei verticale Schubkräfte Vdy (deren Differenz unendlich klein 2ter Ordnung, also zu vernachlässigen ist);
- 2) senkrecht zu mo und np die Spannungen der Fasern direkt entgegengesetzt, ihre Differenz ist unendlich klein 2ter Ordnung;
- 3) längs mn und op zwei horizontale Schubkräfte Sdx (deren Differenz unendlich klein 2ter Ordnung);
- 4) senkrecht zu mn und op vertikale, direkt entgegengesetzte Kräfte, herrührend von der Art der Vertheilung der Last, deren Differenz als unendlich klein 2ter Ordnung zu vernachlässigen ist.

Als Bedingung des Gleichgewichts erhält man daher einfach:

$$S dx \times dy = V dy \times dx$$

$$S = V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 48)$$

wo S nach Gleichung 45) und 46) gefunden wird. — Folglich ist die im verticalen Querschnitt, pro Längeneinheit, an einer bestimmten Stelle wirkende Schubkraft, gleich der an derselben Stelle wirkenden horizontalen Schubkraft, letztere gleichfalls auf die Längeneinheit bezogen.

Wir haben schon oben darauf hingewiesen, dass die Summe aller verticalen Schubkräfte $= \Sigma Y$ sein muss; dieses Resultat muss sich auch ergeben, wenn man sämtliche nach Gleichung 45) und 48) berechnete, im Verticalschnitt statthabende Schubkräfte addirt. — Integriert man den Ausdruck für Vdy zwischen den Grenzen y und b , so erhält man

$$\begin{aligned}
 \int_y^b V dy &= \int_y^b \frac{\Sigma Y}{\Theta} dy \int_y^b zy dy \\
 &= \frac{\Sigma Y}{\Theta} \int_y^b dy \int_y^b zy dy \\
 &= \frac{\Sigma Y}{\Theta} \left[y \int_y^b zy dy - \int_y^b zy^2 dy \right]
 \end{aligned}$$

für $y = a$ wird das erste Glied 0, weil die neutrale Faser durch den Schwerpunkt geht, und das zweite Glied $= \Theta$, sonach:

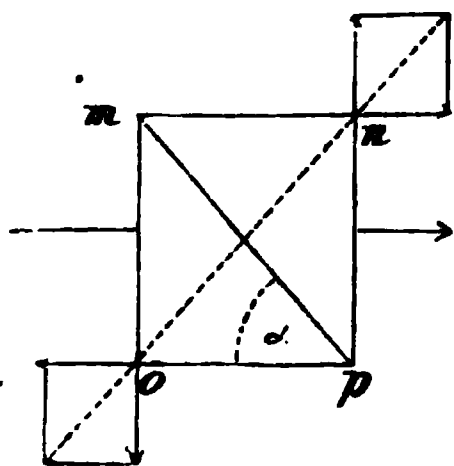
$$\int_a^b V dy = \Sigma Y$$

womit bewiesen.

Wir haben die Schubkräfte in verticalem und horizontalem Sinn bestimmt durch Gleichung 45) und 48), wir kennen ferner die Vertheilung der Horizontalkräfte im Verticalschnitt nach Gleichung 25); es bleibt nur noch die Bestimmung der Verticalkräfte im Horizontalschnitte; die Intensität dieser Kräfte hängt ab von der Vertheilung der Last und es sind diese Kräfte

gleich Null, wenn die Last auf den Querschnitt so vertheilt ist, wie die Kraft ΣY nach dem so eben Entwickelten; diesen einfachen günstigsten Fall legen wir der folgenden Entwicklung zu Grunde.

Fig. 37.



26. Es sind nach dem Bisherigen alle am Umfange von mnop (Fig. 36) thätigen Kräfte bekannt, und man kann nunmehr für jede beliebige Richtung die innerhalb mnop wirkenden inneren Kräfte bestimmen. Wenn mp eine beliebige Fläche bezeichnet (Fig. 37), so wird im Allgemeinen die Resultante der die Fläche an-

greifenden Kräfte mit dieser Fläche einen endlichen Winkel bilden. Zerlegt man die Resultante parallel und normal zur Fläche, so stellt die Composante parallel zur Fläche eine Schubkraft, die normal gerichtete einen Druck oder Zug vor.

Bezeichnet

C die per Längeneinheit wirkende Schubkraft,

D den normal wirkenden Druck oder Zug per Längeneinheit,

C und D die entsprechenden auf die Quadrateinheit reducirten Spannungen,

ℳ die Spannung oder Pressung in den äussersten Fasern des betrachteten Körperfragments,

y den Abstand des Körper-Elements mnop von der neutralen Faser,

a der Abstand der äussersten Faser vom Schwerpunkt des Querschnitts (vergl. Fig. 6),

\mathfrak{A}_y die Längenspannung oder Längenpressung in diesem Ele-

$$\text{ment} = \mathfrak{A} \frac{y}{a}$$

z die Dicke des Elements $mnop$ nach der Axe der z ,
setzt man ferner

$$mp = ds$$

$$mn = dx$$

$$np = dy$$

so finden folgende Relationen statt:

$$\text{Schubkraft} \quad Cds = Vdy \sin \alpha - Sdx \cos \alpha + \mathfrak{A}_y \cdot z \cdot dy \cdot \cos \alpha$$

$$\text{Druck od. Zug} \quad Dds = Vdy \cos \alpha + Sdx \sin \alpha + \mathfrak{A}_y \cdot z \cdot dy \cdot \sin \alpha$$

hiebei sind S und V durch Gleichung 45) und 48) definirt, \mathfrak{A} durch Gleichung 31), da nun

$$dy = ds \sin \alpha$$

$$dx = ds \cos \alpha$$

so ist nach einigen Reduktionen und indem nach Gleichung 48) $S = V$ ist,

$$C = S \cos 2\alpha + \frac{\mathfrak{A}_y z}{2} \sin 2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad 49)$$

$$D = S \sin 2\alpha + \frac{\mathfrak{A}_y z}{2} (1 - \cos 2\alpha) \quad . \quad 50)$$

Will man in diesen beiden Gleichungen statt der Schubkräfte die entsprechenden Schubspannungen in der äussersten Faser einführen, so ist zu setzen:

$$C = z \mathfrak{E}$$

$$S = z \mathfrak{E}$$

und man erhält:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E} \cos 2\alpha + \frac{\mathfrak{A}_y}{2} \sin 2\alpha \quad . \quad . \quad . \quad 51)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{E} \sin 2\alpha + \frac{\mathfrak{A}_y}{2} (1 - \cos 2\alpha) \quad . \quad 52)$$

Durch die Gleichungen 49) bis 52) ist der allgemeinste Ausdruck für Schub, Druck und Zug an einer beliebigen Stelle eines homogenen Trägers gegeben, wobei die Werthe von S , \mathfrak{E} und \mathfrak{A} aus den Gleichungen 31), 45) und 47) bestimmt sind.

Um die Maximalwerthe von \mathfrak{E} und \mathfrak{D} zu bestimmen, bleiben wir bei einem und demselben Balkenelement, für welches \mathfrak{E} und \mathfrak{A}_y constant sind; Maximum oder Minimum für \mathfrak{E} findet statt für

$$\frac{d\mathfrak{E}}{d\alpha} = -2 \mathfrak{E} \sin 2\alpha + \mathfrak{A}_y \cos 2\alpha = 0$$

woraus folgt:

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{A}_y}{\mathfrak{E}}$$

und diesen Werth in Gleichung 51) eingeführt, ergibt sich als Maximum für \mathfrak{C} :

$$\mathfrak{C}_{\max} = \sqrt{\mathfrak{C}^2 + (\frac{1}{2} \mathfrak{A}_y)^2} \quad . . . \quad 53)$$

Aus den Gleichungen 51) und 53) ergeben sich ferner folgende Resultate. — In der äussersten Faser $y = a$ ist $\mathfrak{C} = 0$, und ist für $\alpha = 45^\circ$, $\mathfrak{C} = \frac{1}{2} \mathfrak{A}$ zugleich ein Maximum, während für $\alpha = 0$ und 90° $\mathfrak{C} = 0$, also ein Minimum ist.

In der neutralen Faser $y = 0$ ist für

$$\alpha = 90^\circ \dots \mathfrak{C} = \mathfrak{C} \text{ und Maximum,}$$

$$\alpha = 0^\circ \dots \mathfrak{C} = \mathfrak{C} \text{ und ebenfalls Maximum.}$$

Für Fasern, welche zwischen der äussersten und der neutralen Faser liegen, kann \mathfrak{C} grösser werden als \mathfrak{A} ; es müsste jedoch in diesem Falle im fraglichen horizontalen Querschnitt \mathfrak{C} wesentlich grösser als $\frac{1}{2} \mathfrak{A}_y$ und letzteres ziemlich nahe dem in der äussersten Faser herrschenden \mathfrak{A} sein, was selten zusammen treffen wird.

Wir bestimmen nun ebenso das Maximum oder Minimum von \mathfrak{D} , welches stattfindet für

$$\frac{d\mathfrak{D}}{d\alpha} = 2 \mathfrak{C} \cos 2\alpha + \mathfrak{A}_y \sin 2\alpha = 0$$

woraus

$$\operatorname{tg} 2\alpha = - \frac{2\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}_y}$$

Diesen Werth in Gleichung 52) eingesetzt, gibt für das Maximum von \mathfrak{D}

$$\mathfrak{D}_{\max} = \frac{\mathfrak{A}_y}{2} + \sqrt{\mathfrak{C}^2 + \left(\frac{\mathfrak{A}_y}{2}\right)^2} \quad . . . \quad 55)$$

In der äussersten Faser ist $\mathfrak{C} = 0$, somit

$$\mathfrak{D} = \frac{\mathfrak{A}_y}{2} (1 - \cos 2\alpha)$$

woraus folgt:

$$\alpha = 0 \dots \mathfrak{D} = 0 \text{ und Minimum,}$$

$$\alpha = 90^\circ \dots \mathfrak{D} = \mathfrak{A}_y = \mathfrak{A} \text{ und Maximum.}$$

In der neutralen Faser ist $\mathfrak{A}_y = 0$ und somit

$$\alpha = 45^\circ \dots \mathfrak{D} = \mathfrak{C} \text{ und Maximum.}$$

Für die zwischenliegenden Fasern ist, wie aus Gleichung 55) unmittelbar hervorgeht, \mathfrak{D}_{\max} jedenfalls grösser als \mathfrak{A}_y und \mathfrak{C} , wenn \mathfrak{C} auch einen noch so kleinen aber endlichen Werth hat. Wegen dieser Einwirkung, die die Schubspannung \mathfrak{C} auf den Werth \mathfrak{D}_{\max} ausübt, soll die Schubspannung \mathfrak{C}_0 in der neutralen Faser ansehnlich kleiner gewählt werden, als die grösste

Spannung \mathfrak{A}_0 (Pressung \mathfrak{B}_0) in den äussersten Längenfaseren; wir werden in der Folge meist setzen

$$\mathfrak{S}_0 \leq 0,6 \mathfrak{A}_0 \leq 0,6 \mathfrak{B}_0 \quad 56)$$

in welcher Gleichung die Grössen \mathfrak{S}_0 , \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 durch vorstehende Erläuterung bezeichnet sind.

Bei Annahme der durch Gleichung 56) gegebenen Relation wird, wie auch die nachfolgenden Beispiele ausweisen, die in den äussersten Längenfaseren herrschende Spannung oder Pressung in der Regel nicht wesentlich überschritten und zwar hauptsächlich deshalb, weil \mathfrak{A}_y seinen grössten Werth in den äussersten Fasern, \mathfrak{S} dagegen in der neutralen Faser erreicht; es wird jedoch bei continuirlichen Trägern, wo in der Nähe der Auflager Gurtung und Mittelwand gleichzeitig ihre grösste Anstrengung in demselben Querschnitt erleiden, an der Grenze zwischen Gurtung und Mittelwand (wo die Maximalwerthe \mathfrak{A}_0 und \mathfrak{S}_0 noch annähernd vorhanden sind) die schiefe Wandspannung die grösste Längenspannung häufig überschreiten; ebenso kann bei homogenen Trägern, welche durch concentrirte Lasten in Anspruch genommen sind, $\max \mathfrak{B}$ und $\max \mathfrak{M}$ in denselben Querschnitt fallen, so dass auch hier $\mathfrak{D} \max$ (je nach dem Verhältnisse zwischen Gurtungsdicke und Trägerhöhe) grösser als $\max \mathfrak{A}$ werden kann.

Für jedes Element setzt sich aber \mathfrak{D}_{\max} aus \mathfrak{S} und \mathfrak{A}_y nach Gleichung 55) zusammen und sind in nachstehender Tabelle diese Maximalwerthe von \mathfrak{D} für die verschiedenen \mathfrak{S} (horizontale Schubspannung) und \mathfrak{A}_y (Längenspannung in dem betrachteten Körper-Element) zusammengestellt.

27. Inwieweit die gleichzeitigen Werthe von \mathfrak{S} und \mathfrak{A}_y in der Praxis einander gegenseitig beeinflussen, soll an einem einfachen Beispiele gezeigt werden. — In der graphischen Darstellung Tafel I. sind die verschiedenen Querschnitte für Brückenträger von 1,5 Meter Höhe angenommen, und zwar ist bei Querschnitt Nr. 1 ein continuirlicher Träger vorausgesetzt, wo der Schnitt unmittelbar an einem der Mittelpfeiler genommen ist. — Die Querschnitte Nr. 2 und Nr. 3 entsprechen dagegen dem frei aufliegenden Träger von 15 Meter Spannweite, der im Abschnitt über Blechwandbrücken eingehend berechnet und auf Tafel VI. dargestellt ist.

Es ist zunächst die horizontale Spannung in den äussersten Fasern, welche von da stetig zur neutralen Faser abnimmt, nach Gleichung 31), sodann die horizontale Schubspannung nach Gleichung 45) und 47) berechnet worden; endlich sind die in schiefer Richtung wirkenden grössten Spannungen (oder Pressungen) nach Gleichung 55) bestimmt und alle diese Grössen in der graphischen Darstellung der Tafel I. nach je demselben Masstabe aufgetragen, so dass man mit einem Blick die im fraglichen Träger an den

Tabelle VI.

$\mathfrak{A}_y =$	100	200	300	400	500	600	700	800
$\mathfrak{S} = 100$	161,8	241,4	330,2	423,6	519,2	616,2	714,0	812,3
200	258,1	323,6	400,0	482,8	570,1	660,4	758,1	847,2
300	354,1	416,2	485,4	560,6	640,5	724,2	811,0	900,0
400	453,1	512,2	576,9	647,2	721,7	800,0	881,5	965,6
500	552,4	609,9	672,0	738,5	809,0	883,1	960,3	1040,3
600	652,1	708,3	768,3	832,5	900,0	970,8	1044,6	1121,2
700	751,8	807,1	865,9	928,0	993,3	1061,6	1132,6	1206,2
800	851,6	906,2	963,9	1024,4	1088,2	1154,4	1223,2	1294,4

verschiedenen Punkten wirkenden Kräfte je nach ihren numerischen Werthen geordnet überschauen kann. Man ersieht hieraus, dass bei der vorliegenden Querschnittform \mathfrak{D}_{\max} nur beim continuirlichen Träger, Querschnitt Nr. 1, die grösste Längenspannung \mathfrak{A} überschreitet, im Allgemeinen aber immer grösser ist, als die Längenspannung im betreffenden Horizontalschnitt, mit welcher sie in der äussersten Faser identisch wird.

28. In Tafel VII. ist für den Querschnitt der Eisenbahnbrücke von Langon eine graphische Darstellung der horizontalen Schubspannungen und der grössten in schiefer Richtung wirkenden Spannungen (Pressungen) gegeben, es ist vorausgesetzt, dass die grösste Längenspannung in den äussersten Fasern 600 Kil. pro Quadratcent. und die Schubspannung in der neutralen Axe 350 Kil. pro Quadratcent. betrage, und ist die numerische Berechnung der einzelnen Curvenpunkte aus den beiden folgenden Tabellen VII. und VIII. ersichtlich; es sind in diesen Tabellen \mathfrak{A} nach Gleichung 31), \mathfrak{S} nach Gleichung 45) und 47) und \mathfrak{D}_{\max} nach Gleichung 55) berechnet.

Tabelle VII.

Eisenbahnbrücke von Langon.

Berechnung der horizontalen Schubspannung.

Horizontal- schnitt.	Querschnitt- flächen.	Ordinaten der Schwerpunkte.	Momente der Querschnitt- flächen.	Mo- menten- summe: $\int_y^b zydy$	Breite des Horizontal- schnitts z.	$\left(\int_y^b zydy\right)$ z	Be- merkungen.		
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)			
VII.				0	90	0	Die äusseren Winkel und Vertikalplatten müssen zum Querschnitt des Hauptbandes gerechnet werden.		
VI.	$90 \times 4,8$	272,6	167515						
	$+ 61,4 \times 1,2$	269,6							
	$+ 90 \times 8,2$	264,5							
$+ 12 \times 3,4$	254,6								
				167515	90	21,2	1861,3	7901	Colonne (4) ist proportional der horizontalen Schubkraft S, Colonne (6) proportional der horizontalen Schubspannung σ .
V.	$21,2 \times 1,2$	269,6	6858						
				174373	21,2	3,6	8225	38437	
IV.	$9 \times 3,6$	264,5	8570						
				182948	3,6	1,2	50817	152452	
III.	$100 \times 1,2$	210	25200						
				208148	1,2		173452		
II.	$80 \times 1,2$	120	11520						
				219663	1,2		183052		
I.	$80 \times 1,2$	40	3840						
				223508	1,2		186252		

Zunächst der Gurtung ist die grösste schiefe Pressung in der Wand 687 Kilogr. per Quadratcent., somit ansehnlich grösser als die Längenspannung in den äussersten Fasern; wenn man also bei grossen Blechwandbrücken die Mittelrippen (Blechwand) nicht übermässig stark machen will (was sich durch den Kostenaufwand verbietet), so ist da, wo Gurtung und Mittelrippe gleichzeitig die grösste zulässige Anstrengung erhalten, die Längenspannung der Gurtung entsprechend unter der für das Material zulässigen grössten Spannung zu halten, welche letztere in der Wandung zunächst der Gurtung eintreten muss; sie ist im vorliegenden Falle mit 687 Kilogr. pro Quadratcent. nicht zu gross, hätte man sich aber die Aufgabe gestellt, dass dieselbe nicht über 600 Kilogr. betragen dürfe, so hätte man für die

Tabelle VIII.

Eisenbahnbrücke von Langon.

Berechnung des Maximums der Spannung (Pressung) im schrägen Schnitt \mathfrak{D}_{\max} .

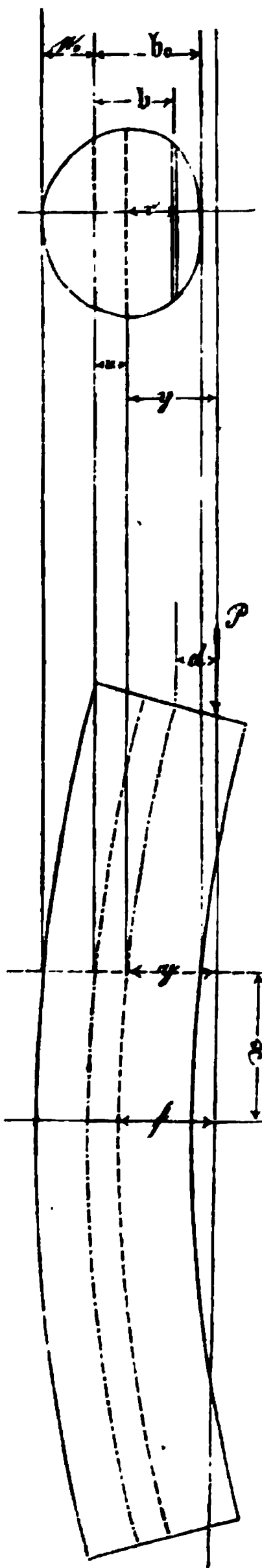
Horizontal- schnitt.	α_y	ϵ		$\sqrt{\left(\frac{\alpha_y}{2}\right)^2 + \epsilon^2}$		Grösste Span- nung oder Pres- sung \mathfrak{D}_{\max} .		Bemerkungen.
	(1)	(2)		(3)		(4)		
VII.	600	0		300		600		Man erhält \mathfrak{D}_{\max} , wenn man die Werthe α der Colonne (1) hal- birt und zu den Werthen der Co- lonne (3) addirt; vergleiche Gleichung 55).
VI.	590	15	0	295,5	295	590,5	590	
V.	586	90	16	306,5	293,5	600	586,5	
IV.	567	286	96	403	299,6	687	583,6	
III.	350	325		369		544		
II.	175	345		356		444		
I.	0	350		350		350		

Längenspannung in der äussersten Faser nur etwa 525 Kilogr. pro Quadratcent. nehmen dürfen.

29. Wenn ein prismatischer Stab, dessen Länge im Verhältniss zu seinen Querschnittsdimensionen gross ist, einen Druck P parallel seiner Längenrichtung erleidet, so beobachtet man eine Ausbiegung des Stabes; in Folge dieser Ausbiegung tritt der Bruch frühzeitiger ein, die Bruchbelastung ist eine geringere, als wie sie in Gleichung 21) für absolut rückwirkende Festigkeit berechnet ist; der längere Stab wird durch die Kraft P in Bezug auf seine relativ rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen.

Wenn die Gestalt der gebogenen Längensaxe und ebenso der Abstand der Kraft P von dieser Axe bekannt sind, so kann Pressung und Spannung an jedem Punkte des Stabes in gleicher Weise berechnet werden, wie wir oben bei der relativen Festigkeit gesehen.

Fig. 38.



Wir nehmen die Axe der x zusammenfallend mit der Richtung der Kraft P und nehmen ferner an, dass die gebogene Axe symmetrisch zur Axe der x liege, indem wir uns zunächst den Stab an beiden Enden ganz frei denken.

Wir nennen

d den Abstand des Schwerpunkts der beiden äussersten Querschnitte von der Axe der x ,

f den Abstand des mittelsten Querschnitts, was zugleich die grösste Abweichung der gebogenen Axe des Stabs von der Krafrichtung bezeichnet;

ferner sei

l die Länge des Stabes,

ω der Querschnitt desselben,

Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts in Bezug auf eine durch seinen Schwerpunkt — und zwar senkrecht zur Biegungsebene — gelegte Axe,

u der Abstand der neutralen Faser vom Schwerpunkt jedes einzelnen Querschnitts,

\mathfrak{A}_0 und \mathfrak{B}_0 die in den äussersten Fasern herrschende Spannung und Pressung, welche in den Abständen a_0 , beziehungsweise b_0 vorhanden sind.

Denken wir uns nun einen beliebigen Querschnitt dieses Stabes und nennen

x, y die Coordinaten des Schwerpunkts dieses Querschnitts;

denken wir uns ferner ein beliebiges Element $z \, db$ dieses Querschnitts senkrecht zur Ebene xy (d. h. parallel der neutralen Schichte) und nennen

b den Abstand dieses Elements von der neutralen Faser,

v den Abstand desselben Elements von dem Schwerpunkt des Querschnitts,

so erhalten wir ähnlich wie in Nr. 13 zunächst als den im Element $z \, db$ herrschenden Druck

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} b \cdot z \, db$$

und es geben hienach die Bedingungen des Gleichgewichts für den betrachteten Querschnitt:

$$P + \frac{\mathfrak{A}_0}{a_0} \int_0^{a_0} a \cdot z \, da - \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \int_0^{b_0} bz \cdot db = 0 \quad . \quad 57)$$

$$P (y + u) = \frac{\mathfrak{A}_0}{a_0} \int_0^{a_0} a^2 z \, da + \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \int_0^{b_0} b^2 z \cdot db \quad . \quad 58)$$

Berücksichtigt man, dass $\frac{\mathfrak{A}_0}{a_0} = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0}$ gesetzt werden darf und bemerkt, dass

$$\Theta_u = \int_0^{a_0} a^2 z \, da + \int_0^{b_0} b^2 z \, db$$

das Trägheitsmoment des Querschnitts in Bezug auf die neutrale Faser bezeichnet, so folgt aus Gleichung 58) zunächst

$$P (y + u) = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \cdot \Theta_u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 58^a)$$

Bedenkt man ferner, dass zwischen dem Trägheitsmoment Θ_u und dem auf den Schwerpunkt des Querschnitts bezogenen Trägheitsmoment Θ nach bekannten Sätzen der Mechanik die Relation besteht

$$\Theta_u = \Theta + \omega \cdot u^2$$

und bemerkt schliesslich, dass nach der Definition des Schwerpunkts

$$\int_0^{b_0} a \cdot z \cdot da - \int_0^{a_0} b \cdot z \, db = \omega \cdot u,$$

so schreiben sich die Gleichungen 57) und 58) in folgender einfacher Form an:

$$P = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \cdot u \cdot \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 59)$$

$$P (y + u) = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} (\Theta + \omega u^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 60)$$

und erhält man nunmehr aus den Gleichungen 59) und 60) die Relation

$$u = \frac{\Theta}{\omega \cdot y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 61)$$

Da für $x = 0$, $y = f$ wird, so folgt für den mittleren Querschnitt

$$u = \frac{\Theta}{\omega \cdot f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 61^a)$$

d. h. wenn der Abstand der Kraft P von der Schwerpunktaxe bekannt ist, so findet sich aus den bekannten Dimensionen des Stabs nach Gleichung 61), beziehungsweise 61^a) die Verrückung u der neutralen Faser.

30. Wird der aus Gleichung 61) gefundene Werth von u in Gleichung 59) eingesetzt, so folgt

$$Py = \frac{\mathfrak{B}_0}{b_0} \cdot \Theta \quad \dots \quad 62)$$

Wenn man den Abstand der am meisten comprimierten Faser vom Schwerpunkt des Querschnitts mit v_0 bezeichnet (entsprechend der obigen Bedeutung von v), so ist

$$b_0 = u + v_0$$

und schreibt sich hienach vorstehende Gleichung 62):

$$Py = \frac{\mathfrak{B}_0}{u + v_0} \cdot \Theta \quad \dots \quad 62^*)$$

woraus mit Benützung von Gleichung 61) folgt:

$$\mathfrak{B}_0 = Py \cdot \frac{v_0}{\Theta} + \frac{P}{\omega} \quad \dots \quad 63)$$

In gleicher Weise findet man für die Spannung der am meisten ausgedehnten Faser

$$\mathfrak{A}_0 = Py \cdot \frac{v_0}{\Theta} - \frac{P}{\omega} \quad \dots \quad 63^*)$$

Für den mittleren Querschnitt ist $y = f$ zu setzen. Wird in Gleichung 63*) \mathfrak{A}_0 negativ, so zeigt diess an, dass im Querschnitt nur Pressung, nirgends Spannung herrscht. Vergleicht man mit Gleichung 63) die Gleichungen 20) und 31), so erkennt man, dass die grösste Pressung \mathfrak{B}_0 im betrachteten Querschnitt sich

zusammensetzt aus der Pressung $\frac{P}{\omega}$ in Folge des auf die Qua-

drateinheit reducirten Druckes P und aus derjenigen Pressung, welche durch das Moment derselben am Hebelarme y gleichzeitig auf Biegung wirkenden Kraft P hervorgerufen wird, und zwar ist letztere Pressung so gross wie die grösste Pressung in einem auf relative Festigkeit in Anspruch genommenen Stab von der Länge $4y$, beziehungsweise $4f$, welcher Stab an beiden Enden frei aufliegt und in der Mitte mit P belastet ist.

31. Aus Gleichung 63) könnte die grösste Pressung in einem auf relativ rückwirkende Festigkeit angegriffenen Stabe sofort gefunden werden, sobald der Kraftabstand f bekannt wäre; letzterer setzt sich zusammen aus dem Biegungspfeil und aus dem Abstand d , welchen die Kraft schon vor Eintritt der Biegung hatte. — Letzterer Abstand ist aber häufig bekannt und kann dann zur Bestimmung des unbekannten Abstandes f dienen. — Zu diesem Zweck ist die Biegungs-Gleichung der Schwerpunktaxe des Stabes zu bestimmen.

Die Betrachtung, welche uns in Nr. 18 auf die Gestalt der elastischen Linie geführt hat, muss hier modificirt werden, weil die neutrale Faser nicht mehr mit der Schwerpunktaxe des Trägers zusammenfällt, sondern in einem Abstände u von derselben sich befindet, welcher Abstand nach Gleichung 61) mit y veränderlich ist.

Bezeichnen wir mit ϱ den Krümmungshalbmesser der Schwerpunktaxe, mit dl die ursprüngliche Länge eines Elements, und mit $d\lambda$ die Verlängerung der am meisten gezogenen Faser, und behalten im Uebrigen die Bezeichnungen der Fig. 38 bei, so ist nach Fig. 5 und 38

$$\varrho + u : a_0 = dl : d\lambda$$

und da nach Gleichung 22)

$$\alpha_0 = \frac{d\lambda}{dl} E,$$

so folgt:

$$\varrho + u = E \frac{a_0}{\alpha_0}$$

Es ist nun nach Gleichung 59)

$$\frac{a_0}{\alpha_0} = \frac{b_0}{\beta_0} = \frac{u\omega}{P}$$

somit:

$$\varrho = u \left(\frac{E\omega}{P} - 1 \right)$$

und wenn man für u seinen Werth aus Gleichung 61) einsetzt und reducirt:

$$\varrho = \frac{\theta}{y} \left(\frac{E}{P} - \frac{1}{\omega} \right)$$

Für die kleinen Biegungen, die wir voraussetzen, ist

$$\frac{1}{\varrho} = - \frac{d^2 y}{dx^2}$$

und somit die Gleichung der elastischen Linie

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{y}{\theta \left(\frac{E}{P} - \frac{1}{\omega} \right)} \quad . \quad . \quad . \quad 64)$$

Setzen wir der Einfachheit halber den Ausdruck

$$\frac{1}{\theta \left(\frac{E}{P} - \frac{1}{\omega} \right)} = t^2,$$

so folgt:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - t^2 y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 65)$$

Das Integral dieser Gleichung hat bekanntlich folgende allgemeine Form:

$$y = C \sin tx - C_1 \cos tx \quad . \quad . \quad . \quad 66)$$

wo C und C_1 zwei Constante bezeichnen, die von der Wahl des Coordinatensystems und der Art der Belastung abhängig sind.

Für den vorliegenden Fall eines Stabs, dessen Enden in einer und derselben Vertikalen liegen, sonst aber frei beweglich sind (Fig. 38), gibt zunächst die Bedingung, dass y für $+x$ und $-x$ denselben Werth erhält $C = 0$, somit wird die Gleichung der Schwerpunktsachse:

$$y = C_1 \cos t \cdot x$$

da ferner für $x = \frac{l}{2}$ $y = d$ sein muss, so folgt

$$C_1 = \frac{d}{\cos^{\frac{1}{2}} t \cdot l}$$

und diess in obige Gleichung eingesetzt:

$$y = d \frac{\cos t \cdot x}{\cos^{\frac{1}{2}} t \cdot l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 67)$$

Die grösste Ausbiegung in der Mitte, die wir mit f bezeichnet haben, findet sich aus Gleichung 67), indem man $x = 0$ setzt:

$$f = \frac{d}{\cos^{\frac{1}{2}} t \cdot l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 67^a)$$

Setzt man endlich diesen Werth von f in Gleichung 63) ein, so erhält man:

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{P}{\omega} + \frac{Pr_0}{\Theta} \frac{d}{\cos^{\frac{1}{2}} t \cdot l} \quad . \quad . \quad . \quad 68)$$

ebenso aus Gleichung 63^a)

$$\mathfrak{A}_0 = - \frac{P}{\omega} + \frac{Pr_0}{\Theta} \frac{d}{\cos^{\frac{1}{2}} t \cdot l} \quad . \quad . \quad 68^a)$$

und indem man Gleichung 68) in Beziehung auf P auflöst:

$$P = \mathfrak{B}_0 \omega \frac{1}{1 + \frac{r_0 \omega}{\Theta} \frac{d}{\cos^{\frac{1}{2}} t \cdot l}} \quad . \quad . \quad 69)$$

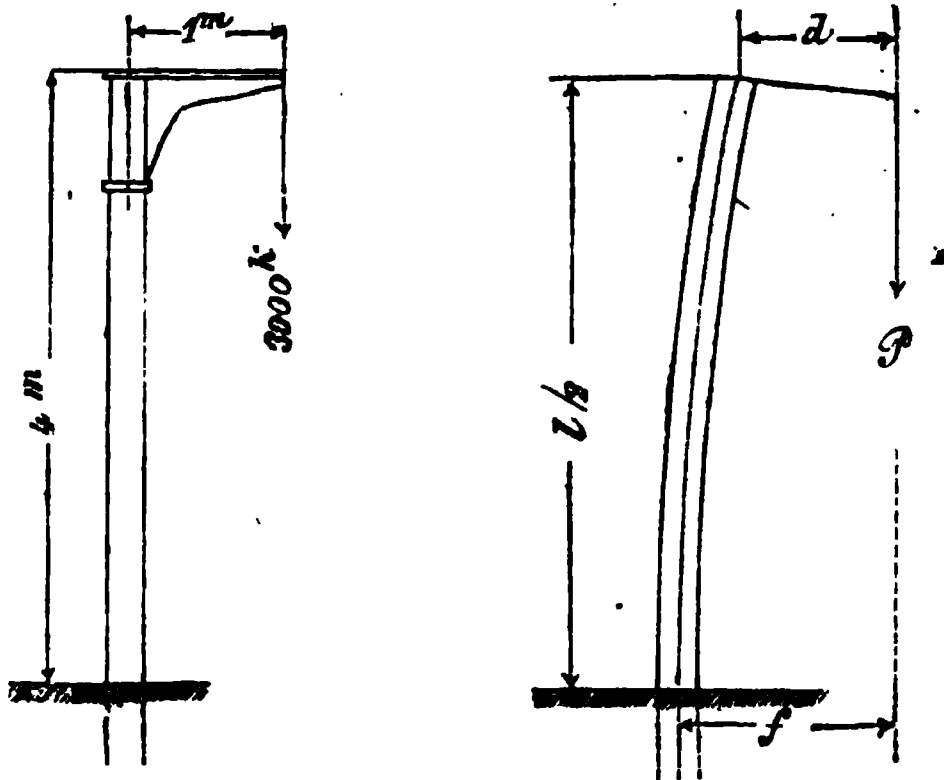
Aus Gleichung 69) kann indess P nur durch Probiren gefunden werden, weil der Ausdruck für t

$$t = \frac{1}{\sqrt{\theta \left(\frac{E}{P} - \frac{1}{\omega} \right)}}$$

die Grösse P gleichfalls enthält.

32. Wir zeigen die Anwendung der Gleichung an einem Beispiele. — Eine gusseiserne hohle runde Säule von 4 M. Höhe sei

Fig. 39.



am untern Ende eingespannt und in einer Entfernung von 1 Meter von einer Kraft $P = 3000 \text{ K.}$ angegriffen; da diese Säule bei der Biegung am untern Ende eine vertikale Tangente beibehält, so haben wir nur die eine Hälfte des in Fig. 38 dargestellten Stabes vor uns, und ist somit die Höhe der in Fig. 39 dargestellten Säule bei Anwendung vorstehender Gleichungen 57)–69) gleich $\frac{1}{2}$ zu setzen; es ist somit, indem wir Alles in Centimetern und Kilogrammen ausdrücken:

$$l = 800 \text{ Centim.};$$

ferner sei der Säulendurchmesser $D = 20 \text{ Centim.}$, der innere Durchmesser $d = 16 \text{ Centim.}$, somit

$$v_0 = \frac{D}{2} = 10 \text{ Centim.}$$

$$\omega = \frac{\pi (D^2 - d^2)}{4} = 113 \text{ □Centim.}$$

$$\theta = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{64} = 4637 \text{ Centim.}^4$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{\frac{\theta E}{P} - \frac{\theta}{\omega}}} = 0,0008478$$

und folgt somit aus Gleichung 68) unmittelbar

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{3000}{113} + \frac{3000 \cdot 10}{4637} \cdot \frac{100}{\cos 0,00085 \cdot \frac{1}{2} \cdot 800}$$

$$\mathfrak{B}_0 = 26,5 + 686,05 = 712,55 \text{ Kilo.}$$

Um die Ausbiegung der Säule zu bestimmen, setzen wir nach Gleichung 67)

$$f = \frac{d}{\cos \frac{1}{2} t \cdot l} = \frac{d}{0,943} = 106 \text{ Centim.}$$

woraus sich ein Biegunbspfeil $f=d$ von 6 Centimetern ergibt. — Wenn nun auch diese Ausbiegung für sich ansehnlich genug ist, so kann sie doch im vorliegenden Falle für annähernde Berechnung der grössten Pressung vernachlässigt werden; denn wenn man in Gleichung 63) anstatt $f = 106$ Centim. den zum Voraus bekannten Werth $d = 100$ Centim. gesetzt hätte, so hätte man erhalten $\mathfrak{B}_0 = 26,5 + 647 = 673,5$ Kilo anstatt dem genauern Werth von 693 K.; bei weniger starken Biegungen wird deshalb diese Annäherung ganz befriedigende Resultate geben.

33. Je grösser der Abstand d ist, d. h. je weiter entfernt die Druckrichtung von der Axe des Stabes ist, desto grösser wird die grösste Pressung bei gegebener Stablänge; anderseits wenn eine bestimmte Pressung nicht überschritten werden soll, so ist der Abstand d desto kleiner zu nehmen, je grösser die Stablänge.

Wir finden, indem wir Gleichung 68) in Beziehung auf d auflösen,

$$d = \left(\mathfrak{B}_0 - \frac{P}{\omega} \right) \frac{\theta}{P \epsilon_0} \cos \frac{1}{2} t \cdot l \quad . \quad 70)$$

Wenn wir dieselbe Säule vom äussern Durchmesser $D = 20$ Centim. und innern Durchmesser $= 16$ Centim. wiederum am untern Ende eingespannt und mit einer Last $P = 3000$ Kilo belastet denken, so ist wie oben

$$\frac{P}{\omega} = 26,5 \text{ Kilo per } \square \text{Centim.}$$

Soll \mathfrak{B}_0 nicht grösser sein als 1200 K., so wird $\mathfrak{B}_0 - \frac{P}{\omega} = 1173,5$;

ist $\mathfrak{B}_0 - \frac{P}{\omega}$ gleich der Bruchlast $= 7200$, so ist auch d circa

sechsmal grösser, während $\mathfrak{B}_0 - \frac{P}{\omega} = 7173,5$ Kilo. beträgt. —

Für diese beiden Werthe von \mathfrak{B}_0 haben wir in Tabelle IX.

Tabelle IX.

d in Centimetern ausgedrückt:		Höhe der Säule $= \frac{1}{2}$ in Metern.
$\mathfrak{B}_0 = 1200$	$\mathfrak{B}_0 = 7200$	
d = 171,0 Centim.	d = 1045 Centim.	4
158,3 »	967 »	6
141,0 »	862 »	8
119,7 »	732 »	10
94,9 »	580 »	12
67,4 »	412 »	14
38,0 »	232 »	16
7,4 »	45 »	18
0,0 »	0	18,53

eine Reihe von d für verschiedene Längen berechnet, indem nach obigen Angaben in Gleichung 70) weiterhin gesetzt wurde:

$$\omega = 4637$$

$$v_0 = 10 \text{ Centim.}$$

$$t = 0,00085$$

wodurch für $\mathfrak{B}_0 = 1200$ Kilo

$$d = 181,4 \cos 0,00085 \frac{1}{2}$$

und für $\mathfrak{B}_0 = 7200$ Kilo

$$d = 1108,8 \cos 0,00085 \frac{1}{2} \text{ erhalten wurde.}$$

Für $\cos 0,00085 \frac{1}{2} = 0$ oder $\frac{1}{2} = 18,53$ Meter wird $d = 0$,

und zwar für jede Pressung \mathfrak{B}_0 , während für 18 Meter die verschiedenen d noch ansehnliche Werthe zeigen; es bedeutet diess, dass eine am untern Ende eingespannte gusseiserne Säule vom betrachteten Querschnitt bei einer Länge von 18,53 Meter die Belastung von 3000 Kil. nicht mehr zu tragen im Stande ist, wenn das obere Ende sich ganz frei bewegen kann, selbst für den Fall, dass die Kraft im Schwerpunkt des obersten Querschnitts angebracht ist. — Für einen solchen Stab ist also die genannte Belastung unter allen Umständen Bruchlast. Dasselbe gilt für einen Stab von der doppelten Länge $L = 37,06$ Meter, wenn beide Enden in der Vertikalen festgehalten, sonst aber beweglich (nicht eingespannt) sind.

Dieses rein theoretische Resultat stimmt indess mit den Erfahrungen der Praxis nicht überein, wie wir im Folgenden sehen

werden, und wird man gut thun, in ähnlichen Fällen die Formel 70), beziehungsweise Tabelle IX. nicht bis zu den Grenzwerten auszudehnen.

Ähnliche Betrachtungen können mittelst Gleichung 68^a) angestellt werden, wenn die grösste zulässige Spannung vorgeschrieben ist.

34. Da wir im Vorhergehenden gesehen, dass die einer bestimmten Bruchlast entsprechende Länge sich theoretisch scharf markirt, so kann man hievon ausgehen, um die Bruchlast bei gegebener Länge für den günstigsten Fall zu bestimmen, wenn $d = 0$ ist, d. h. wenn die Kraft genau in die Axe des Stabes fällt.

Wir bezeichnen im Folgenden mit L die Länge eines freien Stabes, der im Schwerpunkt des Endquerschnitts belastet ist, wobei dessen Enden in einer Vertikalen festgehalten, sonst aber frei beweglich sind, was wir uns durch Abrundung der Enden erreicht denken. Es ist für diesen Belastungsfall in den Gleichungen Nr. 32 und 33 zu setzen $d = 0$ und $l = L$.

Wenn man aber in den Gleichungen 68)–70) $d = 0$ setzen will, so erhält man entweder $\mathfrak{B}_0 = \frac{P}{\omega}$, was nur für ganz kurze Stäbe richtig ist, oder es muss ausser d auch noch die Grösse $\cos t \cdot \frac{L}{2} = 0$ sein; woraus folgt

$$t \cdot \frac{L}{2} = \frac{\pi}{2} \quad \dots \dots \dots 71)$$

Diese letztere Gleichung haben wir schon in dem Beispiele der vorhergehenden Nummer erhalten und darf solche als Bedingungs-Gleichung für Auffindung der Bruchlast benutzt werden.

Setzen wir in derselben den Werth $t = \frac{1}{\sqrt{\frac{\Theta E}{P} - \frac{\Theta}{\omega}}}$ ein,

so erhalten wir

$$P = E\omega \frac{1}{\frac{\omega L^2}{\pi^2 \Theta} + 1} \quad \dots \dots \dots 72)$$

woraus, wenn man 1 gegen $\frac{\omega L^2}{\pi^2 \Theta}$ vernachlässigt, was für längere Stäbe stets zulässig, ist:

$$P = \frac{\pi^2 \Theta E}{L^2} \quad \dots \dots \dots 72^a)$$

Letztere Gleichung hat schon Navier als Bruchbelastung für lange Stäbe aufgestellt.

Abgesehen davon, dass diese Gleichung uns keine Pressung auffinden lehrt, so hat sie insbesondere den Mangel, dass sie für kürzere Stäbe ganz unbrauchbar wird; denn P darf nie grösser werden, als die Gleichung 21) für absolut rückwirkende

Festigkeit ergibt, es ist im Gegentheil in Folge der Biegung P stets kleiner.

Aber selbst für längere Stäbe stimmt Gleichung 72) nicht mit den Erfahrungen und Versuchen überein. Wir benützen als Beispiel die Versuche, welche E. Hodgkinson mit vierkantigen schmiedeisernen Stäben von 1 Zoll englisch Seite anstellte, um sie mit den Resultaten der Gleichung 72) zu vergleichen.

Die Betrachtung der Tabelle X. zeigt, dass die Gleichung 72) nicht bloß für ganz kurze, sondern auch für die längeren Stäbe unrichtige Resultate gibt, welche nur, wenn die Längen etwa 30mal grösser als der Durchmesser sind, mehr übereinstimmen. — Auffallend ist, dass die Gleichung 72) für die längeren Stäbe ungünstigere Resultate gibt, als die Versuche; diess rührt wohl daher, dass die Enden der Versuchsstäbe doch nicht so frei sich bewegen konnten, wie in der Gleichung vorausgesetzt ist, indem dieselben mit platten Endflächen versehen waren.

Tabelle X.

Länge des Stabes = L.	$\frac{L}{D}$	Bruchlast in englischen \mathfrak{z}	
		beobachtet.	berechnet.
10 Fuss englisch	120	4245	1280
7,5 Fuss	90	10236	2276
5 Fuss	60	18106	5121
2,5 Fuss	30	26530	20480
1,25 Fuss	15	36162	(81940)
7 $\frac{1}{2}$ Zoll	7,5	50946	(327760)
3 $\frac{3}{4}$ Zoll	3,75	55200	(1,487400)

Anmerkung. Die eingeklammerten Zahlen sind deshalb unbrauchbar, weil die Bruchlast nie grösser werden kann, als diejenige, welche für das vorliegende Material für kurze, absolut rückwirkend angegriffene Stäbe, erhoben worden ist.

35. Wie wir so eben gesehen haben, stimmen die mit so grosser Sorgfalt angestellten Versuche des E. Hodgkinson mit den Resultaten der Gleichung 72) nicht überein, so dass eine ganz allgemeine, rein theoretische Lösung nicht möglich erscheint.

Anderseits hat man es bei den Bauconstructionen im Allgemeinen nicht mit unverhältnissmässig langen Stäben zu thun; bei den bei Bauten üblichen Dimensionen wird vielmehr die seitliche Abweichung der Kraft inner gewisser Grenzen sich bewegen und insolange der Constructeur eine Uebereinstimmung zwischen der Richtung der Kraft und der Längensaxe des gepressten Glieds an-

und liegt hierin zunächst eine weitere Rechtfertigung, dass wir in Gleichung 74) f proportional L^2 gesetzt haben.

In der Praxis ist aber (wie schon oben angedeutet) L gegenüber $\frac{\theta}{\omega}$ nicht so gross, dass die Einheit gegenüber $\frac{K\omega L^2}{\theta}$

vernachlässigt werden dürfte; der Bruch $\frac{1}{1 + \frac{K\omega L^2}{\theta}}$ gibt an, wel-

cher Theil der absolut mitwirkenden Festigkeit für längere Stäbe zulässig ist; je kleiner L , desto mehr nähert sich dieser Bruch der Einheit, so dass für ganz kurze Stäbe die Gleichung 75) in Gleichung 20), beziehungsweise 21) übergeht. — θ ist mit Rücksicht auf die Richtung zu berechnen, nach welcher das Ausbiegen voraussichtlich eintritt; diess geschieht bei einseitiger Belastung im Allgemeinen in der Richtung der Kraft, während bei einer mit der Axenrichtung zusammenfallenden Krafteinwirkung die Ausbiegung nach derjenigen Seite stattfindet, für welche θ Minimum wird.

36. Um den Coefficienten K in Gleichung 75) für die Bruchbelastung zu bestimmen, liegen hinreichend viele Versuche mit Stäben von verschiedenen Dimensionen und Querschnittformen vor; die aus den Versuchen gefundenen Mittelwerthe sind in nachstehender Tabelle gegeben:

Tabelle XI.

Für Schmiedeeisen	$K = 0,0001$
» Gusseisen	$K = 0,0003$
» Holz	$K = 0,0002$

Für weichen Stahl und Bessemer Metall wird man $K = 0,0001$ wie beim Schmiedeeisen setzen dürfen, wobei eine genauere Bestimmung vorbehalten bleibt.

Es sind bei Tabelle XI. ganz freie Stäbe vorausgesetzt (vergl. Nr. 34), wie sie bei Bauconstructionen nicht vorhanden sind. — So hat man schon bei Stäben mit abgeplatteten Enden eine wesentlich grössere Festigkeit gefunden, während in Folge der Befestigung der Stabenden mittelst Bolzen oder Nieten eine weitere Verringerung der freien Länge stattfindet, welche in der folgenden Nummer näher besprochen werden wird.

Wenn wir nun von den Bruchbelastungen auf geringere Belastungen übergehen, so hat K nicht mehr denselben Werth und dürfte es überhaupt sehr schwierig sein, für beliebige Pressungen \mathfrak{B} die zugehörigen K zu bestimmen; die Gleichung 75) kann

daher zunächst nur zur Bestimmung der Bruchbelastung dienen, was aber für den vorliegenden Zweck durchaus hinreichend ist.

Wie wir nämlich schon in Nr. **33** gesehen, nimmt die Pressung in der Nähe des Bruches für längere Stäbe rasch zu; die sonst übliche zulässige Pressung kann bei einem Gewichte eintreten, welches von der Bruchbelastung nicht sehr verschieden ist; es ist daher gar nicht erlaubt, solche Stäbe bis zu der sonst zulässigen Pressung zu belasten.

Man wird vielmehr ein richtigeres und für alle Fälle sicheres Resultat erhalten, wenn man einen bestimmten Theil der Bruchbelastung als zulässige Belastung annimmt.

Das hiedurch bedingte Rechnungsverfahren ist nun schliesslich sehr einfach.

Man bestimmt für den betrachteten Stab die Bruchbelastung nach Gleichung 75) und Tabelle XI. und erhält sodann die zulässige Belastung sofort durch Dividiren mit dem für das fragliche Material und die beabsichtigte Solidität sonst üblichen Sicherheitsefficienten.

Wenn man die Belastung eines längeren Stabes auf die Quadrateinheit der Querschnittfläche reducirt, so erhält man die mittlere Pressung \mathfrak{B}_m , und ist nach den in Nr. **36** angenommenen Bezeichnungen und entsprechend den Definitionen von Nr. **8**.

$$\mathfrak{B}_m = \frac{P}{\omega} \quad 20^a)$$

Diese Gleichung mit Gleichung 75) combinirt, gibt

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right) \quad 76)$$

wo der Werth \mathfrak{B}_m aus obiger Gleichung 20^a) oder allgemeiner aus Gleichung 20) der Nummer **8** zu entnehmen ist, der Coefficient

$\left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right)$ aber angibt, um wieviel die relativ rückwirkende

Festigkeit gegen die absolut rückwirkende im vorliegenden Falle zurücktritt.

37. Wir haben bis jetzt nur den Fall eines Stabes in Betracht gezogen, dessen Enden in einer Vertikalen liegen, sonst aber frei beweglich sind. Die bei Brückenbauten vorkommenden der Länge nach gedrückten Constructionstheile sind jedoch häufig nicht nur an den Enden, sondern auch an anderen Punkten ihrer Längensachse festgehalten, ferner sind die Enden von Stäben oder von Brückentheilen häufig nicht nur festgehalten, sondern unverrücklich befestigt (eingespannt). Für diese verschiedenen Arten der Befestigung kann die Biegungskurve durch ein ähnliches Verfahren bestimmt werden wie in Nr. **31**: der Fall eines

an einem oder beiden Enden eingespannten Stabes kann direct aus Gleichung 66) abgeleitet werden, indem man bei Bestimmung der Constanten C und C_1 die Bedingung stellt, dass die elastische Linie an den eingespannten Enden eine vertikale Tangente erhält. — Es lassen sich jedoch die meisten der in der Praxis vorkommenden Fälle aus der Entwicklung der Nr. 31 für einen an beiden Enden freien Stab ableiten und dient hiezu folgende Betrachtung:

Die Gleichung Nr. 67), nämlich

$$y = d \frac{\cos tx}{\cos \frac{1}{2} t.l} 67)$$

welche die Gestalt der Schwerpunktsachse für diesen Fall darstellt, ist, wie leicht ersichtlich, eine Wellenlinie (vgl. Fig. 40).

Die Schnittpunkte derselben mit der Achse der x , deren Abscissen wir der Reihe nach mit

$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad x_n$ bezeichnen
und die wir erhalten, wenn wir in Gleichung
67) $y = 0$ setzen, sind gleich

$$\frac{\pi}{2t}, \frac{3\pi}{2t}, \frac{5\pi}{2t}, \dots, \frac{n\pi}{2t}$$

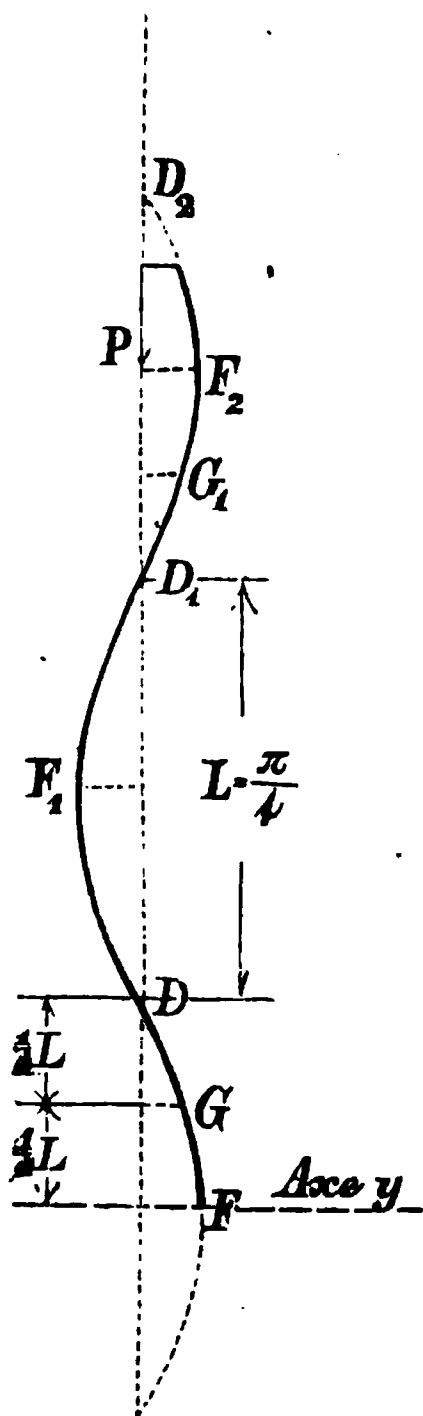
Diese Schnittpunkte stellen Wendepunkte der Curve vor, da die zweite Ableitung von y für dieselben $= 0$, somit $\varrho = \infty$ wird. Der Abstand dieser Wendepunkte (oder die halbe Wellenlänge) ergibt sich nach obigem $= x_{II} - x_I = x_{III} - x_{II}$

$$= \frac{\pi}{1}.$$

Bedenkt man, dass für einen Wendepunkt der Biegungscurve $M = 0$ (nach Gleichung 40), so erhellt sofort aus der Figur, dass man den Angriffspunkt der Kraft P nach einem beliebigen dieser Punkte verlegen kann, ohne den Gleichgewichtszustand zu ändern, dass somit zwei Stäbe $D_1 D_2$ und DD_2 , welche in D_2 durch P belastet, und wovon der erste in den Endpunkten festgehalten, aber sonst freibeweglich (nicht eingespannt), der zweite dagegen ausserdem in der Mitte festgehalten ist, sich ganz gleich verhalten. Dasselbe gilt auch für den Stab $D_1 F$, wenn derselbe bei D_1

festgehalten, bei F aber unverrücklich befestigt (eingespannt) angenommen wird.

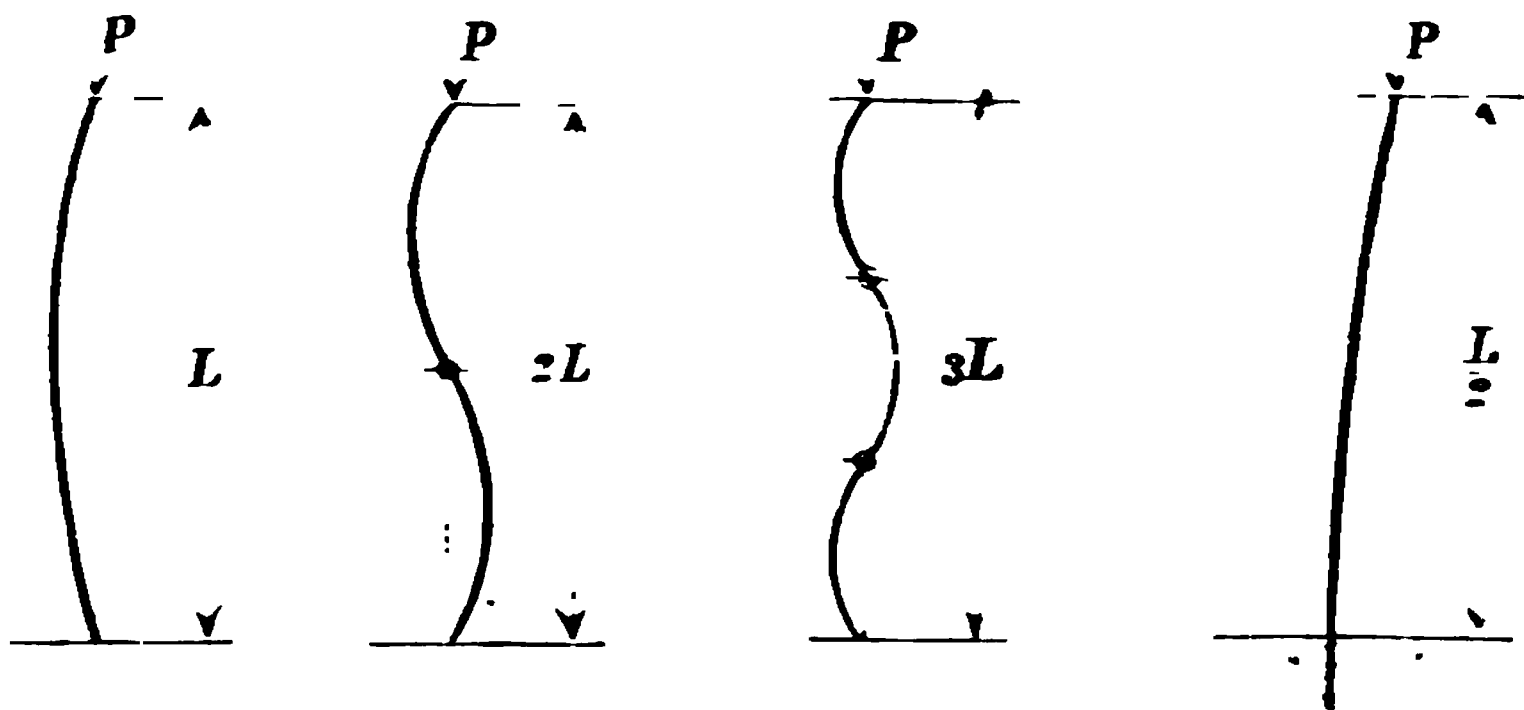
Fig. 40.



Die in Nr. 34–36, aufgestellten Regeln für die Belastung von Stäben von der Länge L nach der Achse derselben, wenn diese Stäbe beiderseits mit freien Enden versehen sind, lassen sich deshalb leicht auf die obengenannten Fälle ausdehnen, indem einfach die halbe Wellenlänge $\frac{\pi}{2} = L$ eingesetzt ist. Für einen Stab DD_1 , der in der Mine festgehalten, haben wir deshalb in die Gleichungen der Nr. 34–36 für L die halbe Stablänge einzuführen, für den an einem Ende eingespannten Stab $D_1 F$ $\frac{2}{3}$ der Stablänge.

Außerdem lassen sich aus Fig. 40 noch andere Anordnungen beurtheilen, so namentlich auch der Fall, dass die Enden nur theilweise als eingespannt zu betrachten sind. Dieser Fall tritt ein für Vertikalständer und Gitterstäbe einfacher Fachwerke, wo

Fig. 41.

Fig. 41^a.Fig. 41^b.Fig. 41^c.

die einzelnen Glieder an den Enden mit mehr als einer Niete befestigt sind, sonst aber keine Befestigung mit andern Constructionstheilen haben. Gewöhnlich ist die Befestigung an den Enden nicht derart, dass jede Drehung der Enden ausgeschlossen ist; wir tragen dieser Befestigungsart Rechnung, wenn wir den betreffenden Stab mit einem Stück GG_1 der Fig. 40 vergleichen, wonach in die Rechnung statt der Länge $GG_1 = l$ des Stabes die Länge $L = \frac{2}{3} l$ beispielsweise einzuführen ist. Wäre das eine Ende des Stabes frei und nur das andere theilweise eingespannt, so hätte man $\frac{4}{5} l$ (statt $\frac{2}{3}$) in Rechnung zu nehmen.

Wo solche Streben sich mit andern kreuzen, kann, wenn die Streben steif genug sind, Fig. 41^a angewendet werden, was nicht der Fall ist, wenn eines der sich kreuzenden Glieder nur gegen Zug Widerstand leisten, somit seitlich ausweichen kann.

In nachstehenden Figuren sind einige dieser Fälle übersichtlich zusammengestellt und bedeutet in denselben L die in den Formeln der Nr. **34—36**) einzuführenden Stablänge:

Die Figuren 41—41^b beziehen sich auf Stäbe, deren beide Enden frei sind, wobei in Fig. 41^a der Stab in der Mitte, in Fig. 41^b an zwei Stellen zwischen den Endpunkten festgehalten ist. Fig. 41^c—41^e beziehen sich auf Stäbe, bei welchen ein oder beide Enden eingespannt sind und zwar ist der Stab Fig. 41^f ausserdem in der Mitte festgehalten, der Stab Fig. 41^g als unvollkommen eingespannt zu betrachten, für welchen Fall wir als Mittelwerth der in Rechnung zu nehmenden Stablänge $\frac{2}{3}$ der wirklichen Länge l angenommen haben.

In eigenthümlichen statischen Verhältnissen befinden sich die gedrückten Gurtungen von Fachwerksbrücken:

Fig. 41d.

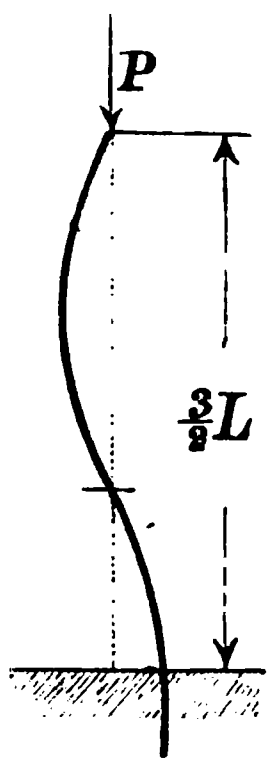


Fig. 41e.

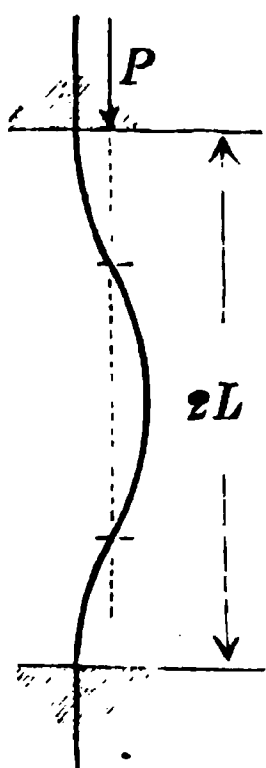


Fig. 41f.

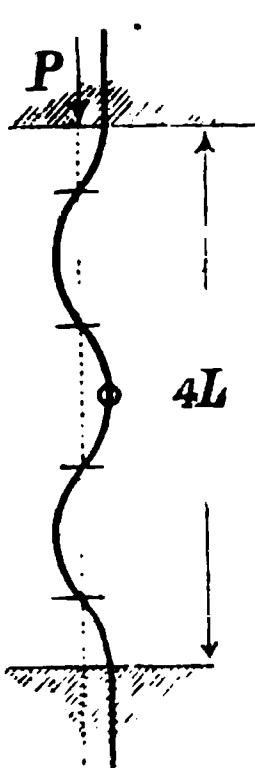
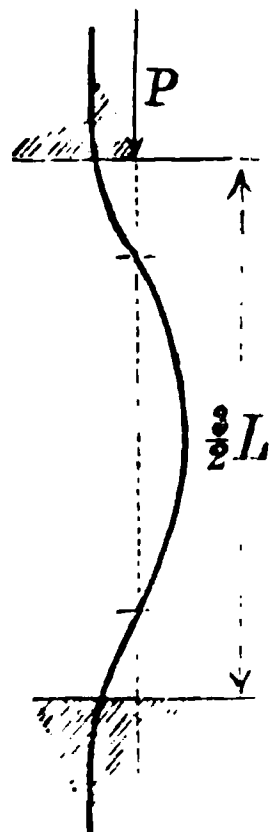


Fig. 41g.



Wenn wir zunächst annehmen (was in Wirklichkeit nicht vollständig zutrifft), dass diese Gurtungen durch die Querträger seitlich unverrückbar festgehalten sind, so befinden sich dieselben in ähnlichen Verhältnissen, wie der durch Fig. 40 dargestellte Stab, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Kraft P , welche die Gurtung der Länge nach zusammenpresst, nicht constant ist, sondern von den Auflagern der Brücke an gegen die Mitte hin zunimmt. Es kommt diess daher, dass bei jedem Knotenpunkte D neue Kräfte in die Gurtung eintreten, und ist desshalb die Biegungscurve nicht mehr durch Gleichung 67) ausgedrückt. — Die Aufstellung einer Theorie für diesen Fall ist ferner dadurch erschwert, dass in seltenen Fällen der Querschnitt ω der Gurtung auf deren ganze Länge constant angenommen ist, sondern ge-

wöhnlich wechselt derselbe absatzweise vom Auflager zur Mitte zunehmend.

Nehmen wir jedoch an, es sei die Gurtung so construiert, dass $\frac{\theta}{P}$ constant, was mit der Praxis wenigstens annähernd übereinstimmt, so wird Gleichung 64) für alle Fachwerke dieselbe (da die Grösse $\frac{1}{\omega}$ klein gegen $\frac{E}{P}$) und ist dann Gleichung 67) auch für eine gedrückte Gurtung richtig, und können wir Fig. 40 auch für diesen Fall anwenden.

Wir werden demnach für die Fälle der Praxis der Wirklichkeit nahe kommen, wenn wir bei einer gepressten Gurtung annehmen, dieselbe sei in den Angriffspunkten der Querträger festgehalten (nicht eingespannt), und wäre somit in die Rechnung für L der Abstand zweier Querträger einzuführen.

Zweiter Abschnitt.

Erfahrungsergebnisse über die Festigkeit der Baumaterialien.

§. 4. Die Festigkeitscoefficienten.

38. Im vorhergehenden §. 3. sind die Formeln entwickelt, mittelst welcher man die Spannung, Pressung und Schubspannung stabförmiger Körper berechnet. — Indem wir nun im Folgenden die für die einzelnen Materialien zulässige Spannung, Pressung und Schubspannung zusammenstellen, so können nunmehr die Dimensionen stabförmiger homogener Körper für alle vorkommenden Fälle bestimmt werden. — Da aber weiterhin sämtliche Träger aus einzelnen homogenen stabförmigen Körpern bestehen und unsere späteren Untersuchungen stets die auf jedes einzelne Constructionsglied treffenden Kräfte zur Anschauung bringen, so finden die zunächst nur für homogene stabförmige Körper gegebenen Festigkeitscoefficienten allgemeine Anwendung.

Die folgende Tafel XII. gibt die zulässige Spannung \mathfrak{A} , Pressung \mathfrak{B} und Schubspannung \mathfrak{C} , dessgleichen die entsprechenden Bruchbelastungen \mathfrak{A}_0 , \mathfrak{B}_0 und \mathfrak{C}_0 und zwar in Kilogrammen per Quadratcentimeter ausgedrückt.

Die zulässige Spannung \mathfrak{A} oder Pressung \mathfrak{B} gibt bei gleichförmig (absolut) gezogenen oder gepressten Stäben den Zug, beziehungsweise Druck, den ein Stab auszuhalten vermag, direct nach Gleichung 20). Bei relativ in Anspruch genommenen Stäben ist \mathfrak{A} und \mathfrak{B} in Gleichung 31) einzusetzen und ebenso \mathfrak{B} bei relativ rückwirkend angegriffenen längern Stäben in Gleichung 75);

bei letzteren bezeichnet die Grösse $\frac{\mathfrak{B}}{1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}}$ die mittlere Pres-

sung des Stabes. — Die Schubspannung \mathfrak{C} ist durch Gleichung 23) definirt und erscheint insbesondere in den Betrachtungen der Nr. 24—28.

Tabelle III

	Bruch- kraft in kg	Bruch- spannung in kg/cm ²	Bruch- zeit in min
1. Versuchsreihe: Stab			
Stab 1	1000	100	5
Stab 2	1500	150	5
Stab 3	2000	200	5
Stab 4	2500	250	5
Stab 5	3000	300	5
Stab 6	3500	350	5
Stab 7	4000	400	5
Stab 8	4500	450	5
Stab 9	5000	500	5
Stab 10	5500	550	5
Stab 11	6000	600	5
Stab 12	6500	650	5
Stab 13	7000	700	5
Stab 14	7500	750	5
Stab 15	8000	800	5
Stab 16	8500	850	5
Stab 17	9000	900	5
Stab 18	9500	950	5
Stab 19	10000	1000	5
Stab 20	10500	1050	5
Stab 21	11000	1100	5
Stab 22	11500	1150	5
Stab 23	12000	1200	5
Stab 24	12500	1250	5
Stab 25	13000	1300	5
Stab 26	13500	1350	5
Stab 27	14000	1400	5
Stab 28	14500	1450	5
Stab 29	15000	1500	5
Stab 30	15500	1550	5
Stab 31	16000	1600	5
Stab 32	16500	1650	5
Stab 33	17000	1700	5
Stab 34	17500	1750	5
Stab 35	18000	1800	5
Stab 36	18500	1850	5
Stab 37	19000	1900	5
Stab 38	19500	1950	5
Stab 39	20000	2000	5
Stab 40	20500	2050	5
Stab 41	21000	2100	5
Stab 42	21500	2150	5
Stab 43	22000	2200	5
Stab 44	22500	2250	5
Stab 45	23000	2300	5
Stab 46	23500	2350	5
Stab 47	24000	2400	5
Stab 48	24500	2450	5
Stab 49	25000	2500	5
Stab 50	25500	2550	5
Stab 51	26000	2600	5
Stab 52	26500	2650	5
Stab 53	27000	2700	5
Stab 54	27500	2750	5
Stab 55	28000	2800	5
Stab 56	28500	2850	5
Stab 57	29000	2900	5
Stab 58	29500	2950	5
Stab 59	30000	3000	5
Stab 60	30500	3050	5
Stab 61	31000	3100	5
Stab 62	31500	3150	5
Stab 63	32000	3200	5
Stab 64	32500	3250	5
Stab 65	33000	3300	5
Stab 66	33500	3350	5
Stab 67	34000	3400	5
Stab 68	34500	3450	5
Stab 69	35000	3500	5
Stab 70	35500	3550	5
Stab 71	36000	3600	5
Stab 72	36500	3650	5
Stab 73	37000	3700	5
Stab 74	37500	3750	5
Stab 75	38000	3800	5
Stab 76	38500	3850	5
Stab 77	39000	3900	5
Stab 78	39500	3950	5
Stab 79	40000	4000	5
Stab 80	40500	4050	5
Stab 81	41000	4100	5
Stab 82	41500	4150	5
Stab 83	42000	4200	5
Stab 84	42500	4250	5
Stab 85	43000	4300	5
Stab 86	43500	4350	5
Stab 87	44000	4400	5
Stab 88	44500	4450	5
Stab 89	45000	4500	5
Stab 90	45500	4550	5
Stab 91	46000	4600	5
Stab 92	46500	4650	5
Stab 93	47000	4700	5
Stab 94	47500	4750	5
Stab 95	48000	4800	5
Stab 96	48500	4850	5
Stab 97	49000	4900	5
Stab 98	49500	4950	5
Stab 99	50000	5000	5
Stab 100	50500	5050	5
Stab 101	51000	5100	5
Stab 102	51500	5150	5
Stab 103	52000	5200	5
Stab 104	52500	5250	5
Stab 105	53000	5300	5
Stab 106	53500	5350	5
Stab 107	54000	5400	5
Stab 108	54500	5450	5
Stab 109	55000	5500	5
Stab 110	55500	5550	5
Stab 111	56000	5600	5
Stab 112	56500	5650	5
Stab 113	57000	5700	5
Stab 114	57500	5750	5
Stab 115	58000	5800	5
Stab 116	58500	5850	5
Stab 117	59000	5900	5
Stab 118	59500	5950	5
Stab 119	60000	6000	5
Stab 120	60500	6050	5
Stab 121	61000	6100	5
Stab 122	61500	6150	5
Stab 123	62000	6200	5
Stab 124	62500	6250	5
Stab 125	63000	6300	5
Stab 126	63500	6350	5
Stab 127	64000	6400	5
Stab 128	64500	6450	5
Stab 129	65000	6500	5
Stab 130	65500	6550	5
Stab 131	66000	6600	5
Stab 132	66500	6650	5
Stab 133	67000	6700	5
Stab 134	67500	6750	5
Stab 135	68000	6800	5
Stab 136	68500	6850	5
Stab 137	69000	6900	5
Stab 138	69500	6950	5
Stab 139	70000	7000	5
Stab 140	70500	7050	5
Stab 141	71000	7100	5
Stab 142	71500	7150	5
Stab 143	72000	7200	5
Stab 144	72500	7250	5
Stab 145	73000	7300	5
Stab 146	73500	7350	5
Stab 147	74000	7400	5
Stab 148	74500	7450	5
Stab 149	75000	7500	5
Stab 150	75500	7550	5
Stab 151	76000	7600	5
Stab 152	76500	7650	5
Stab 153	77000	7700	5
Stab 154	77500	7750	5
Stab 155	78000	7800	5
Stab 156	78500	7850	5
Stab 157	79000	7900	5
Stab 158	79500	7950	5
Stab 159	80000	8000	5
Stab 160	80500	8050	5
Stab 161	81000	8100	5
Stab 162	81500	8150	5
Stab 163	82000	8200	5
Stab 164	82500	8250	5
Stab 165	83000	8300	5
Stab 166	83500	8350	5
Stab 167	84000	8400	5
Stab 168	84500	8450	5
Stab 169	85000	8500	5
Stab 170	85500	8550	5
Stab 171	86000	8600	5
Stab 172	86500	8650	5
Stab 173	87000	8700	5
Stab 174	87500	8750	5
Stab 175	88000	8800	5
Stab 176	88500	8850	5
Stab 177	89000	8900	5
Stab 178	89500	8950	5
Stab 179	90000	9000	5
Stab 180	90500	9050	5
Stab 181	91000	9100	5
Stab 182	91500	9150	5
Stab 183	92000	9200	5
Stab 184	92500	9250	5
Stab 185	93000	9300	5
Stab 186	93500	9350	5
Stab 187	94000	9400	5
Stab 188	94500	9450	5
Stab 189	95000	9500	5
Stab 190	95500	9550	5
Stab 191	96000	9600	5
Stab 192	96500	9650	5
Stab 193	97000	9700	5
Stab 194	97500	9750	5
Stab 195	98000	9800	5
Stab 196	98500	9850	5
Stab 197	99000	9900	5
Stab 198	99500	9950	5
Stab 199	100000	10000	5
Stab 200	100500	10050	5
Stab 201	101000	10100	5
Stab 202	101500	10150	5
Stab 203	102000	10200	5
Stab 204	102500	10250	5
Stab 205	103000	10300	5
Stab 206	103500	10350	5
Stab 207	104000	10400	5
Stab 208	104500	10450	5
Stab 209	105000	10500	5
Stab 210	105500	10550	5
Stab 211	106000	10600	5
Stab 212	106500	10650	5
Stab 213	107000	10700	5
Stab 214	107500	10750	5
Stab 215	108000	10800	5
Stab 216	108500	10850	5
Stab 217	109000	10900	5
Stab 218	109500	10950	5
Stab 219	110000	11000	5
Stab 220	110500	11050	5
Stab 221	111000	11100	5
Stab 222	111500	11150	5
Stab 223	112000	11200	5
Stab 224	112500	11250	5
Stab 225	113000	11300	5
Stab 226	113500	11350	5
Stab 227	114000	11400	5
Stab 228	114500	11450	5
Stab 229	115000	11500	5
Stab 230	115500	11550	5
Stab 231	116000	11600	5
Stab 232	116500	11650	5
Stab 233	117000	11700	5
Stab 234	117500	11750	5
Stab 235	118000	11800	5
Stab 236	118500	11850	5
Stab 237	119000	11900	5
Stab 238	119500	11950	5
Stab 239	120000	12000	5
Stab 240	120500	12050	5
Stab 241	121000	12100	5
Stab 242	121500	12150	5
Stab 243	122000	12200	5
Stab 244	122500	12250	5
Stab 245	123000	12300	5
Stab 246	123500	12350	5
Stab 247	124000	12400	5
Stab 248	124500	12450	5
Stab 249	125000	12500	5
Stab 250	125500	12550	5
Stab 251	126000	12600	5
Stab 252	126500	12650	5
Stab 253	127000	12700	5
Stab 254	127500	12750	5
Stab 255	128000	12800	5
Stab 256	128500	12850	5
Stab 257	129000	12900	5
Stab 258	129500	12950	5
Stab 259	130000	13000	5
Stab 260	130500	13050	5
Stab 261	131000	13100	5
Stab 262	131500	13150	5
Stab 263	132000	13200	5
Stab 264	132500	13250	5
Stab 265	133000	13300	5
Stab 266	133500	13350	5
Stab 267	134000	13400	5
Stab 268	134500	13450	5
Stab 269	135000	13500	5
Stab 270	135500	13550	5
Stab 271	136000	13600	5
Stab 272	136500	13650	5
Stab 273	137000	13700	5
Stab 274	137500	13750	5
Stab 275	138000	13800	5
Stab 276	138500	13850	5
Stab 277	139000	13900	5
Stab 278	139500	13950	5
Stab 279	140000	14000	5
Stab 280	140500	14050	5
Stab 281	141000	14100	5
Stab 282	141500	14150	5
Stab 283	142000	14200	5
Stab 284	142500	14250	5
Stab 285	143000	14300	5
Stab 286	143500	14350	5
Stab 287	144000		

Pressungen wie bei der absoluten Festigkeit als zulässig angenommen werden; es muss jedoch aufmerksam gemacht werden, dass bei Versuchen über relative Festigkeit, welche bis zum Bruch fortgesetzt werden, aus Gleichung 31) stets ein höherer Werth des Coefficienten \mathfrak{A} sich berechnet, als directe Versuche über absolute Festigkeit (nach Gleichung 21) ergeben, und zwar nimmt bei vierkantigen Stäben die für den Moment des Bruchs theoretisch berechnete Zugfestigkeit beim Gusseisen bis zum $2\frac{1}{2}$ fachen, beim Schmiedeeisen oder Stahl bis zum $1\frac{1}{2}$ fachen zu (wohl in Folge einer Verrückung der neutralen Faser in der Nähe des Bruchs).

Da bei denjenigen Spannungen, welche bei Bauten nicht überschritten werden sollen, die Elasticitäts-Module constant und für Druck oder Zug gleich angenommen werden dürfen, so kommt obige Beobachtung bei praktischen Berechnungen nicht in Betracht, sie musste aber insbesondere desshalb erwähnt werden, damit man nicht, wie schon geschehen, aus der relativen Bruchfestigkeit vierkantiger Stäbe einen Schluss auf die absolute Festigkeit des fraglichen Materials machen zu können glaubt. Selbstverständlich ist, wenn \mathfrak{A} und \mathfrak{B} nicht gleich sind, stets der kleinere Werth in die Rechnung einzuführen.

Die in Tabelle XII. enthaltenen Festigkeitscoefficienten sind Mittelwerthe, da die Güte der einzelnen Materialien im Wesentlichen vom Fabrikationsort, bei Holz vom Standorte abhängt; es ist nicht nur die Wahl des Rohstoffes, sondern bei Eisen insbesondere die Fabrikationsmethode massgebend, und ist letztere manchen Aenderungen unterworfen.

Weiteren Einfluss übt auch die Behandlung des Materials bei der Verarbeitung, indem schroffe Biegungen, insbesondere Auskröpfungen, die Festigkeit des Materials beeinträchtigen. — Beim Gussstahl ist der Grad der Härtung wesentlich und trägt im Allgemeinen gehärteter Stahl mehr als weicher Stahl, freilich auf Kosten der Festigkeit gegen Stösse; eine weitere Beobachtung ist, dass die Bruchfestigkeit von Stahlplatten, welche 5500 K. betrug, auf 3800 K. herabsank, wenn die Nietlöcher (statt gebohrt) durchstanzt wurden (Versuche in dem Stahl- und Eisenwerk Bolton le Moors Lancashire). — Bei dem grossen Unterschied der Festigkeits-Coefficienten des Stahls ist Vorsicht anzurathen, wesshalb wir für guten Bessmer Stahl nur 1000 K. per □Centim. zulässige Spannung annehmen, wie auch bei der Bogenbrücke über den Quai d'Orsay in der Pariser Ausstellung geschehen ist. —

Indessen sind für das gewöhnliche Material der Brückenträger, für gewalztes Schmiedeeisen, die beobachteten Bruchgewichte keineswegs sehr verschieden, und werden auch die bei der Berechnung von schmiedeisernen Brücken angewendeten Festigkeits-Coefficienten von den meisten Ingenieuren ziemlich gleichförmig angenommen, nämlich 6—800 K. per □Centim., was in Folgendem näher ausgeführt wird und wobei wesentlich in Betracht kommt,

ob die Verschwächung durch Nieten etc. vollständig bei der Rechnung berücksichtigt worden ist.

Eine sehr vollständige Zusammenstellung der sämmtlichen Versuche und vieler sonstigen Erfahrungen hat General Morin gegeben; seine Schrift „die Widerstandsfähigkeit der Baumaterialien“ ist in deutscher Uebersetzung in der allgemeinen Bauzeitung von Förster in den Jahren 1853 und 1854 erschienen.

Anmerkung. Der Umstand, dass kristallinisches, grobkörniges Eisen oft annähernd dieselbe Bruchlast zeigt, wie feinkörniges sehniges Eisen, hat neuerdings in England Veranlassung gegeben, die Güte einer Eisensorte nach der Arbeit zu beurtheilen, welche zur Zerreißung einer Querschniteinheit nothwendig ist; bezeichnet man nämlich mit λ_0 die Ausdehnung eines Stabs von der Länge l kurz vor Eintritt des Bruchs, so ist der Zähigkeitsmodul U des Stabs näherungsweise ausgedrückt durch die Gleichung

$$U = \frac{1}{2} \frac{\lambda_0}{l} \cdot \mathfrak{A}_0$$

wo \mathfrak{A}_0 die auf die Quadrateinheit bezogene Bruchlast bedeutet; aus letzterer und aus der unmittelbar vor dem Bruch beobachteten Verlängerung λ_0 ist der Zähigkeitsmodul U für einige Materialien wie folgt berechnet:

Bezeichnung der Materialien	$\frac{\lambda_0}{l}$	\mathfrak{A}_0 in Kilo	U in Kilo und Decim.
Schmiedeeisen, kristallinisch, schlecht	$\frac{1}{60}$	3150	2625
„ sehr sehnig	$\frac{1}{10}$	3780	18900
Gusseisen, gewöhnl. Qualität . .	$\frac{1}{600}$	1102	84
Bessemer Schienenstahl, gut . .	$\frac{1}{8}$	5985	37406
Krupp'scher Gussstahl	$\frac{1}{7}$	6694	47812
Stahl, sehr hart	$\frac{1}{60}$	6300	5250

die Werthe von U geben die Verhältnisszahlen, nach welchen die betreffenden Materialien den Stößen widerstehen, was für Eisenbahnzwecke in vielen Fällen ganz besonders in Betracht kommt.

39. Es ist bis dahin von uns kein Unterschied zwischen ruhender und bewegter Last gemacht worden, und zeigen auch wirklich die beobachteten Einsenkungen grosser steifer Brückenconstructionen keinen bedeutenden Einfluss der Geschwindigkeit, mit der sich die Belastung über die Brücke bewegt. — Dagegen scheint sich ein schädlicher Einfluss bewegter Lasten dadurch geltend zu machen, dass durch oft wiederholte Belastung und Entlastung der Eisenmaterialien der Aggregatzustand des Eisens eine Veränderung erleidet, und weisen hierauf die Versuche von Wöhler hin, welche in der Zeitschrift für Bauwesen 1870 veröffentlicht sind.

Wöhler hat durch Versuche an Eisen- und Stahlstäben gefunden, dass die Zerstörung des Eisens nicht nur eintritt durch die ruhende, einmal in Wirkung gesetzte Bruchlast, sondern auch durch eine, ziemlich weit unter der Bruchgrenze bleibende, jedoch sehr oft wiederholte Belastung desselben.

Je grösser die Differenz der Spannungen ist, die bei dieser wiederholten Belastung des Eisens eintreten, und je öfter die abwechselnde Belastung und Entlastung wiederholt wird, um so kleiner wird die Grenzspannung, welche schliesslich den Bruch herbeiführt.

Für Schwingungen, bei denen dieselbe Faser das einmal gespannt, das anderemal gepresst ist, tritt als Differenz der äussersten Faserspannungen die Summe von Spannung und Pressung auf und ist desshalb eine solche Inanspruchnahme des Materials als eine möglichst ungünstige, zerstörende zu bezeichnen.

Der Vollständigkeit halber mögen die Hauptresultate der Wöhler'schen Versuche hier Platz finden:

Tabelle XIIa.

Material.	Bruchlast pro Quadrat-Centim. ruhende Last.	Grenzspannungen pro Quadrat- Centimeter..		Differenz der Grenz- spannungen.
		obere Grenze.	untere Grenze.	
	Kil.	Kil.	Kil.	Kil.
Eisen	3290	1169	— 1169	2388
»	»	2190	0	2190
»	»	3216	1734	1462
Gussstahl von Krupp	6400	2047	— 2047	4094
»	»	3509	0	3509
»	»	5848	2558	3290

Die vorstehende Tabelle gibt die Grenzwerte der Faserspannungen pro □Centimeter, durch welche ein Stab auch dann nicht den Bruch erleidet, wenn er in rascher Aufeinanderfolge unendlich oft wiederholt zwischen obigen Grenzspannungen belastet und entlastet wird.

Die Wöhler'schen Versuche sind vorzugsweise angestellt worden, um das Verhalten von Federn und Wagenachsen, welche in rascher Aufeinanderfolge Druck und Zug auszuhalten haben, festzustellen, und können dieselben eine directe Anwendung auf die Berechnung von Brückenconstructionen nicht finden, weil bei letzteren die Belastung und Entlastung seltener und in erheblichen Zwischenräumen erfolgt. — Dass man die Resultate der

Wöhler'schen Untersuchungen nicht ohne Weiteres auf Brückenbauten anwenden kann, geht auch daraus hervor, dass bei Brücken verschiedene Umstände eintreten, die eine beträchtliche Abminderung der zulässigen Spannung verlangen. Hieher gehört die Unsicherheit in der Bestimmung der Grösse der zufälligen Belastung, mangelhafte Ausführung, Verschwächung durch Rosten, welchen Umständen wir dadurch Rechnung getragen haben, dass in Tabelle XII. für Eisen nur ca. $\frac{1}{5}$ der Bruchlast als zulässige Belastung angenommen ist, somit viel weniger, als oben in Tabelle XII^a.

Dagegen zeigen die Werthe der Tabelle immerhin, dass es passend sein wird, bei Bestimmung der Coefficienten für die zulässige Belastung der zufälligen Last ein grösseres Moment einzuräumen als dem Eigengewicht, weil Glieder, die durch das letztere schon stark in Anspruch genommen sind, nach Tabelle XII^a. eine grössere Grenzspannung aushalten, als solche, die bei leerer Brücke ganz entlastet werden.

Herr Ingenieur Gerber, Vorstand der Brückenbauanstalt von Klett & Cie. in Nürnberg, hat in einer Abhandlung über den Bau der Mainzer Rheinbrücke den Vorschlag gemacht, die zulässige Spannung einer schmiedeisenen Brückenkonstruction danach zu bestimmen, dass eine gewisse äusserste Spannungsgrenze (d. h. diejenige Spannung, bei der zuerst eine permanente Verlängerung beobachtet wird) durch die Spannung der unbelasteten Brücke plus dem Dreifachen der durch die variable Last hervorgerufenen Spannung nicht überschritten werde; für gutes Walzeisen, dessen Bruchfestigkeit wir zu 3300 Kilo per □Centim. annehmen dürfen, hat Hr. Gerber diese äusserste Spannungsgrenze (Elasticitätsgrenze) zu 1600 Kilo per □Centim. angenommen.

Wenn wir die Belastungen auf die Längeneinheit reduciren und dann

p das Eigengewicht der Brücke,

k die variable Last,

$q = p + k$ die Totallast

nennen, und für ein bestimmtes Constructionsglied mit

\mathfrak{A}_p die Spannung durch das Eigengewicht,

\mathfrak{N}_1 die grösste Spannung in Folge der variablen Last,

$\mathfrak{N}_q = \mathfrak{N}_p + \mathfrak{N}_k$ die grösste Totalspannung

bezeichnen, so spricht sich obige Regel durch die Formel aus:

$$A_p + 3 A_k = 1600 \text{ K.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 77)$$

und haben wir hienach folgende Tabelle XIII. gebildet:

Tabelle XIII.

$\frac{p}{q}$	$\frac{p}{k}$	$\frac{\mathfrak{A}_k = 1600}{\frac{p}{k} + 3}$	\mathfrak{A}_p	$\mathfrak{A}_q = \mathfrak{A}_p + \mathfrak{A}_k$
0	0	533	0	533
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{9}$	514	57	571
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	505	84	589
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	492	123	615
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	480	160	640
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	457	228	685
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}$	436	291	727
$\frac{1}{2}$	1	400	400	800

Bei Aufstellung der Tabelle XIII ist angenommen, dass die in Folge wechselnder Belastung auftretenden Grenzwerte der Spannungen den Grenzwerten der Belastung entsprechen, somit $p:q$ proportional seien. Es trifft diess für die Hauptträger bei gleichmässiger Vertheilung der Ueberlast insofern zu, als wir auch das Eigengewicht gleichförmig auf die Hauptträger vertheilt annehmen können, anders gestaltet sich aber das Verhältniss bei einseitiger Belastung, wo für gewisse Trägertheile die Spannungen der Reihe nach grösser als die der gleichförmig vertheilten Ueberlast entsprechende Spannung \mathfrak{A}_q , und selbst kleiner als \mathfrak{A}_p , ausfallen können, so dass das Verhältniss zwischen kleinster und grösster Spannung wesentlich kleiner werden kann, als $\frac{p}{q}$.

Für die Fahrbahnglieder insbesondere ist die Spannung durch Eigengewicht nahe $= 0$, somit ebenfalls $\frac{\mathfrak{A}_p}{\mathfrak{A}_q}$ wenig von 0 verschieden.

Diese Glieder sollten daher wesentlich stärker construirt werden, vorzugsweise nothwendig erscheint jedoch eine Ermässigung der nach Tabelle XIII bemessenen zulässigen Spannung (Pressung) in denjenigen Fällen, wo in einem Gliede Wechsel zwischen Druck und Zug stattfindet, und zwar tritt der ungünstigste Fall dann ein, wenn dasselbe Constructionsglied in Folge Bewegung der Last abwechselungsweise gleich stark auf Druck wie auf Zug in Anspruch genommen ist.

Nach den von Wöhler erhaltenen Resultaten darf für Stäbe, die in rascher Aufeinanderfolge gleich stark auf Druck und Zug in Anspruch genommen sind, die Summe von Pressung und Spannung 70% des für ruhende Last gültigen Werths der Bruchlast

nicht überschreiten, so dass Zug beziehungsweise Druck nur etwa 35% des fraglichen Werthes betragen würde. — Aber abgesehen davon, dass für die in Frage kommenden zulässigen Spannungen (Pressungen) ganz andere Verhältnisszahlen sich ergeben müssten, treten speciell bei den Brückenbauten, wie schon oben erläutert, nicht diejenigen Schwingungen ein, welche bei den Wöhler'schen Versuchen durch sehr rasch folgende Belastungen gleicher Intensität hervorgerufen werden, und glauben wir daher sicher zu gehen, wenn wir für diesen ungünstigsten Fall — wo in demselben Construktionsgliede in Folge wechselnder Belastung gleich grosse Maxima der Spannung und Pressung eintreten, je $\frac{2}{3}$ der sonst zulässigen Maximalspannung, beziehungsweise Pressung annehmen, beispielsweise unter Zugrundlegung der Tabelle XIII. je $\frac{2}{3}$ des in der letzten Kolonne der genannten Tabelle enthaltenen Werthes.

Je nachdem nun die der grössten Inanspruchnahme entgegengesetzte Spannung (Pressung) der ersteren sich nähert, oder aber nur einen grössern oder kleinern Bruchtheil derselben ausmacht, nimmt die zulässige Pressung (Spannung) von $\frac{2}{3}$ allmählig bis 1 zu, wie diess für das Verhältniss $\frac{P}{q} = \frac{1}{3}$ in Tabelle XIII^a dargestellt ist.

Tabelle XIII^a.

Zulässige Spannung \mathfrak{N} .	Zulässige Pressung \mathfrak{B} .	$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{N}}$	Bemerkungen.
pro Quadrat- Centimeter.	pro Quadrat- Centimeter.		
457	457	1	** Die negativen Vorzeichen deuten an, dass statt Pres- sung Spannung einzutreten hat.
488	366	0,75	
522	261	0,5	
562	140	0,25	
609	0	0	
665	— 166 *	— 0,25	
685	— 228 *	— 0,33	

Anmerkung. In Ermangelung von andern Anhaltspunkten haben wir zu Bestimmung der Zwischenwerthe eine Gleichung 1. Grades angenommen, deren Constante sich aus den Grenzwerten leicht ergeben.

Für das Verhältniss $\frac{P}{q} = 0$ wechseln in ähnlicher Weise die Spannungen (Pressungen) zwischen 355 und 533, für $\frac{P}{q} = \frac{1}{2}$ zwischen 533 und 800 etc. Indem wir für jedes Verhältniss $\frac{P}{q}$ eine andere Tabelle XIII^a aufstellen, erreichen wir, dass für

Bei Anwendung des durch Tabelle XIII und XIII^a erläuterten Verfahrens erhält man für schmiedeiserne Brückentheile eine den jeweiligen Verhältnissen entsprechende zulässige Spannung, beziehungsweise Pressung für ein bestimmtes Material, dessen Bruchfestigkeit gegen Zug wie gegen Druck zu 3300 Kil. pro □Centim. (entsprechend der mittlern Bruchfestigkeit der bei Brückenbauten gewöhnlich verwendeten Eisensorten) angenommen ist..

Abgesehen von den Bestandtheilen der Fahrbahn (Querträger, Schwellenträger), welche direct den Stößen der Fahrzeuge ausgesetzt sind, und bei denen man in Folge dessen eine grösste Spannung (Pressung) von nur 500—600 Kil. pro □Centim. zulässt, wendet man folgende durchschnittliche Spannungen an:

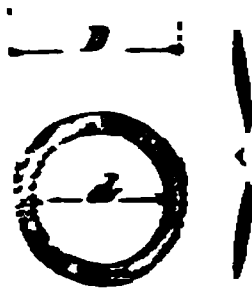
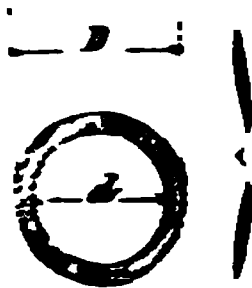
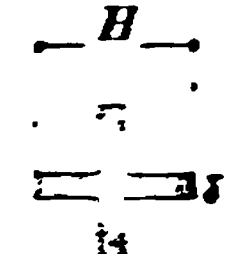
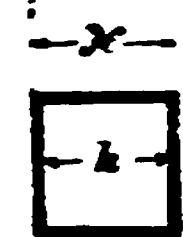
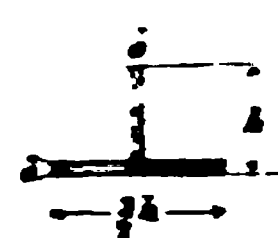
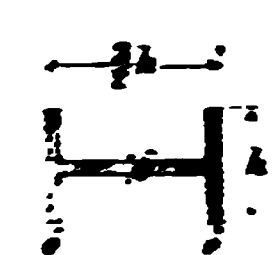
„ mittlere	„	700	„	„	„
„ grosse	„	800	„	„	„

Hiebei ist nun allerdings auf Wechsel zwischen Druck und Zug nicht Rücksicht genommen, was auch da nicht nothwendig ist, wo Zug oder Druck gegenüber der überwiegenden Inanspruchnahme zurücktritt. Wo jedoch dieser Wechsel von Belang ist, wird es zweckmässig sein, das in Tabelle XIII^a erläuterte Verfahren anzuwenden, d. h. die zulässige Spannung (bez. Pressung) bis auf $\frac{2}{3}$ im ungünstigsten Falle zu reduciren.

$$\mathfrak{B}'_m = \frac{\mathfrak{B}'}{1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}} 76^a)$$

Tabelle XIV.

Nr. d. Fig.

Verhältnisszahlen $\frac{L}{H}$ oder $\frac{L}{D}$		1	10	20	30	40	50	60
42	Gusseisen, rund voll	1200	811	411	226	138	92	66
		1	$\frac{1}{1,45}$	$\frac{1}{2,92}$	$\frac{1}{5,82}$	$\frac{1}{8,68}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{16,3}$
	 rund hohl	1200	937	563	339	217	148	107
	$\frac{d}{D} = \frac{5}{6}$	1	$\frac{1}{1,23}$	$\frac{1}{2,13}$	$\frac{1}{3,54}$	$\frac{1}{5,33}$	$\frac{1}{8,1}$	$\frac{1}{11,2}$
	 rund hohl	1200	952	582	353	229	157	114
	$\frac{d}{D} = \frac{9}{10}$	1	$\frac{1}{1,28}$	$\frac{1}{2,06}$	$\frac{1}{3,33}$	$\frac{1}{5,24}$	$\frac{1}{7,62}$	$\frac{1}{10,54}$
43	 kreuzförmig	1200	714	323	169	101	67	47
	$\frac{H}{\delta} = 10$	1	$\frac{1}{1,63}$	$\frac{1}{3,71}$	$\frac{1}{7,11}$	$\frac{1}{11,9}$	$\frac{1}{17,98}$	$\frac{1}{23,5}$
44	Schmiedeeisen, voll viereckig	600	536	405	288	205	150	113
		1	$\frac{1}{1,12}$	$\frac{1}{1,48}$	$\frac{1}{2,08}$	$\frac{1}{2,92}$	$\frac{1}{4,0}$	$\frac{1}{5,32}$
	s. Fig. 42. rund hohl	600	555	451	243	257	195	150
	$\frac{d}{D} = \frac{24}{25}$	1	$\frac{1}{1,08}$	$\frac{1}{1,33}$	$\frac{1}{1,75}$	$\frac{1}{2,33}$	$\frac{1}{3,08}$	$\frac{1}{4,0}$
	 quadratisch hohl	600	566	460	355	300	234	185
	$\frac{h}{H} = \frac{24}{25}$	1	$\frac{1}{1,06}$	$\frac{1}{1,25}$	$\frac{1}{1,56}$	$\frac{1}{2,0}$	$\frac{1}{2,56}$	$\frac{1}{3,24}$
	s. ober. Fig. 43. kreuzförmig	600	488	316	197	130	90	65
	$\frac{H}{\delta} = 10$	1	$\frac{1}{1,23}$	$\frac{1}{1,90}$	$\frac{1}{3,04}$	$\frac{1}{4,62}$	$\frac{1}{6,86}$	$\frac{1}{9,15}$
	 $\frac{h}{\delta} = 10$	600	536	408	290	207	151	114
		1	$\frac{1}{1,12}$	$\frac{1}{1,47}$	$\frac{1}{2,07}$	$\frac{1}{2,90}$	$\frac{1}{3,97}$	$\frac{1}{5,28}$
46	 $\frac{h}{\delta} = 10$	600	504	337	217	145	101	74
		1	$\frac{1}{1,19}$	$\frac{1}{1,73}$	$\frac{1}{2,77}$	$\frac{1}{4,15}$	$\frac{1}{5,92}$	$\frac{1}{8,08}$
Gusstahl, voll viereckig		1500	1339	1013	721	514	375	282
		1	$\frac{1}{1,12}$	$\frac{1}{1,48}$	$\frac{1}{2,08}$	$\frac{1}{2,92}$	$\frac{1}{4,0}$	$\frac{1}{5,32}$
Holz, voll viereckig		60	48	30	19	12	9	6
		1	$\frac{1}{1,24}$	$\frac{1}{1,96}$	$\frac{1}{3,16}$	$\frac{1}{4,54}$	$\frac{1}{7,0}$	$\frac{1}{9,64}$

Die Ausbiegung des Stabes erfolgt stets nach der Seite der kleinsten Querschnittsdimension, es ist desshalb Gleichung 30) auf diejenige Achse des Querschnitts zu beziehen, für welche Θ ein Minimum wird. Die Mittelwerthe für \mathfrak{B}' sind in Tabelle XII, die Mittelwerthe für den Coefficienten K in Tabelle XI. gegeben und erhält man endlich durch Berechnung der Trägheitsmomente Θ die nebenstehende Tabelle XIV., in welcher die zulässigen mittleren Pressungen für eine Reihe der häufiger vorkommenden Fälle direct gegeben sind. — Diese zulässige mittlere Pressung \mathfrak{B}'_m ist aber nach vorstehender Definition diejenige Belastung, die einem längeren Stabe per Quadratcentimeter mit Sicherheit zugemuthet werden darf. — Die Tabelle enthält ausser-

dem den Bruch $\frac{1}{1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}}$ und gibt dieser an, welcher Theil der absolut rückwirkenden Festigkeit für längere Stäbe in Rechnung zu ziehen ist.

Anmerkung. Wir bemerken hier wiederholt, dass die Werthe der Tabelle XIV. sich auf Stäbe mit freien (abgerundeten) Enden beziehen. Sind die Stäbe ganz oder theilweise eingespannt, so ist die in Rechnung zu stellende Länge L aus Fig. 41—41^b zu entnehmen.

41. Hohle Säulen oder Stäbe mit dünnen Wänden zeigen nach Tafel XIV. eine verhältnissmässig grössere relativ rückwirkende Festigkeit, als volle runde oder viereckige Stäbe, da das Material in Beziehung auf Biegung günstiger vertheilt ist. — Ist jedoch die Wanddicke gegenüber den übrigen Querschnittsdimensionen zu gering, so findet beim Bruch ein Einknicken der dünnen Wand Statt; für solche Fälle ist die zulässige Pressung schon für kurze Stäbe entsprechend zu vermindern, und bei längeren Stäben ist die so verminderte zulässige Pressung ausserdem

mit dem Quotienten $\frac{1}{1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}}$ zu multipliciren.

Diesem Einknicken kann man aber durch zweckmässige Absteifungen entgegenwirken, und zwar können letztere sowohl parallel als senkrecht zur Längenrichtung angebracht sein; so werden z. B. schmiedeiserne Röhren zweckmässig durch einzelne Ringe ausgesteift, welche verhältnissmässig wenig Material erfordern.

Wenn die Absteifung durch Längenrippen geschieht, so sind solche in der Regel dem tragenden Querschnitt hinzuzurechnen; man kann die genaue Berechnung des Trägheitsmoments des oft complicirten Querschnitts durch Annahme einer mittleren Wanddicke umgehen.

Sehr ausgedehnte Versuche über die rückwirkende Festigkeit des Gusseisens hat E. Hodgkinson angestellt

in Anspruch genommen, und steht diess auch in Uebereinstimmung mit den Wöhler'schen Versuchen (vergl. Tabelle XII*.).

So waren die Ketten, mittelst deren die Röhren der Brianniabrücke gehoben wurden, mit 1300 Kil. pro □Centim. belastet, somit da für fragliches Material eine Bruchlast von 3500 Kil. anzunehmen ist, mit über ein Drittel der letzteren.

Ein Beispiel sehr starker Belastung hölzerner Säulen führt Morin an in seinem (oben citirten) Aufsatz über die Festigkeit der Materialien, indem im Getreidemagazin La Villette die hölzernen Pfosten der untersten Etage bei einer Höhe von 3,2 M. und einem Querschnitt von 0,35 M. auf 0,20 M. einem Druck von 123 Kil. pro □Cent. zu widerstehen haben. Für diesen Fall ist $\frac{L}{H} = \frac{320}{20} = 16$, somit sollte nach Tabelle XIV. der □Centimeter nur mit ca. 38 Kil. belastet sein. Diese Pfosten haben daher mehr als das Dreifache dieser Last mit Sicherheit ausgehalten.

Ebenso hat Fairbairn in einer Abhandlung über die Anwendung eiserner Träger im Hochbau (*On the application of iron to building purposes*) für die Säulen und Balken feuersicherer Gebäude ein Drittel der Bruchlast als zulässige Spannung (Pressung) angenommen.

Wenn somit für ruhende Last, wie diess namentlich bei Hochbauten meist zutrifft, die Grösse der Belastung genau bekannt ist, so kann man die Sicherheitscoefficienten der Tabelle XII. wohl geringer nehmen, und halten wir folgende Werthe der Belastung pro □Centimeter für zulässig:

Schmiedeeisen auf Druck und Zug	1000 Kil.
Gusseisen auf Druck	1500 Kil.
Holz auf Druck oder Zug :	80—100 Kil.

was einem Sicherheitscoefficienten für Schmiedeeisen = 3, für Holz nicht unter 5 entspricht.

Hiebei ist vorausgesetzt, dass alle Umstände, welche eine Verschwächung der Construction bedingen könnten, in Rechnung gezogen sind; dass die Bruchlast der verwendeten Materialien durch Versuche genau bekannt ist, und dass namentlich das Holz den Einflüssen der Witterung entzogen ist.

Der Coefficient für Gusseisen ist verhältnissmässig niedrig angenommen mit Rücksicht auf schwer zu vermeidende Gussfehler.

§. 5. Von der Stärke der Verbindungen.

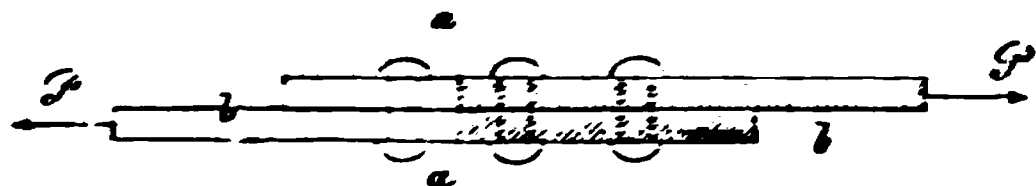
43. Die Festigkeit einer Construction hängt wesentlich ab von der Stärke der einzelnen Verbindungen; wenn ein Bruch durch Zerreißen eines Bolzens oder einer Niete erfolgt, so ist ein Ueber-

man in der Stärke der zu verbindenden Glieder ohne weiteren Nutzen und ist somit eine genaue Berechnung der einzelnen Dimensionen nur dann von Vortheil, wenn man sich über die Widerstandskraft der notwendigen Knotenpunkte und Stösse Rechenschaft zu geben weiss.

Eine Verbindung kann entweder durch den geometrischen Zusammenhang der einzelnen Theile gebildet werden, wie diess bei vielen Holzverbindungen Statt findet, meist aber werden einzelne Zwischenstücke, wie Bolzen, Nieten u. dergl. zu Hilfe genommen. — Um berechnen zu können, inwieweit die einzelnen Zwischenglieder und Theile der zu verbindenden Glieder in Anspruch genommen sind, müssen in allen Fällen die Betrachtungen der Nr. 4 zum Ziele führen, indem man sich durch die fraglichen Glieder geeignete Trennungsflächen gelegt denkt und die Gleichgewichtsbedingungen für die Summe der innern und äussern Kräfte anschreibt. — In den meisten Fällen wird diese Berechnung sehr einfach und handelt es sich in der Hauptsache darum, geeignete Trennungsflächen aufzusuchen.

44. Wir betrachten zunächst den Fall, dass 2 Stäbe nach ihrer Längenrichtung gestossen und durch Bolzen so verbunden sind, dass ein nach der Längenrichtung wirkender Zug durch

Fig. 47.



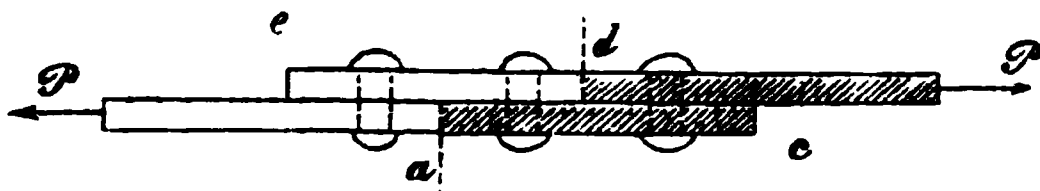
diese Bolzen vollständig übertragen werden muss, wie diess in beistehender Fig. 47 angedeutet ist.

Bei einem Schnitt *aa* senkrecht zu der zu übertragenden Kraft *P* wird letztere durch die im Schnitt *aa* wirkenden absoluten Spannungen aufgenommen, während in einem Schnitt parallel zur Krafrichtung die Uebertragung mittelst der längs der Trennungsfläche *bb* wirkenden Schubkräfte Statt findet, und müssen letztere — wenn man vorläufig von der Reibung absieht — in der Querschnittfläche der auf Abscheeren in Anspruch genommenen Bolzen aufgesucht werden.

Wir machen nun die einigermaßen willkürliche Voraussetzung, dass diese 3 Bolzen, insofern sie gleichen Durchmesser haben, sich gleichförmig in die zu übertragende Kraft theilen; denn unter dieser Annahme sind die Aenderungen in der Spannung der zu verbindenden Stäben möglichst stetig, und da andererseits sprungweise Spannungsdifferenzen sich von selbst auszugleichen bestrebt sind, so darf rückwärts auf die Zulässigkeit obiger Voraussetzung geschlossen werden.

In beistehender Fig. 48 sei durch die Schraffirung ein Schnitt $a-d$ angedeutet; betrachten wir zuerst das Stück ed des oberen Stabes, so muss der in d wirkende Zug im Gleichgewicht sein mit dem Abscheerungswiderstand der 2 am-Fragment ed befestigten Bolzen; dieser Widerstand S ist für jeden der drei gleichförmig

Fig. 48.



angegriffenen Bolzen je

$$S = \frac{1}{3} P \dots \dots \dots I.$$

folglich ist der im obern Stab in d wirkende Zug Z_d durch die Gleichung gegeben

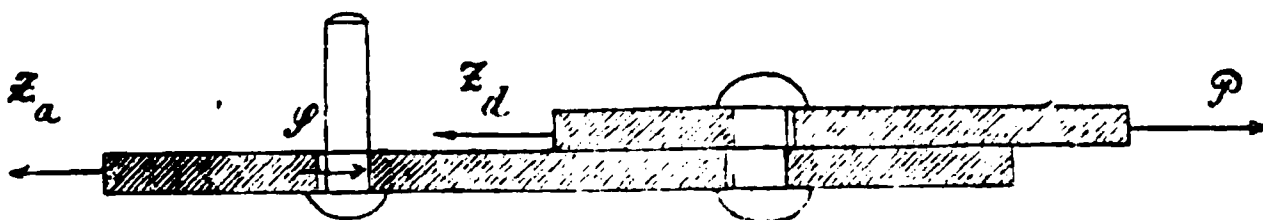
$$Z_d = 2 S = \frac{2}{3} P II.$$

und ebenso findet man durch Betrachtung des Fragments ac für den Zug Z_a , der im untern Stab in a wirkt,

$$Z_a = 2 S = \frac{2}{3} P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{III.}$$

Die sämtlichen im Schnitt ad parallel P wirkenden Kräfte Z_a , Z_d und S müssen eine Resultante geben, deren algebraische Summe gleich ist der Kraft P . — Die Widerstandskraft S des mittleren Bolzens wirkt — wie aus der Fig. 49 hervorgeht — den Kräften

Fig. 49.



Z_a und Z_d entgegengesetzt, und ist somit nach den Bedingungen des Gleichgewichts

$$P = Z_s + Z_d - S \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad IV.$$

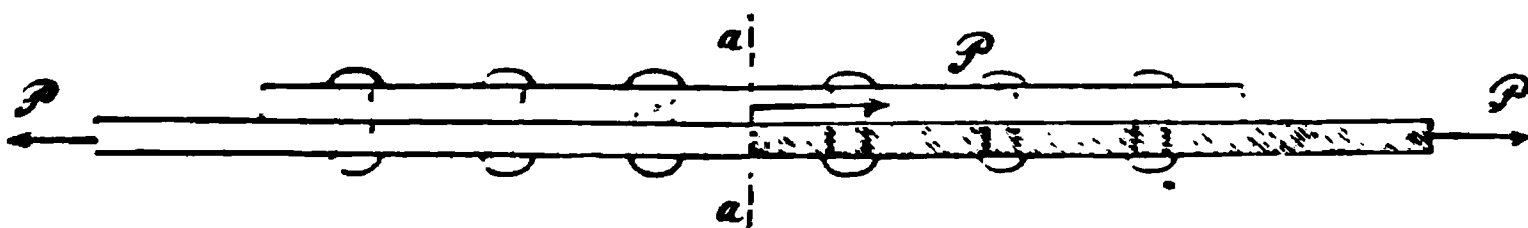
eine Gleichung, deren Richtigkeit durch Wertheinsetzung aus den Gleichungen I.—III. sofort erhellt.

In weiterer Verfolgung dieser Anschauungen finden wir die schwächsten Stellen der betrachteten Stossverbindung. — Von der linken Seite ausgehend ist der Zug im untersten Stabe zwischen dem 1. und 2. Bolzen $Z_1 = \frac{2}{3} P$, zwischen dem 2. und 3. Bolzen

$\frac{1}{3}P$, während unmittelbar an dem 1. äussersten Bolzen der durch die Durchlochung verschwächte Stab den vollen Zug P auszuhalten hat; an jedem andern Punkte ist entweder der Querschnitt des Stabes grösser, oder ist die zu übertragende Kraft geringer; es ist also am ersten äussersten Bolzen die schwache Stelle des betrachteten Stabes. — Der Bruch kann aber auch durch Zerreißen der Bolzen eintreten; es ist zu untersuchen, ob letztere durch die Kraft $\frac{P}{3}$ mehr in Anspruch genommen sind, als der verschwächte Querschnitt des Stabes durch die volle Kraft P .

Wir gehen auf den allgemeineren Fall über, dass, wie in Fig. 50 angedeutet, 2 stumpf gestossene Stäbe durch eine einseitige Stossplatte und beliebig viele Bolzen verbunden sind. Wir ersehen aus der Betrachtung des Schnitts aa , dass die Stossplatte in der Mitte die zu übertragende Kraft P vollständig aufnehmen muss, und ist diese Kraft P in der Stossplatte auch da noch vorhanden, wo letztere durch die aa zunächst liegenden Bolzen verschwächt ist; dort sind also die beiden schwachen Stellen der be-

Fig. 50.



trachteten Stossplatte. — Die gestossenen Stäbe haben ihre schwache Stelle unmittelbar an den äussersten Bolzen, die Bolzen selbst werden wieder als gleich stark und gleichförmig angegriffen betrachtet, und haben, soweit sie auf einer Seite des Stosses sich befinden, je die ganze Kraft auf die Stossplatte, beziehungsweise von da auf den zweiten Stab zu übertragen. — Ein Bruch kann in der schwachen Stelle der Stäbe, oder in den Bolzen, oder aber in der Stossplatte eintreten.

Diese dreierlei Möglichkeiten eines Bruches sollen in bestimmte Formeln gebracht werden. Wir denken uns einen Stab, der der Breite nach nur ein Bolzenloch hat, oder was dasselbe ist, wir denken uns breitere Stäbe in so viele Längsstreifen vertheilt, als der Breite nach Bolzen vorhanden sind, und bezeichnen für die in Fig. 50, beziehungsweise 47 skizzirten Stossverbindungen mit

- b die Breite der zu verbindenden Stäbe oder Blechstreifen;
- b' die Breite der Stossplatte (wenn eine solche vorhanden ist), beziehungsweise eines Streifens derselben,

w' den Querschnitt sämmtlicher durch die dem Stosse zunächst befindlichen Bolzen verschwächten Stossplatten,
 n die Anzahl der zu einer Seite des Stosses befindlichen Bolzenschnitte (wobei also doppelschnittige Bolzen doppelt zu zählen sind),
 d den Durchmesser der gleich stark vorausgesetzten Bolzen,
 so ist

grösste Spannung in den gestossenen Stäben

$$\mathfrak{A} = \frac{P}{w} \quad 86)$$

grösste Pressung in den Stossplatten

$$\mathfrak{A}' = \frac{P}{w'} \quad 87)$$

Schubspannung in den Bolzen

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{n} \frac{\frac{\pi}{4} d^2 P}{\frac{\pi}{4} d^2} \quad 88)$$

Sind die Bolzen nicht gleich dick, so ist zu Bestimmung von \mathfrak{C} in Gleichung 88), für die Grösse $n \frac{\pi}{4} d^2$ der Gesamt-Querschnitt des zu einer Seite des Stosses befindlichen Bolzenschnitts w_n einzusetzen, wodurch man erhält

$$\mathfrak{C} = \frac{P}{w_n} \quad 88^a)$$

Wenn die Bolzen oder Stossplatten nicht gleichförmig in Anspruch genommen sind, so muss der Gesamt-Querschnitt in einzelne Abtheilungen zerlegt werden und müssen nach Umständen für jedes einzelne Glied die Gleichgewichtsbedingungen entwickelt werden. Häufig wird aber eine wiederholte Anwendung der Gleichungen 86)—88) zum Ziele führen.

47. Wenn ein Constructionsmitglied aus mehreren neben einander liegenden Stäben zusammengesetzt ist, so werden dieselben im Allgemeinen nicht an derselben Stelle gestossen sein; der Total-Querschnitt wird also durch den Stoss eines der verbundenen Stäbe zunächst nur eine theilweise Verschwächung erleiden; wenn jedoch der betrachtete Stoss richtig construirt ist (siehe den Schluss von Nr. 44), so wird die Verschwächung des gestossenen Stabes durch Abzug der Bolzenlöcher vollständig berücksichtigt; dieselben Bolzen werden aber bei den meisten Konstruktionen auch durch die nicht gestossenen übrigen Stäbe hindurchgehen müssen, und vertheilt sich dann die Verschwächung auf den ganzen Querschnitt.

Ist die Ueberplattung eines Stosses ungenügend, so darf für den gestossenen Stab nur derjenige Querschnitt eingeführt

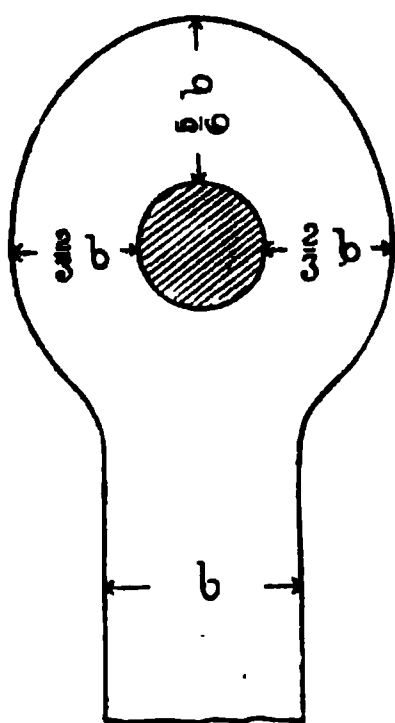
werden, der der Stärke der Ueberplattung — Stossplatten- oder Bolzen-Querschnittsumme — entspricht, während für die übrigen nicht gestossenen Stäbe derjenige Querschnitt berechnet werden muss, welcher durch die dem Stosse zunächst liegenden Bolzen gelegt ist. — Ist gar keine Stossplatte vorhanden, so fällt der gestossene Stab in der Berechnung ganz aus und ist nur der durch die Bolzenlöcher verschwächte Querschnitt der übrigen Stäbe zu rechnen.

Letzterer Fall tritt bei den aus vielen einzelnen Stäben — Flacheisen und Winkeln zusammengesetzten Gurtungen häufig ein, weil die Anbringung der vielen Stossplatten sehr unbequem werden kann; werden jedoch bei zusammengesetzten Stäben Stossplatten angewendet, so darf man bei guten Konstruktionen annehmen, dass die Stossplatten nach Querschnitt und Bolzenanzahl genügend bemessen sind, und findet die in die Rechnung einzuführende Querschnittfläche des betrachteten zusammengesetzten Konstruktionsglieds dadurch, dass man von dem Gesamt-Querschnitt sämtlicher Stäbe die in derselben Ebene befindlichen zahlreichsten Bolzenlöcher abzieht.

48. Bei vorstehenden Betrachtungen war vorausgesetzt, dass die zu verbindenden Stäbe durchweg gleiche Breite und Dicke haben, so dass eine Verschwächung der Stäbe durch die Bolzen

nothwendig eintreten musste; diese Verschwächung kann aber dadurch vermieden werden, dass man die Stäbe an den zu verbindenden Enden erbreitet oder verdickt. — Vorstehende Fig. 52 (s. oben) zeigt eine derartige Anordnung, wie sie bei Kettenbrücken üblich ist, und hat man hierbei darauf zu sehen, dass nirgends eine Trennungsfläche möglich ist, welche kleiner als der Stab-Querschnitt wäre.

Fig. 52a.



Anmerkung. Hr. Malberg empfiehlt nach besonders angestellten Versuchen, die Metallbreite um das Bolzenloch mindestens $\frac{2}{3}$ der Stabbreite zu nehmen und am Stabende bis auf $\frac{5}{6}$ der Stabbreite zunehmen zu lassen (s. Figur 52a).

49. Wenn die gestossenen Stäbe einem gemeinsamen Druck nach ihrer Längenrichtung zu widerstehen hätten, so würde bei der in Fig. 47—49 dargestellten Anordnung die Uebertragung der Kraft ganz in derselben Weise erfolgen, wie bei gezogenen Stäben; anders verhält es sich, wenn die Stäbe stumpf gestossen und mit Stossplatten verbunden sind; wenn nämlich die Enden genau auf einander passen, so kann die Kraft durch direkten Druck ohne Vermittlung der Bolzen übertragen werden. Dieses

genaue Anpassen wird aber in Folge von Mängeln in der Ausführung, sodann insbesondere in Folge von Temperaturänderungen nur unvollständig oder häufig gar nicht vorhanden sein; man wird also auch hier eine genügende Bolzenverbindung nicht missen können und wird dieselbe häufig in derselben Weise wie bei gezogenen Stäben anbringen; diess gilt namentlich von solchen Konstruktionen, wo ein Theil der Glieder abwechselungsweise auf Zug und Druck in Anspruch genommen ist und wo somit eine beständige Aenderung des geometrischen Zusammenhangs zu befürchten ist. Wo man aber, wie bei ständig belasteten Säulen, auf einen unmittelbaren Contact der gedrückten Theile mit Sicherheit rechnen kann, da wird man die Verbindungsbolzen möglichst verringern, und eben damit die Verschwächung des gestossenen Stabes auf ein Minimum zurückführen.

50. Sehr wichtig und von umfassender Anwendung sind im Brückenbau die Nietverbindungen; es sind desshalb auch sehr vollständige Untersuchungen über die Widerstandsfähigkeit derselben vorhanden.

Der Widerstand der Nietbolzen setzt sich aus der Abscheerungsfestigkeit derselben und der zwischen den verbundenen Stäben herrschenden Reibung zusammen; letztere wird bei warmer Nietung durch das bei der Erkaltung eintretende starke Zusammenziehen in sehr hohem Grade hervorgerufen; schon beim Baue der Britanniabrücke wurden direkte Versuche über den numerischen Betrag dieser Reibung angestellt, indem man den Bolzen so viel Spielraum liess, dass das Verschieben der verbundenen Platten zunächst nur durch die Reibung verhindert werden konnte. — Man fand 1200—1300 Kil. per □Centimeter des Nietbolzen-Querschnitts als Reibungswiderstand, während die absolute Festigkeit des verwendeten Eisens 3776 Kil. per □Centimeter betrug.

Anderseits hat man gefunden, dass eine gewöhnliche, sorgfältig hergestellte warme Niete per Quadrateinheit incl. Reibung einen Widerstand zeigt, welcher der absoluten Festigkeit des verwendeten Eisens (im obigen Falle 3776 Kilo per □Cent.) gleichsteht; wie viel hievon auf Rechnung der Reibung kommt, ist schwer zu beurtheilen, doch wird anzunehmen sein, dass ein Theil der Reibung schon vor dem Eintritt des Bruchs überwunden war.

Ohne jedoch näher untersuchen zu müssen, in welcher Weise der Gesamtwiderstand sich aus der Reibung und der Abscheerungsfestigkeit zusammensetzt, genügt für uns die Thatsache, dass sorgfältig hergestellte warme Niete per Quadrateinheit ihrer Querschnittfläche einen der absoluten Festigkeit gleichkommenden Widerstand gegen Abscheeren (incl. Reibung) zeigen. — Mit Rücksicht auf die in der Ausführung nicht zu vermeidenden Un-

genauigkeiten haben einzelne Ingenieure nur $\frac{3}{4}$ oder $\frac{2}{3}$ der absoluten Festigkeit für den Nietenzwiderstand angenommen; letzterer Werth erscheint aber bei guter Ausführung offenbar zu gering; wenn man ausserdem bedenkt, dass das Nieteisen gewöhnlich besserer Qualität ist, als das verbundene Walzeisen, so wird für sehr sorgfältige Ausführung *) der per Quadrat-einheit berechnete Nietenzwiderstand $\frac{C}{A}$ der absoluten Festigkeit $\frac{C}{A}$ der zu verbindenden Bleche gleich zu setzen sein; im Uebrigen aber muss es jedem Konstrukteur überlassen sein, das Verhältniss $\frac{C}{A}$ dem vorliegenden Falle anzupassen; dieses Verhältniss $\frac{C}{A}$ dürfte zwischen $\frac{3}{4}$ und 1 variiren.

Einige Ingenieure halten die warme Nietung für unzuverlässig, annehmend dass die Niete nach dem Erkalten trotz des Stauchens die Nietlöcher nicht mehr vollständig ausfüllen, und wenden kalt eingetriebene, genau abgedrehte (theilweise schwach konische) Nietbolzen an, von welchen ein vollkommen dichter Verschluss und ein ganz gleichmässiger Widerstand erwartet wird; anderseits ist aber die Reibung bei kalter Nietung entschieden geringer und wird auch hier die Summe beider Widerstände den Betrag der absoluten Festigkeit (oder theoretischen Abscheerungsfestigkeit) nicht übersteigen, und indem auch hier Unvollkommenheiten in der Ausführung nicht zu vermeiden sind, so glauben wir, dass auch bei kalter Nietung im Allgemeinen kein grösserer Nietenzwiderstand gerechnet werden darf. — Die richtigste Anwendung findet die kalte Nietung wohl da, wo die warme Nietung anderer Umstände halber und insbesondere wegen zu grosser Dicke der zu verbindenden Stücke nur mangelhaft und ungenügend ausgeführt werden kann.

51. Die obigen allgemeinen Formeln 80)–88) finden auch für Nietenzverbindungen unbedingte Anwendung und haben nur insoweit eine nähere Präcisirung erfahren, als wir für das Verhältniss $\frac{C}{A}$ die Grenzen $\frac{3}{4}$ bis 1 in der vorhergehenden Nummer angegeben haben.

Bei der ungemein grossen Anzahl Niete, welche bei den von gewalztem Schmiedeeisen hergestellten Konstruktionen angewendet werden, ist aber ein richtiges Verhältniss zwischen dem Durchmesser der Niete und ihrer Zahl und Entfernung von grosser Wichtigkeit.

Denken wir uns den sehr einfachen Fall, dass die Niete, wie in Fig. 53 dargestellt, nach der Längsrichtung der zu ver-

*) Anmerkung. Unter sorgfältiger Ausführung verstehen wir, dass die Löcher der einzelnen Blechlagen genau auf einander passen und die Niete eine solche Dicke haben, dass sie in Folge des Stauchens das Loch ganz ausfüllen.

bindenden Platten je direkt hinter einander angebracht sind, so kann man sich, wie in den Formeln 80)—85) vorausgesetzt ist, die Platte in einzelne Längsstreifen von der Breite b zerlegt denken; bezeichnet nun im Uebrigen

P die von einem Streifen zu übertragende Kraft,

t die Dicke des gestossenen Blechs,

n die Anzahl der hinter einander befindlichen Niete,

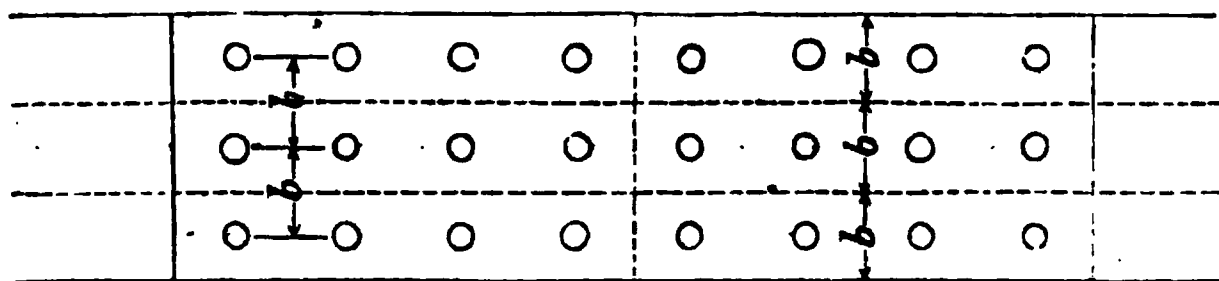
d den Durchmesser der Niete,

so folgt für einseitige Stossplatten und somit einschnittige Niete nach Gleichung 80) und 82)

Spannung im gestossenen Stab

$$\mathfrak{A} = \frac{P}{(b - d) t} \quad \dots \quad \text{I.}$$

Fig. 53.



Schubspannung in den Nietbolzen

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{n} \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} \quad \dots \quad \text{II.}$$

woraus durch Elimination von P folgt

$$(b - d) t = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}} n \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \quad \dots \quad 89)$$

und gibt diese Gleichung nach d aufgelöst

$$d = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}} \cdot \frac{2}{n\pi} \left\{ -t \pm \sqrt{\frac{n\pi b t}{\left(\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}}\right)} + t^2} \right\} \quad \dots \quad 90)$$

Dieselben Gleichungen 89) und 90) gelten für beiderseitige Stossplatten und somit doppelschnittige Niete, wenn man für n durchweg den Werth $2n$ einsetzt; somit ist für dieselben

$$(b - d) t = \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}} 2n \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \quad \dots \quad 89^a)$$

woraus

$$d = \frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}} \cdot \frac{1}{n\pi} \left\{ -t \pm \sqrt{\frac{2n\pi}{\left(\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{C}}\right)} b t + t^2} \right\} \quad \dots \quad 90^a)$$

Wenn man also ein bestimmtes Verhältniss $\frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{A}}$ annimmt, so

kann man nach den Gleichungen 89)—90*) stets b , d oder t so bemessen, dass die gestossenen Platten und die Nietbolzen gleich in Anspruch genommen sind und ist bei Einhaltung der hiedurch bedingten Verhältnisse die grösste Materialersparniss möglich.

52. Wenn man in Gleichung 89) den Nietendurchmesser als gegeben betrachtet, so wird die Breite b desto grösser, je kleiner die Blechdicke t ist; je grösser aber b bei gegebenem Bolzendurchmesser ist, desto mehr nähert sich der Bruch $\frac{b-d}{b}$ der Einheit, desto geringer ist die Verschwächung des Blechs. Abgesehen davon, dass die einzelnen Dimensionen durch die verschiedenartigsten Umstände bedingt sein können, ist die unbegrenzte Verringerung des Verhältnisses $\frac{t}{d}$ durch besondere Rücksichten verhindert.

Ist nämlich $\frac{t}{d}$ sehr klein, so kann die Fläche $d \cdot t$, mit welcher der Nietbolzen gegen die Lochwandung anliegt, für den zu übertragenden Druck zu gering sein; Hr. Ingenieur Gerber hat bei direkten Versuchen den Widerstand der Fläche dt $2\frac{1}{2}$ mal bis $3\frac{3}{4}$ mal so gross gefunden, als die absolute Festigkeit desselben Materials beträgt; nimmt man den geringeren dieser Werthe an und setzt die Schubfestigkeit (Abscheerungsfestigkeit) der Bolzen gleich der absoluten Festigkeit des fraglichen Materials, so erhält man, vollständige Anstrengung des Bolzens vorausgesetzt:

für einschnittige Niete

$$2,5 dt \geq \frac{\pi d^2}{4}$$

für doppelschnittige Niete

$$2,5 dt \geq 2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

91)

Nach dieser Regel wäre bei doppelschnittigen Niete die zwischen den beiden Schnitten befindliche Blechdicke wenigstens 0,63 der Nietbolzendicke zu nehmen, es scheint diess aber mehr als ausreichende Blechdicken zu ergeben, wie auch Hr. Gerber nach Obigem theilweise eine höhere Widerstandskraft gefunden hat; jedenfalls ist darauf aufmerksam zu machen, dass bei Nietbolzen, deren Festigkeit nicht vollständig in Anspruch genommen ist, die Blechdicke entsprechend schwächer gehalten werden darf.

Dünnere Blechplatten haben den Vorthail, dass wenn mehrere Blechlagen nebst Stossplatten sich übereinander befinden, die Länge des Nietbolzens nicht zu gross wird; es soll die Länge des Nietbolzens zwischen den Köpfen nicht mehr als 15—18 Centim.

betragen; Nieten von grösserer Länge zerreißen häufig beim Erkalten und ist zu fürchten, dass eine Beschädigung auch dann eingetreten ist, wenn kein Bruch sichtbar ist; auch zeigt die Erfahrung, dass zu lange Nieten sich nicht mehr gehörig stauchen und somit das Nietloch nicht ausfüllen. — Regel ist, den Nieten wo möglich unter 10 Cent. und höchstens 15 Cent. Länge zwischen den Köpfen zu geben.

Wir wollen an dem Beispiele von zwei übereinander liegenden Blechplatten die Anwendung der vorstehenden Regeln zeigen und zugleich die etwa anzuwendenden Stossverbindungen bezüglich ihrer Festigkeit vergleichen.

Die Bleche seien durch Nietreihen parallel ihrer Längsrichtung verbunden, so dass wir einen Streifen von der Breite der Nietendistanz als Maassstab der Berechnung herausnehmen können.

Wir setzen

die Plattendicke $t = 1,5$ Cent.,

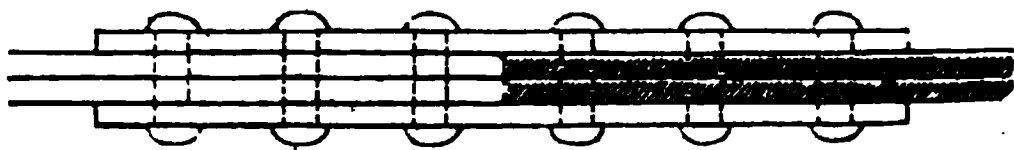
die seitliche Distanz der Nieten (Blechbreite) $b = 15$ Cent.

die Zahl der hintereinander befindlichen Nieten $n = 3$,

endlich sei in den Formeln 89)–90*) $\frac{C}{\pi} = 1$.

Fall 1. Die beiden Blechplatten sind, wie in Fig. 54 gezeichnet, an demselben Punkte gestossen. — Die beiderseits ange-

Fig. 54.



brachten Stossplatten müssen je dieselbe Dicke t erhalten, wie die gleich breiten gestossenen Platten; die Nieten sind doppelschnittig, somit findet man als günstigsten Bolzendurchmesser nach Gleichung 90*), indem die doppelte Plattendicke in die Formel eingesetzt werden muss,

$$d = \frac{2}{6\pi} \left\{ -3 \pm \sqrt{6 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 15 + 3 \cdot 3} \right\}$$

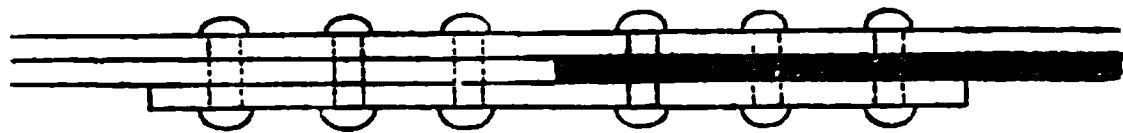
$$d = 2,79 \text{ Cent.}$$

Die Verschwächung des Stabs beträgt $\frac{d}{b} = \frac{2,79}{15} = \frac{1}{5,37}$ und der in die Rechnung einzuführende verschwächte Querschnitt ist $\frac{b-d}{b} \omega = 0,814 \omega$, wenn der unverschwächte Querschnitt des Stabes mit ω bezeichnet wird.

Fall 2. Von den beiden Blechplatten sei, wie in Fig. 55 dargestellt, nur die eine gestossen und durch eine einseitige

Stossplatte von gleicher Dicke t ersetzt. — Die Niete sind einschnittig und Formel 90) gibt als günstigsten Bolzendurchmesser

Fig. 55.



$$d = \frac{2}{2\pi} \left\{ -1,5 \pm \sqrt{3\pi \cdot 1,5 \cdot 15 + 1,5^2} \right\} \text{ Cent.}$$

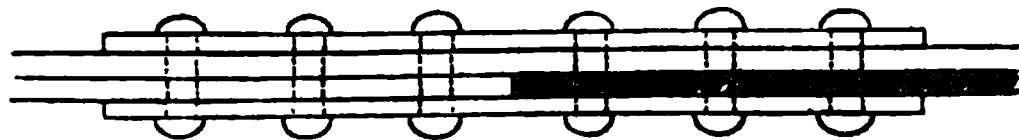
$$d = 2,79 \text{ C.}$$

wie in Fall 1., wie hätte zum Voraus angenommen werden dürfen, da die einschnittigen Niete des 2. Falls die Hälfte der doppelschnittigen Niete des 1. Falls auszuhalten haben. Die Verschwächung der gestossenen Platte beträgt wie oben $\frac{1}{5,37}$; da dieselben Bolzen auch das nicht gestossene Blech durchdringen, so ist diese Verschwächung für den ganzen Querschnitt der doppelten Blechlage zu nehmen.

Die von der gestossenen Platte ausgehende Kraft P wird aber nach Umständen nicht vollständig auf die Stossplatte übertragen, sondern ein Theil dieser Kraft geht in die nebenliegende nicht gestossene Platte über. — Direkte Versuche beim Bau der Britanniabrücke haben ergeben, dass unter bestimmten Verhältnissen die Hälfte der Kraft P in die Stossplatte, die andere Hälfte in die nicht gestossene Platte übergang, welche letztere am Stosse bis zu $\frac{3}{2} P$ auszuhalten hatte. Die Verschwächung am Stosse ist deshalb eine wesentlich grössere, als vorhin berechnet wurde, und deutet diess darauf hin, dass man einseitige Stossplatten länger machen muss als beiderseitige, um eine gleichförmige Vertheilung der Kräfte zu erzielen.

Fall 3. Wie in Fig. 56 gezeichnet, sei nur ein Blech gestossen, aber mit beiderseitigen Stossplatten versehen. — Die

Fig. 56.



durchlaufende Platte ist durch dieselben Niete verschwächt, wie die gestossenen Platten, und hat an jedem Bolzen dieselbe grösste Spannung zu erleiden, welche die gestossenen Platten an den äussersten Bolzen auszuhalten haben. Die Stossplatten und Niete dienen als Ersatz für die eine Plattenlage und haben die beiden

Stossplatten je die halbe Dicke der gestossenen Platten. Der günstigste Nietbolzendurchmesser berechnet sich nach Gleichung 90^a) wie folgt:

$$d = \frac{2}{6\pi} \left\{ -1,5 \pm \sqrt{6\pi \cdot 1,5 \cdot 15 + 1,5^2} \right\} \text{ Cent.}$$

$$d = 2,03 \text{ Cent.}$$

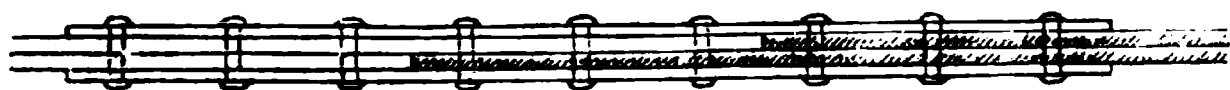
Die Verschwächung des Stosses beträgt $\frac{2,03}{15} = \frac{1}{7,39}$ und der in die Rechnung einzuführende Querschnitt ist $\frac{12,97}{15} = 0,865$

des unverschwächten Querschnitts ω . — Wir machen hier darauf aufmerksam, dass es keineswegs genügt hätte, den Nieten-Querschnitt halb so gross zu machen, wie in den Fällen 1. und 2.; gerade weil die Verschwächung im Falle 3. geringer ist, als in den beiden ersten Fällen, so müssen auch die Niete, welche dieselbe Kraft auszuhalten haben, verhältnissmässig stärker sein.

Wenn wir zunächst von dem Fall der einseitigen Stossplatte absehen, so ist der Verbrauch an Stossplatten und Nietengewicht in den Fällen 1. und 3. derselbe. Um hierin zu sparen, hat Stephenson beim Bau der Britanniabrücke folgende Anordnung gewählt:

Fall 4. Wie aus Fig. 57 ersichtlich, wechseln die Stösse ab und sind beiderseits Stossplatten angebracht; die Stösse sind

Fig. 57.



sich aber so nahe gerückt, dass eine etwas längere Stossplatte je 2 Stösse überdeckt. — Die Stossplatten erhalten die halbe Blechstärke als Dicke und in einem Schnitt in der Mitte der Stossplatten haben Blechplatten und Stossplatten je $\frac{1}{4}$ der Kraft zu übertragen. — Die Verschwächung des Stosses ist dieselbe wie im Falle 3.; aber es ist gegenüber letzterem Falle nur $\frac{3}{4}$ des Gewichts an Niete und Stossplatten nothwendig, und zudem ist die Doppelblechlage auf eine grössere Länge von Deckplatten frei und zu Befestigung anderer Constructionslieder geeigneter.

53. Wie aus der vorhergehenden Nummer des Näheren nachgewiesen, sind die Stossplatten, wenn thunlich, beiderseits anzubringen. Diess hat bei Querschnitten, welche aus vielen Stücken zusammengesetzt sind, Schwierigkeiten, zumal für die Stösse der Winkel; in nachstehender Fig. 58 sind die beiderseitigen Stossplatten für den gleichzeitigen Stoss zweier Winkel und

in Fig. 59 für den Stoss eines Winkels eingezeichnet; letztere Anordnung wird ihrer Unregelmässigkeit wegen nicht gerne gewählt werden, während der gleichzeitige Stoss beider Winkel ver-

Fig. 58.

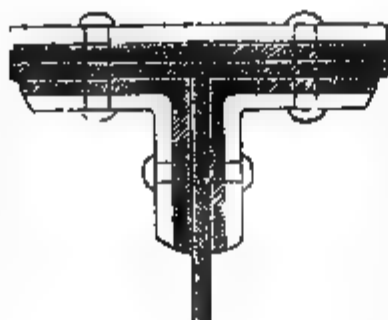
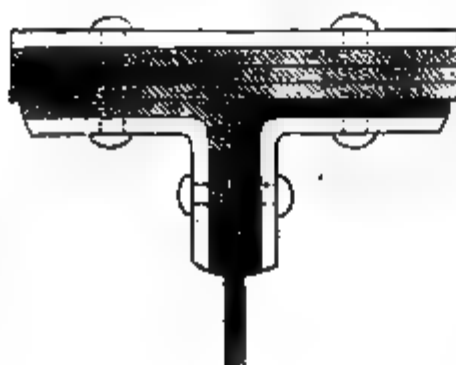


Fig. 59.

hältnissmässig stärkere Nieten erfordert (wie bei Fall 1. in Nr. 52), wenn man nicht die in Fig. 57 gezeichnete Anordnung anwendet; nur selten wird man in der Lage sein, durch Zerlegung einer

Fig. 60.

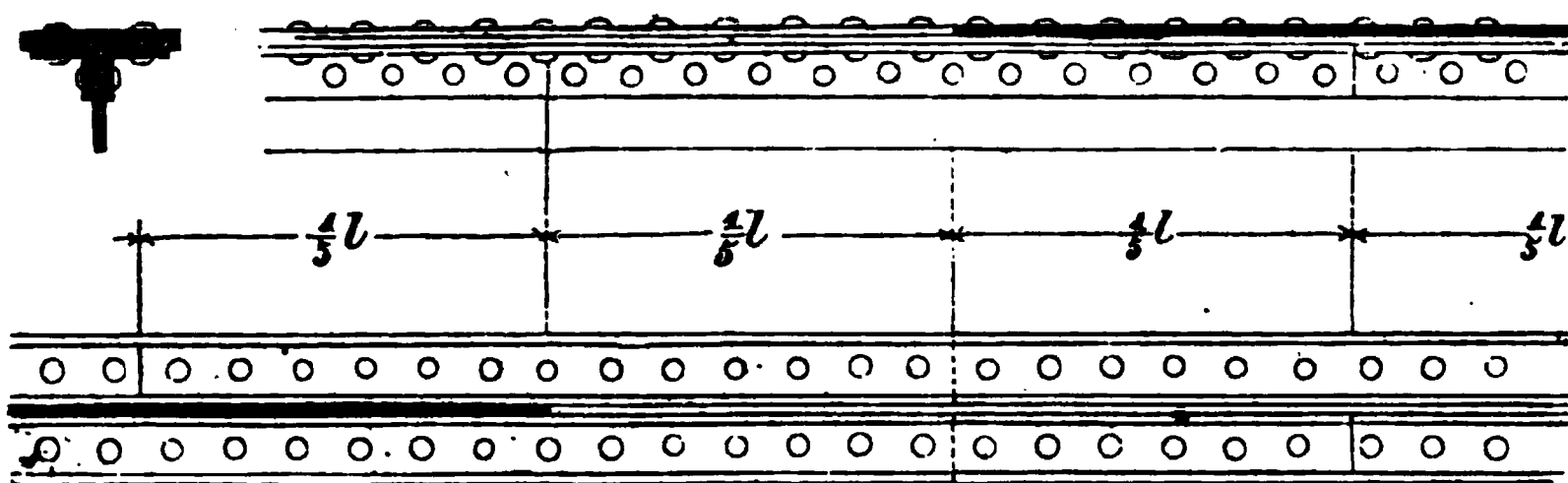


Kopfblechlage, wie in Fig. 60 angedeutet, beiderseitige Stossplatten in symmetrischer Weise anzuwenden und sich zugleich den Vortheil zu wahren, dass die doppelschnittigen Bolzen nur je eine Blechdicke zu ersetzen haben. — Letztere Anordnung zeigt auch schon ein Beispiel von dem Aufeinanderpacken von 6 Blechlagen, was bei stärkeren Blechen besondere Vorsicht in der Ausführung erheischt.

Zur Vereinfachung der Konstruktion lässt man daher in vielen Fällen die Stossplatten ganz weg und lässt die einzelnen Blechlagen einander in der Weise überbinden, dass dieselben einander gegenseitig als Stossplatten dienen; selbstverständlich dürfen aber dann von m neben einander liegenden Stäben nur $m-1$ Stäbe als tragend gerechnet werden, und ist auch von diesen $m-1$ Stäben die Verschwächung durch die Nietlöcher noch in Abzug zu bringen. — Wenn eines der Glieder stärker ist als die andern, so müsste man gerade diesen stärkern Stab vom Gesamt-Querschnitt in Abzug bringen, wenn man nicht die Vorsicht gebraucht, diesen stärkern Stab an seinem Stosse wenigstens theilweise durch eine Stossplatte zu ergänzen. — Wenn man, wie in Fig. 61 angedeutet, mit den Stössen regelmässig abwechselt, so müssen die zwischen 2 Stössen befindlichen Niete gerade ausreichen, einen der gestossenen Stäbe zu ersetzen; diese Niete sind blos als einschnittige zu rechnen; es hat diess hier weniger Nachtheil, da man meist Raum genug hat, eine grössere Anzahl schwächerer Niete hinter

einander anzubringen. — Ganz ähnlich mussten auch in Fig. 57 die mittleren 3 Niete der Stärke eines der gestossenen Bleche

Fig. 61.



entsprechen, doch genügte im letztern Falle für die doppel-schnittigen Niete zusammen die Hälfte des zu ersetzenden Blech-Querschnitts.

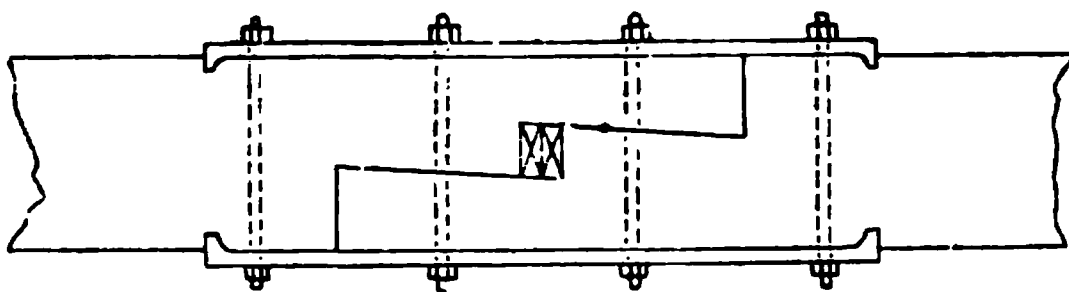
54. Wir stellen im Folgenden die für Stösse der Nietverbindungen gewonnenen Sätze übersichtlich zusammen:

- 1) Wenn ein Stoss mit einer Stossplatte bedeckt ist, welche selbst genügend stark und mit hinreichend vielen Nieten versehen ist, so bestimmt sich die Verschwächung des Stosses dadurch, dass man in einem Schnitte zunächst dem Stossplattenrande die Nietenlöcher vom Gesamt-Querschnitt in Abzug bringt.
- 2) Um zu untersuchen, ob die Stossplatten genügend stark und mit hinreichend vielen Nieten versehen sind, dienen
für flache Bleche mit einschnittigen Nieten: Gleichung 80)—82),
für ditto Bleche mit zweischnittigen Nieten: Gleichung 83)—85),
für beliebige Querschnitte: Gleichung 86)—88).
- 3) Zur Bestimmung der günstigsten Materialanordnung für die Stösse flacher Blechplatten dienen die Gleichungen 89) und 90), beziehungsweise 89^a) und 90^a), und zwar bestimmt sich insbesondere der Nietendurchmesser nach Gleichung 90) und 90^a).
- 4) Wenn keine Stossplatten angewendet werden, so lässt man die einzelnen Stäbe sich gegenseitig überbinden und sind dann von m neben einander liegenden Stäben je nur $m-1$ als wirksam zu rechnen (s. Fig. 61), und zwar sind von den $m-1$ Stäben die in demselben Querschnitt zunächst dem Stosse befindlichen Nietenlöcher gleichfalls in Abzug zu bringen.

55. Stösse von Hölzern, welche auf Zug in Anspruch genommen sind, sind schwierig befriedigend herzustellen: Wenn man die Verbindung bloß mit Eisenplatten und Bolzen herstellen will, so wird nur ein kleiner Theil des Holzquerschnitts von denselben getroffen, und beide werden wirkungslos, wenn in Folge des Austrocknens und Zusammengehens der Hölzer die Anschlussflächen sich nicht mehr vollständig berühren. Durch Nachziehen der Bolzen ist man zwar im Stande, eine Reibung zwischen Platten und Holz hervorzurufen, diese ist aber zu unbedeutend und unsicher zu Uebertragung der Zugkräfte.

Beistehende Figur 62 zeigt einen Stoss, wo das Ineinandergreifen des Holzes durch Deckplatten unterstützt ist, es ist jedoch auf Uebertragung der dem Holzquerschnitt entsprechenden Zug-

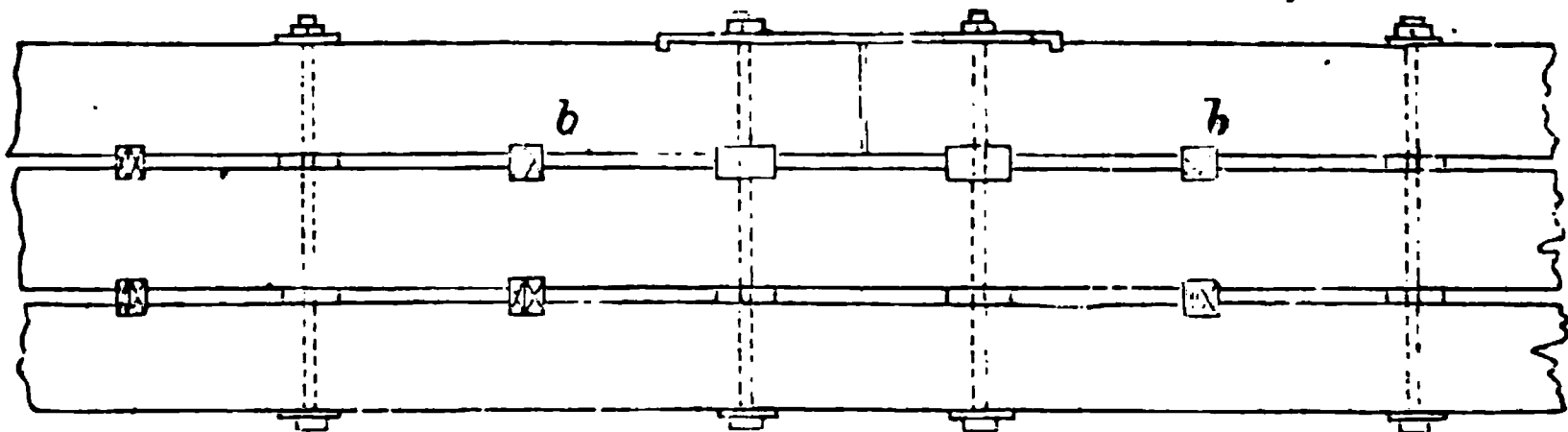
Fig. 62.



kraft nur in beschränktem Masse zu nehmen, und thut man besser, Gurtungen, welche auf Zug in Anspruch genommen sind, aus mehreren Hölzern zusammenzusetzen, deren Stösse abwechseln, analog der Anordnung der Nr. 53 für Gurtungen aus Eisen, welche aus vielen Stücken zusammengesetzt sind.

Fig. 63.

Grundriss.



Eine solche Konstruktion zeigt Fig. 63. Es sind 3 horizontal neben einander liegende Hölzer, welche die Gurtung bilden, der Stoss ist zwar durch Platten verstärkt, die Uebertragung des Zugs in gestossenen Theil erfolgt vorzugsweise mit Hülfe der Keile *b* der Art, dass in jedem Querschnitt die Gurtung als nur aus 2 Hölzern bestehend zu betrachten ist. Durch Nachziehen der Keile ist man in den Stand gesetzt, die vollständige Uebertragung des Zuges von dem gestossenen Theil der Gurtung auf die durchlaufenden Hölzer zu erhalten.

Bei Gurtungen aus Holz, welche auf Druck in Anspruch genommen sind, genügt es, die gestossenen Hölzer sorgfältig zusammen zu passen, häufig werden noch Blechplatten oder gusseiserne Schuhe dazwischen gelegt, um das Einbeissen der Hirnflächen in einander zu vermeiden.

56. Wenn mehrere Glieder an einem Knotenpunkte vereinigt sind, so ist danach zu trachten, dass die Axen der Mittelpunkte für Druck oder Zug sämtlicher im Knotenpunkt sich treffenden Konstruktionsglieder sich in einem Punkte schneiden. Handelt es sich beispielsweise um die Verbindung einer Zug- und einer Druckstrebe mit einer Gurtung, so sollen die Axen der Streben sich im Druckmittelpunkt der Gurtung (welcher sehr annähernd mit dem Schwerpunkt zusammenfällt) vereinigen, vergl. Fig. 64.

Fig. 64.

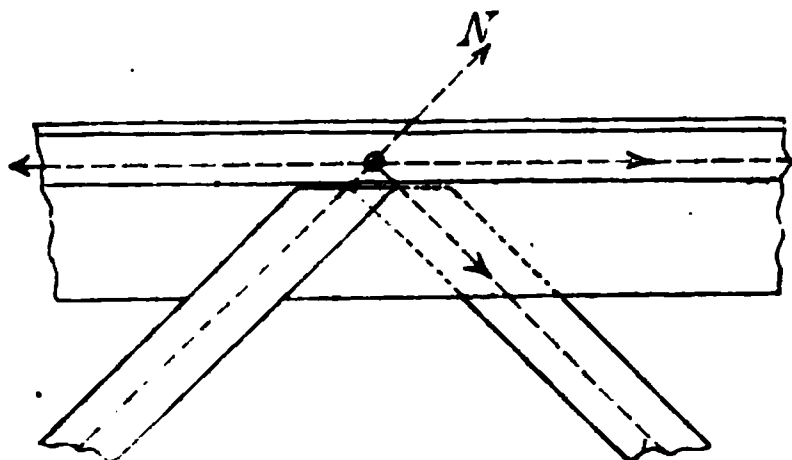
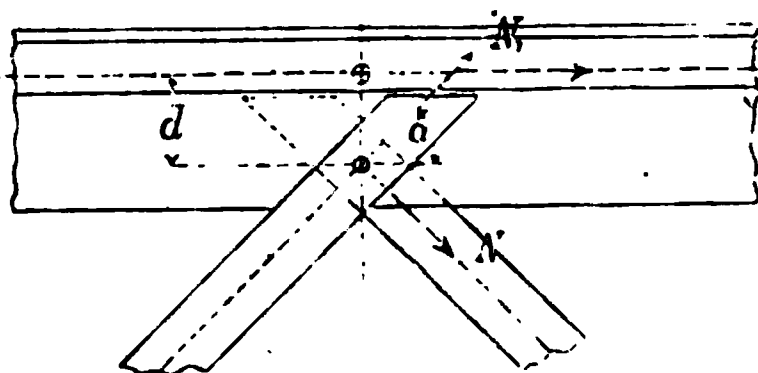


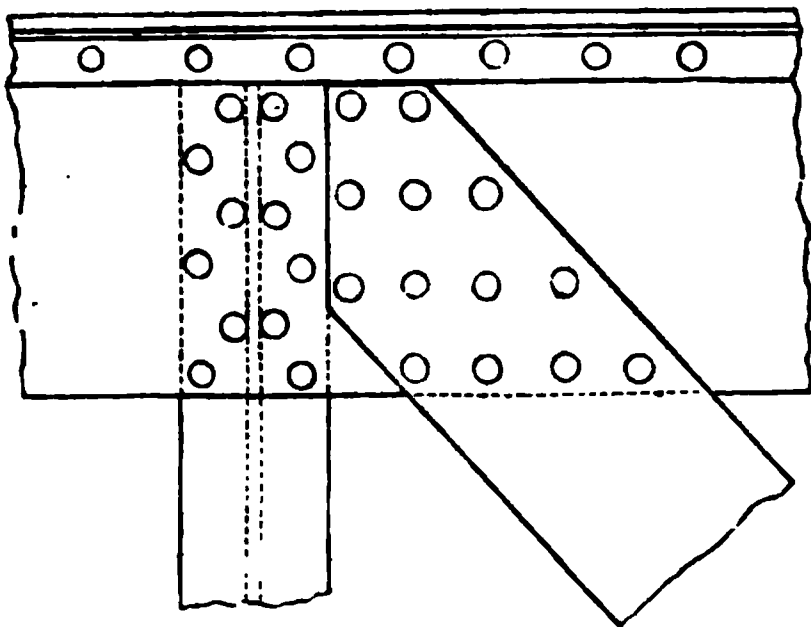
Fig. 65.



Liegt der Durchschnittspunkt O beider Streben nicht im Schwerpunkt der Gurtung, sondern in einem Abstand d von demselben entfernt, so ist die Uebertragung der beiden Kräfte N und N_1 auf die Gurtung nur durch ein Gegenpaar möglich, dessen Moment $= d (N + N_1) \cos \alpha$, und wird durch dieses Gegenpaar

die Gurtung weiterhin auf relative Festigkeit in Anspruch genommen, die grösste Spannung vermehrt, und eine Vergrößerung des Gurtungsquerschnitts nöthig.

Fig. 66.

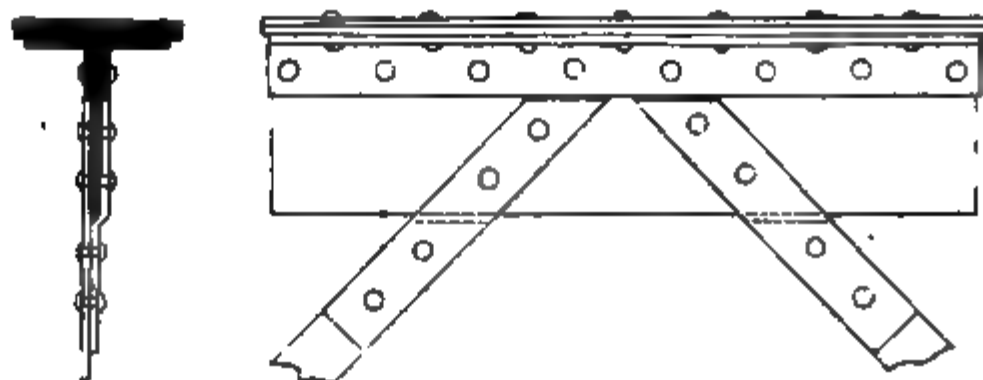


Was die Befestigung solcher Gitterstäbe an eine durchlaufende Gurtung anbelangt, so muss die Nietenzahl dem anzuheftenden Stabe entsprechend sein; sind z. B., wie diess meist der Fall ist (s. Fig. 66) die

Nieten nur einschnittig, so muss der Querschnitt der Nieten zusammen mindestens so gross sein, als der durch die Nietbolzen

verschwächte Stab, so dass man wo möglich mehrere Nieten hinter einander anbringt. Einige Ingenieure haben auch bei Gitterstäben

Fig. 67.



doppelschnittige Nieten dadurch hergestellt, dass sie die Wandbleche mit besonderen Beilagen umfassten (s. Fig. 67).

Fig. 68.

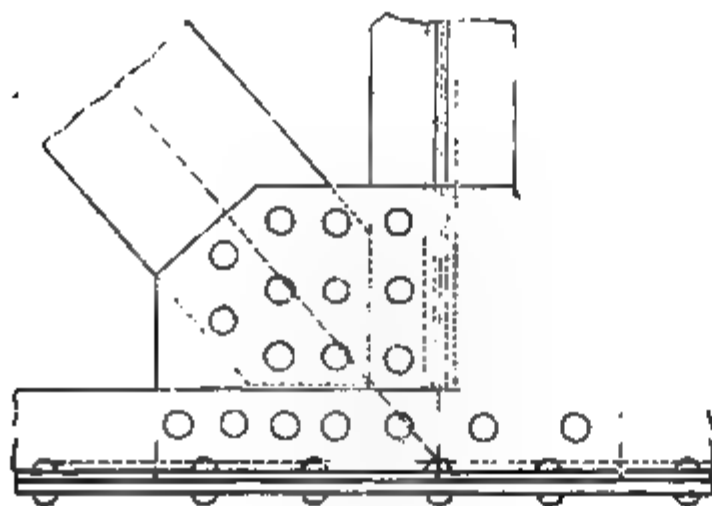
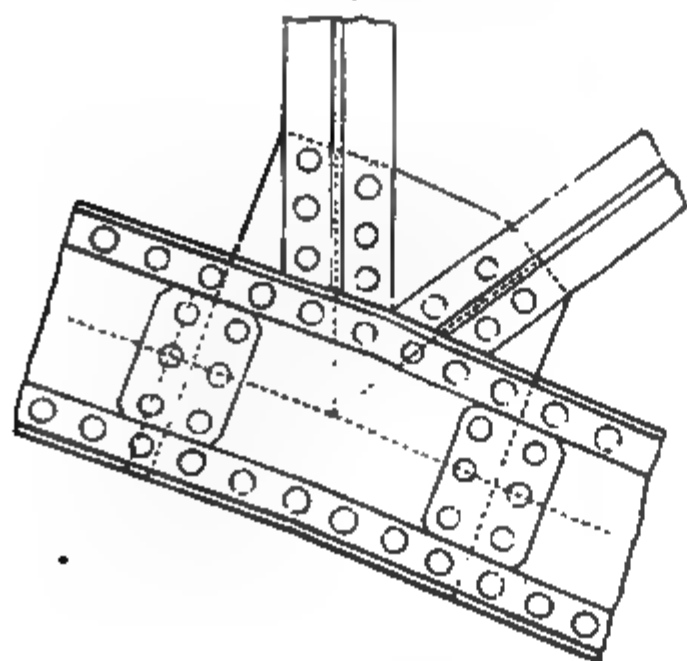


Fig. 69.



Die Anordnung der Fig. 66 und 67 erfordert sehr breite Stehplatten der Gurtungen, um für die dem Querschnitt der Gitterstäbe entsprechenden Nietbolzen Platz zu schaffen.

Sind solche breite Wandbleche nicht vorhanden, so benutzt man in den Knotenpunkten besondere Eckplatten, welche die Gitterstäbe aufnehmen und ihrerseits an die Gurtungen befestigt sind (s. Fig. 68). Die Abmessungen dieser Eckplatten müssen den für Stossplatten der Nr. 44—47 aufgestellten Regeln entsprechen, mit den Gurtungen müssen dieselben mit so viel Nieten verbunden sein, als den in den Gitterstäben wirkenden Kräften entspricht. Diese Eckplatten vermehren in gleicher Weise, wie die Stossplatten das tode Gewicht der

Eisenconstruktionen, und muss man desshalb suchen, die Dimensionen derselben zu reduciren, indem man die Niete möglichst nahe beisammen gruppirt. Bei kleineren Brücken ist es besser, dieselben zu vermeiden, und die Gurtungen mit Stehplatten zu versehen.

Eine andere Anordnung zeigt Fig. 69, wo die Eckplatte zugleich einen Bestandtheil der Gurtung bildet, wesshalb Stossplatten zwischen den Eckplatten und den Wandplatten der Gurtung nicht fehlen dürfen. Diese Anordnung wird namentlich angewendet, wenn die Gurtung am Knotenpunkt nicht gerade fortläuft, wie bei Bogenbrücken, oder bei gekrümmten Gurtungen von Fachwerkbrücken, wo das Wandblech ohnediess gestossen werden müsste.

Eine Kombination einer Eckplatte mit Laschenbefestigung der Gitterstäbe ist angewendet bei der Isarbrücke in München, construirt von Ingenieur Gerber. Fig. 70 zeigt die Anordnung,

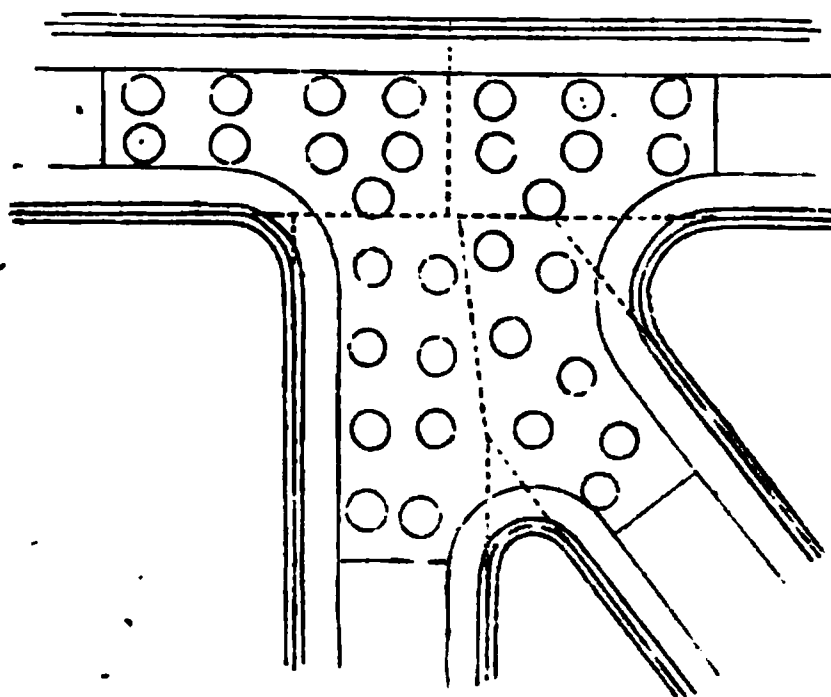
Fig. 70.

und dient die Eckplatte hier zugleich als Stossplatte für die Gurtung. Der Gitterstab liegt mit der Eckplatte in gleicher Ebene und ist mit derselben durch Laschen verbunden. Die pyramidale Anordnung der Niete hat den Zweck, die Verschwächung des Gitterstabs durch die Bolzenlöcher auf ein Minimum zu bringen, indem nach Nr. 44 die grösste Verschwächung des Stabes an der äussersten Nietreihe eintritt, wo der durch die Durchbohrung verschwächte Stab noch den vollen Zug auszuhalten hat.

Treffen an einem Knotenpunkt mehrere breite Stäbe (Bleche) zusammen, so erhalten sie gewöhnlich gemeinsame Stossplatten. Fig. 71 stellt einen derartigen Stoss dar, wie er bei schmiedeisernen Bogenbrücken angewendet wird. Man sieht oft eine grosse Nietenzahl auf einen Knotenpunkt vereinigt, indem die

Gesamtzahl der Nietenschnitte (doppelschnittige Niete doppelt gerechnet) dem durch die Nietenlöcher verschwächten Querschnitt sämtlicher am Knotenpunkt sich vereinigenden Glieder mindestens gleich sein muss.

Fig. 71.



Amerikanische Ingenieure geben häufig bei seitlicher Befestigung von Gitterstäben an die Gurtungen der Verbindung durch Bolzen den Vorzug vor der Vernietung, und zwar wenden dieselben nur einen einzigen Bolzen an, der sämtliche im Knotenpunkt sich kreuzende Glieder fasst. Es ist nicht zu läugnen, dass ein solcher einzelner sorgfältig abgedrehter Bolzen in ein ebenso sorgfältig gebohrtes Loch mit grosser Genauigkeit passt, und die Bedingung, dass die Axen sämtlicher Glieder eines Knotenpunkts sich in einem Punkte schneiden, vollständig erreicht werden kann.

Fig. 72.

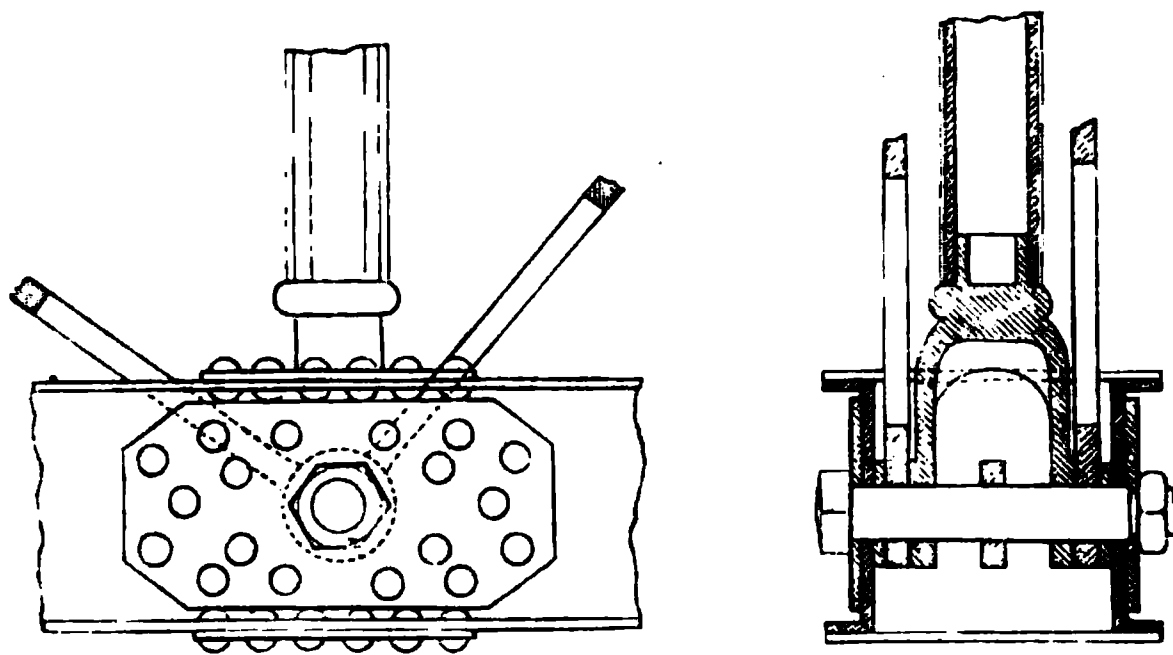


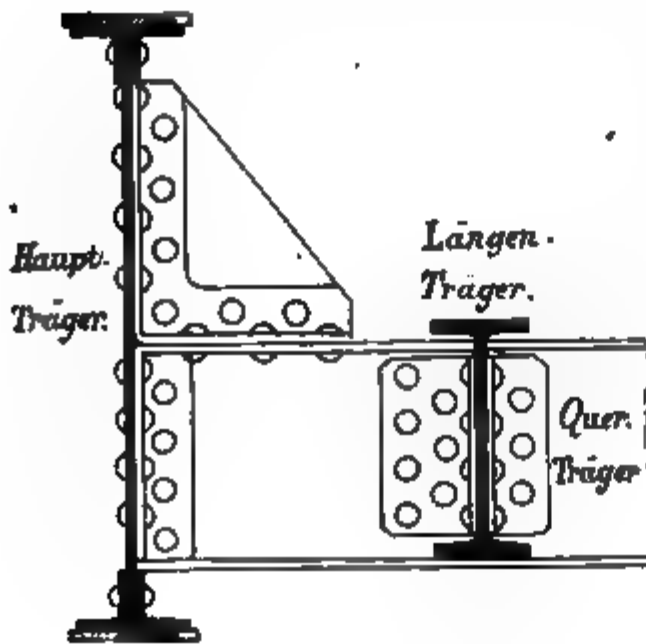
Fig. 72 zeigt einen solchen Knotenpunkt, es sind hierbei an den Stellen, wo der Bolzen durch die schwachen Wandbleche der

Gürtung durchgeht, letztere durch angenietete Laschen verstärkt (vergl. Nr. 52.)

Bei Anwendung solcher Bolzen ist auf die Reibung nicht zu rechnen, und nehmen die amerikanischen Constructeure, wohl auch mit Rücksicht auf relative Inanspruchnahme der Bolzen, deshalb die im Bolzen herrschende zulässige Schubspannung nur zu 420 Kil. pro □Centim. an, wenn die absolute Spannung des Eisens auf 700 Kil. pro □Centim. normirt ist. Die Verbindung der Knotenpunkte durch einen Bolzen hat noch den Vorthail leichter Aufstellung der Träger, indem Vernietungen auf der Baustelle möglichst vermieden werden.

57. Eine besondere Besprechung erfordert noch die seitliche Befestigung von Constructionstheilen: der Längenträger an die Querträger und der letztern an die Brückenträger.

Fig. 73.



Damit die Hauptträger durch die seitlich angreifenden Hülfsträger nicht auf Torsion in Anspruch genommen sind, soll die Resultante der seitlich angreifenden Kräfte durch die Axe des Hauptträgers gehen. Diese Bedingung wird am einfachsten dadurch erreicht, dass die Hülfsträger oben auf den Gürtungen der Hauptträger aufliegen, oder von unten an dieselben angehängt sind.

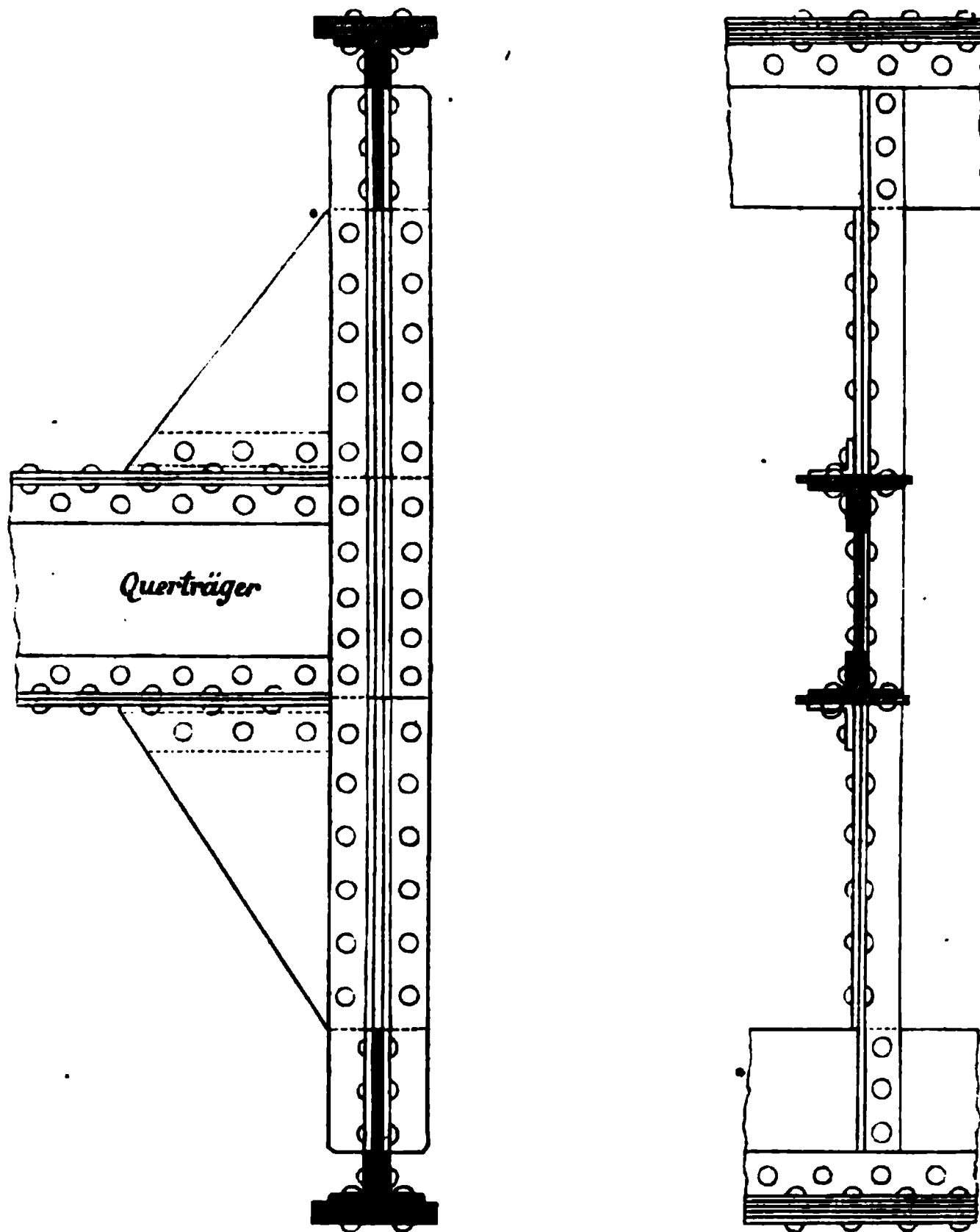
Gewöhnlich sind aber diese Träger seitlich befestigt, und ist darauf zu sehen, dass die Anschlussfläche möglichst nahe an der Trägeraxe sich befinde.

Fig. 73 zeigt die Befestigung eines Längenträgers an den Querträger und des letzteren an den Hauptträger, wie solche gewöhnlich vorkommt. Es sind einschneidende Niete vorhanden,

deren Querschnitt der jeweiligen Vertikalkraft entspricht. Die Längenträger liegen auf den Flanschen der Querträger nicht auf, die Querträger reichen bis zum Wandblech des Hauptträgers, somit beinahe bis zur Trägeraxe.

Bei Gitterbrücken greifen die Querträger entweder direkt an der Gurtung an, und sind in diesem Fall an das vertikale Stehblech derselben befestigt, wie im obigen Beispiel, oder benützt man zu der Befestigung die vertikalen Streben. In Fig. 74 ist

Fig. 74.

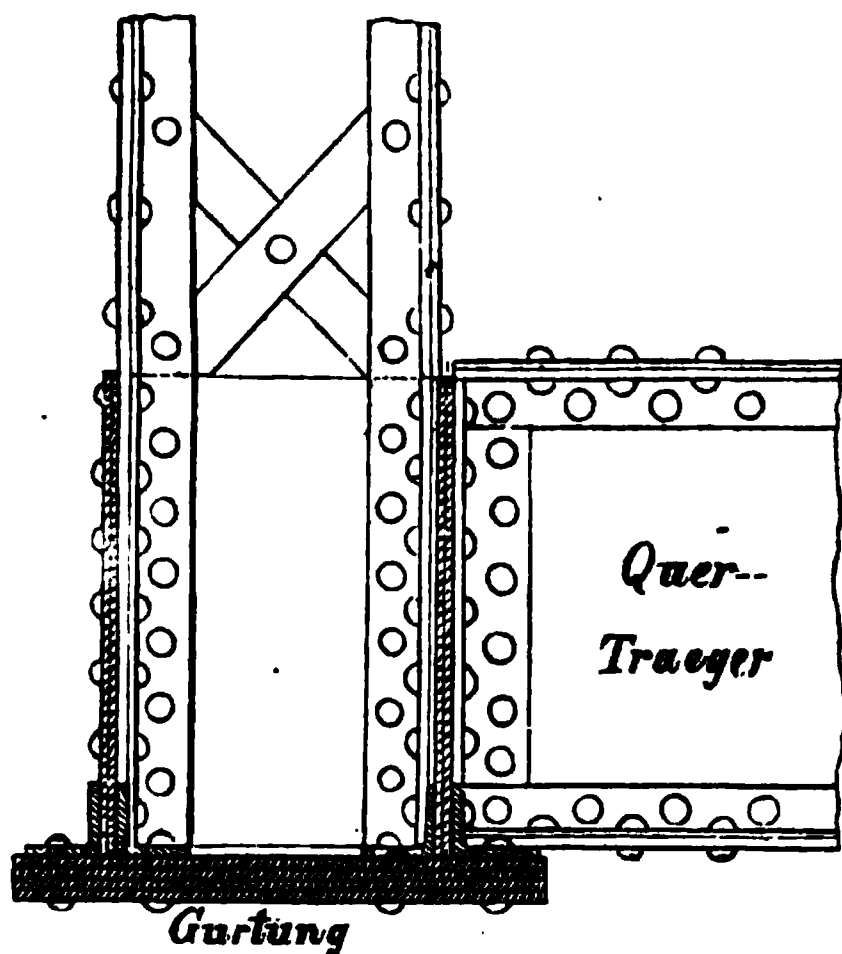


der Querträger seitlich an die Vertikalständer angenietet mit einschnittigen Nieten: Die Vertikalständer fassen das vertikale Wandblech der Gurtung zwischen sich, und die Uebertragung der Last des Querträgers auf die Axe des Hauptträgers ist vollständig erreicht.

Bei Hauptträgern mit Doppelwänden (Kastenträgern) können häufig die Querträger direkt nur an dem innern Träger befestigt werden. Damit in Folge dessen der innere Träger nicht stärker belastet werde, als der äussere, sind beide durch eine steife Wand,

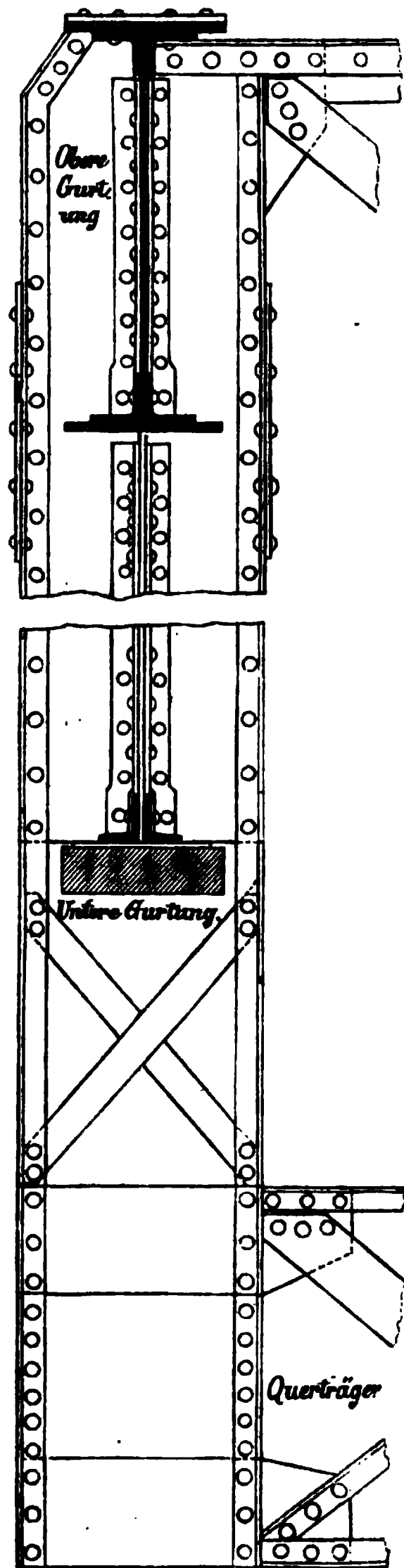
welche die Fortsetzung des Querträgers bildet, zu verbinden. Einen solchen Fall zeigt Fig. 75. Der Querschnitt der Niete, mit denen die Verbindungsplatte an den beiden Wandplatten der Gurtung befestigt ist, soll der vom Querträger auf die Gurtung zu übertragenden Last entsprechen, und soll nicht darauf gerechnet werden, dass die Last durch direktes Aufliegen des Querträgers auf der Gurtung übertragen werde.

Fig. 75.



Figur 76 stellt die an der Rheinbrücke in Mainz angewendete Konstruktion dar. Die Querträger sind an den Vertikalständen aufgehängt, welche die Gurtungen vollständig zwischen sich fassen. Eine einseitige Belastung der Gurtungen ist hierdurch vollständig ausgeschlossen.

Fig. 76.



Dritter Abschnitt.

Bestimmung der Vertikalkräfte und der Angriffsmomente.

§. 6. Frei aufliegender Träger.

58. Wenn ein Träger auf zwei Endpunkten frei aufliegt, so werden sämtliche Gewichte nach dem Hebelgesetz auf die beiden Auflager übertragen und können daher die Auflagerdrücke stets bestimmt werden, sobald das Gesetz der Belastung bekannt ist.

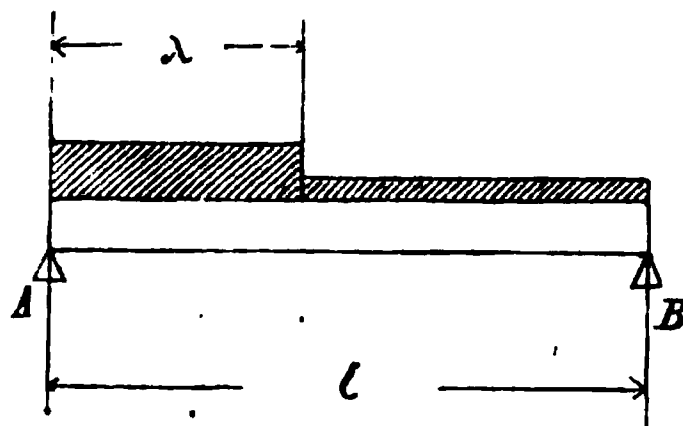
Das Eigengewicht einer Brücke oder eines Trägers dürfen wir auf die ganze Länge gleichmässig vertheilt annehmen, und bezeichnen wir dasselbe, auf die Längeneinheit reducirt, mit p . — Die über eine Brücke sich bewegende zufällige Last kann zwar auf ganz verschiedene Weise auf der Brücke vertheilt oder auch auf einzelnen Punkten derselben concentrirt sein; sobald aber mehrere Lastpunkte vorhanden sind, hauptsächlich aber, wenn, wie bei grösseren Eisenbahnbrücken, die Axlasten in gegebenen Entfernungen einander folgen, combiniren sich deren Einwirkungen der Art, dass man einen grösseren oder kleineren Theil des Brückenträgers als gleichmässig belastet annehmen darf, ohne bei der Berechnung einen merklichen Fehler zu begehen; eine nähere Untersuchung über die Grösse der für concentrirte Gewichte zu substituierenden per Längeneinheit berechneten gleichförmigen Last wird an seinem Orte angestellt werden.

Diess vorausgesetzt, denken wir uns die Aenderung in der Belastung dadurch dargestellt, dass die per Längeneinheit berechnete Ueberlast k von einem Brückenende zum andern vorschreitet, so dass dieselbe schliesslich die ganze Brückenöffnung bedeckt. — In Folge dieser Annahme ist ein beliebiges Fragment der Brückenlänge, insoweit es ausser dem Eigengewicht noch eine Ueberlast zeigt, mit einem Gewichte von $p + k$ per Längeneinheit behaftet; diess ist zugleich die grösste per Längeneinheit eintretende Totallast $q = p + k$, welche auf die ganze Brückenlänge ausgedehnt, die grösste denkbare Belastung der Brücke darstellt. —

Wir werden diese Art der Belastung im Allgemeinen den späteren Berechnungen zu Grunde legen und seltener concentrirte Lasten in Anwendung zu bringen haben.

59. Die Annahme der gleichförmigen Vertheilung von Eigengewicht und Ueberlast lässt eine Reihe wichtiger Eigenschaften der balkenförmigen Träger zur Anschauung kommen. — Die Weite einer Brückenöffnung $A B$ sei mit l bezeichnet; ein Stück der

Fig. 77.



Brücke von der Länge λ sei mit $q = p + k$, der Rest blos mit dem Eigengewicht p belastet; da die Länge λ noch ganz willkürlich ist, so sind in diesem Falle alle in Betracht zu ziehenden Belastungen der Brücke inbegriffen. — Wir bestimmen zunächst die Auflagerdrücke A und B . Es ist nach dem Hebelgesetz, nach Gleichung 4) der Gleichgewichtsbedingungen

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{lp}{2} + \lambda k \frac{2l - \lambda}{2l} \\ B &= \frac{lp}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{2l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 91)$$

Erinnern wir uns nun, dass für einen Querschnitt x bezeichnet:

\mathfrak{B} die algebraische Summe der am Fragment $A x$ thätigen äusseren Kräfte (die Vertikalkraft),

\mathfrak{M} das Moment derselben äusseren Kräfte in Beziehung auf den fraglichen Querschnitt x ,

so erhalten wir (Richtung der Schwerkraft positiv, Drehrichtung von links nach rechts positiv):

für das belastete zunächst A liegende Stück, Coordinaten-Ursprung im Querschnitt x

$$\mathfrak{B} = -A + (k + p)x \dots \dots \dots 92)$$

$$\mathfrak{M} = Ax - (k + p) \frac{x^2}{2} \dots \dots \dots 93)$$

für das unbelastete zunächst B gelegene Stück

$$\mathfrak{B} = -A + \lambda k + px \dots \dots \dots 94)$$

$$\mathfrak{M} = Ax - \lambda k \left(x - \frac{\lambda}{2} \right) - \frac{px^2}{2} \dots \dots \dots 95)$$

das constante Glied $\frac{ql^2}{8}$ jedenfalls berechnet werden muss, daher als bekannt angenommen werden darf.

Wenn man die einzelnen Vertikalkräfte \mathfrak{B} und Angriffsmomente \mathfrak{M} für hinreichend viele Werthe x aus den Gleichungen 92)—95) berechnet, die so gewonnenen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} als Ordinaten der Abscissen x aufträgt, wenn man endlich die Endpunkte dieser Ordinaten durch eine stetige Linie verbindet, so erhält man 2 Kurven, welche für jeden denkbaren Werth von x die entsprechenden \mathfrak{B} und \mathfrak{M} durch Abgreifen mit dem Zirkel geben; die Fig. 78 stellt uns diese Kurven für eine bestimmte Länge λ der Ueberlast dar; die Kurve \mathfrak{B} besteht aus geraden Linien, deren Neigung gegen die Abscissenaxe proportional den Belastungen q und p ist; — die Kurve \mathfrak{M} setzt sich aus Parabelbögen zusammen, deren Axen vertikal stehen und deren Parameter denselben Belastungen q und p umgekehrt proportional sind.*) Diese Bemerkungen dienen uns, um die Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} aufzutragen, wenn nur einige wenige Werthe nach den Gleichungen 92)—95) berechnet worden sind.

Die Gleichungen 92)—95) geben \mathfrak{B} und \mathfrak{M} nur für einen bestimmten Werth von λ ; um alle möglichen Belastungen zu berücksichtigen, sind die Umhüllungslinien sämtlicher Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} zu bestimmen. — Es ist für jedes x dasjenige λ zu bestimmen, welches den grössten Werth von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} gibt. Um das Maximum, beziehungsweise Minimum von \mathfrak{B} zu bestimmen, setzen wir in Gleichung 94) für A seinen Werth aus Gleichung 91) ein und erhalten:

$$\mathfrak{B} = -\frac{lp}{2} + \frac{\lambda^2 k}{2l} + px$$

Für ein und dasselbe x hat dieser Ausdruck einen desto grössern positiven oder kleineren negativen Werth, je grösser λ ist, vorausgesetzt, dass λ nicht grösser ist als x . Würde nun λ über x hinaus zunehmen, so würde \mathfrak{B} nicht mehr durch Gleichung 94), sondern durch Gleichung 92) bestimmt sein, und aus dieser letztern Gleichung folgt, dass solange $\lambda > x$ stets der positive Werth von \mathfrak{B} im betrachteten Querschnitt kleiner, der negative Werth aber grösser ist, je grösser A , d. h. je grösser λ ist. — Wenn eine per Längeneinheit gleichförmig vertheilte Last k von A nach B vorrückt, so findet an jedem Punkte dann das positive Maximum oder das negative Minimum von \mathfrak{B} statt, wenn $\lambda = x$; hiedurch geht Gleichung 94) in die Form über:

*) Auf Seite 86 Zeile 12 und folg. ist zu lesen: Die Kurve \mathfrak{M} eine Parabel vom Parameter $\frac{1}{q}$, wenn die Gleichung der Parabel die Form hat $x^2 = 2py$.

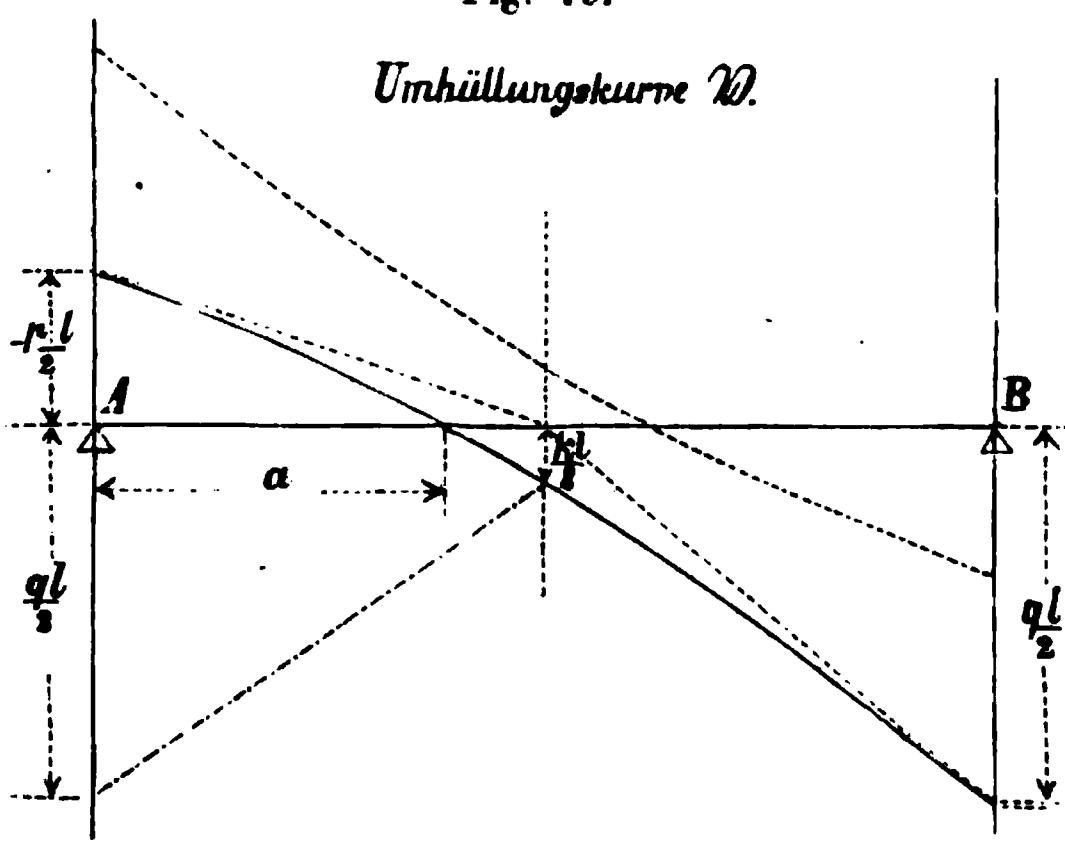
$$\max \mathfrak{B} = -\frac{pl}{2} + \frac{kx^2}{2l} + px \quad . \quad . \quad . \quad 96)$$

was die Umhüllungskurve für das Minimum oder Maximum von \mathfrak{B} ist, wenn die Last von A nach B vorrückt; eine zweite symmetrische Kurve

$$\max \mathfrak{B} = \frac{pl}{2} - \frac{k(1-x)^2}{2l} - p(1-x) \quad . \quad . \quad 96^a)$$

ist ebenso die Umhüllungslinie sämtlicher Maxima oder Minima von \mathfrak{B} , wenn die Last von B nach A sich bewegt. — In Fig. 79 sind diese beiden Kurven eingetragen; je der grössere dieser

Fig. 79.



beiden Werthe gibt den absolut grössten Werth von \mathfrak{B} ; derselbe ist durch Gleichung 96) gegeben, wenn $x > \frac{l}{2}$, durch Gleichung 96^a), wenn $x < \frac{l}{2}$.

Wir bemerken in Fig. 79, dass die beiden Kurvenzweige, welche die absolut grössten Werthe von \mathfrak{B} angeben (welche unterhalb der Abscissenaxe mittelst theilweiser Umklappung zusammengestellt sind), nahezu geradlinig sind; es wird also hinreichend sein, wenn ausser den grössten Werthen von A und B

$$A = B = (p + k) \frac{l}{2} = q \frac{l}{2}$$

auch noch der Werth $\max \mathfrak{B}_m$ für $x = \frac{l}{2}$ bekannt ist; dieser Werth findet sich aber aus Gleichung 96) und 96^a)

$$\max \mathfrak{B}_m = \frac{kl}{8}.$$

Die Umhüllungslinie sämtlicher Kurven \mathfrak{M} ist diejenige Parabel, welche der gleichförmig vertheilten Maximallast q entspricht. Denn wir ersehen aus Gleichung 91), dass A und B Maxima sind für $\lambda = 1$; somit hat unter allen denkbaren Kurven \mathfrak{M} die der Maximallast entsprechende Parabel gemäss Gleichung 17) die grössten trigonometrischen Tangenten an den Auflagern; eine andere aus verschiedenen Parabelbögen zusammengesetzte Kurve kann daher die genannte Umhüllungslinie nicht überschreiten. — In Fig. 78 sind für eine beliebige Länge der Ueberlast, in der Figur mit λ bezeichnet, die Kurven \mathfrak{M} eingetragen und hieraus ersichtlich, wie solche ganz innerhalb der beschriebenen Umhüllungslinie sich befinden.

60. Die Maximalwerthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} , wie solche durch die vorbeschriebenen Umhüllungslinien für jeden Schnitt x erhalten werden, sind nur dann zur Bestimmung der Dimensionen genügend, wenn letztere blos durch \mathfrak{M} oder \mathfrak{B} bestimmt sind; ist dagegen irgend ein Constructionsglied gleichzeitig von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} abhängig, so müssen offenbar auch gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} in Rechnung gezogen werden.

Die Umhüllungskurve \mathfrak{M} ist, wie in Nr. 59 nachgewiesen, nichts Anderes als die Kurve der gleichförmig vertheilten Maximallast q ; hiefür ist $A = \frac{ql}{2}$ und die einzelnen \mathfrak{B} finden sich nun sehr leicht nach Gleichung 92), d. h. die Kurve \mathfrak{B} besteht für die Maximallast aus Geraden, welche die Abscissenaxe in der Entfernung $x = \frac{1}{2}$ schneiden.

Die grössten Werthe der Vertikalkraft \mathfrak{B} finden nach Nr. 59 für jeden Abstand x dann statt, wenn die Last bis zum Punkte x vorgerückt ist und sind diese grössten Werthe von \mathfrak{B} durch Gleichung 96), beziehungsweise 96*) gegeben; da die Last von A oder B hereinrücken kann, so entstehen zwei Umhüllungslinien $\max \mathfrak{B}$, und sind entsprechend auch zwei Kurven \mathfrak{M} vorhanden, welche für jedes $\max \mathfrak{B}$ das zugehörige gleichzeitige Angriffsmoment \mathfrak{M} erkennen lassen.

Die Last gehe von A nach B , und sei bis zum Punkt x vorgerückt, so ist

$$\mathfrak{M} = Ax - (p + k) \frac{x^2}{2}$$

$$A = \frac{pl}{2} + kx \frac{2l - x}{2l}$$

woraus für die eine der beiden gesuchten Kurven folgt

$$\mathfrak{M} = \frac{pl}{2} x + \frac{k - p}{2} x^2 - \frac{k}{2l} x^3 \quad . \quad 97)$$

Diese Kurve erreicht ihr Maximum für

$$x = 1 \left\{ \frac{k-p}{3k} + \sqrt{\frac{p}{3k} + \left(\frac{k-p}{3k}\right)^2} \right\} \quad . \quad . \quad 98)$$

Wenn die Last von B nach A rückt, so sind die der Umhüllungscurve $\max \mathfrak{B}$ entsprechenden Angriffsmomente ausgedrückt durch die Gleichung

$$\mathfrak{M} = \frac{pl}{2} (1-x) + \left(\frac{k-p}{2}\right) (1-x)^2 - \frac{k}{2l} (1-x)^3 \quad . \quad . \quad 97^*)$$

Für $x = \frac{1}{2}$ wird nach Gleichung 97) und 97*) gefunden

$$\mathfrak{M} = \left(\frac{p}{8} + \frac{k}{16}\right) l^2$$

61. In vielen Fällen ist es von Werth, den Punkt x zu kennen, wo \mathfrak{B} gleich Null wird; wenn die Brücke entweder gar nicht, oder auf ihre ganze Länge belastet ist, ist der Punkt $\mathfrak{B} = 0$ in der Brückenmitte, bei einseitiger Belastung rückt dieser Punkt gegen eines der Auflager vor; um zu bestimmen, wie viel sich hierbei $\mathfrak{B} = 0$ aus der Brückenmitte entfernen kann, benützen wir die Fig. 79, wo die äussersten Grenzen für sämtliche \mathfrak{B} durch die beiden Umhüllungslinien $\max \mathfrak{B}$ angegeben sind; befinden sich für ein bestimmtes x beide Werthe $\max \mathfrak{B}$ auf derselben Seite der Abscissenaxe, so kann für dieses x kein Werth von \mathfrak{B} gleich Null werden; dieses kann vielmehr nur dann stattfinden, wenn die beiderlei Werthe von $\max \mathfrak{B}$ zu verschiedenen Seiten der Abscissenaxe liegen, oder aber auch wenn einer derselben auf der Abscissenaxe selbst sich befindet; es geht hieraus hervor, dass diejenigen Punkte, wo die beiden Umhüllungslinien $\max \mathfrak{B}$ die Abscissenaxe schneiden, zugleich die beiden äussersten Lagen des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ sind: bezeichnen wir mit a die Abscisse eines dieser Schnittpunkte, so ist nach Gleichung 96) für $\mathfrak{B} = 0$

$$0 = -\frac{pl}{2} + \frac{ka^2}{2l} + pa$$

woraus

$$a = \left\{ -\frac{p}{k} \pm \sqrt{\frac{p}{k} + \left(\frac{p}{k}\right)^2} \right\} l \quad . \quad 99^*) \quad ,$$

62. Wir zeigen die Resultate der Formeln 91)–99) in einer graphischen Darstellung Tafel II. (am Schlusse des Buches), indem wir 6 verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{k} = \frac{\text{Eigengewicht}}{\text{zufällige Last}}$ zu Grunde legen. — In dieser graphischen Darstellung sind die Um-

*) Diese Relation wurde von Schwedler erstmals aufgestellt (Berliner Bauzeitung 1851).

hüllungslinien $\max M$ und $\max B$, sowie die zugehörigen Werthe B und M enthalten. Bezüglich der Kurven B ist zu bemerken, dass negative Werthe B nach unten umgeklappt gezeichnet sind, so dass aus den graphischen Darstellungen nur die absoluten Werthe von B entnommen werden können.

Die Umhüllungslinie $\max M$ und die gleichzeitigen Werthe von B finden sich nach den Gleichungen 92*) und 93*); diese Kurven sind für alle Verhältnisse $\frac{P}{k}$ dieselben; die Kurve \max

M ist eine Parabel, deren Scheitel-Ordinate stets $= 0,125 \text{ ql}^2$; die zugehörige Kurve B besteht aus 2 Geraden, welche in der Mitte der Abscissenaxe sich schneiden und deren Ordinaten an den Endauflagern bestimmt sind durch die Werthe $A = B = 0,5 \text{ ql}$.

Die Umhüllungslinien $\max B$ sind bestimmt durch die Gleichung 96), beziehungsweise 96*); die gleichzeitigen Werthe von M finden sich nach Gleichung 97) und 97*); der Punkt, wo letztere Kurven ihr Maximum erreichen, ist durch Gleichung 98) gegeben.

Die Kurve $\max M$ und die gleichzeitige Kurve B kann aus den bekannten Eigenschaften der Parabel und der geraden Linie nach vorstehenden Andeutungen ohne Weiteres aufgezeichnet werden; die Kurve $\max B$ und die der gleichzeitigen M erfordern für die verschiedenen Verhältnisse $\frac{P}{k}$ eine wiederholte Anwendung der Gleichungen 96)—99), deren Resultate für die fragliche Tafel II. in nachfolgender Tabelle XV. enthalten sind.

In den graphischen Darstellungen der Tafel II. sind die absolut grössten Werthe $\max M$ und $\max B$ sammt ihren gleichzeitigen Werthen B , beziehungsweise M eingetragen; jedes einzelne Konstruktionsglied wird im Allgemeinen entweder für $\max M$ oder für $\max B$ eine grössere Krafteinwirkung erleiden; es wäre zwar denkbar, dass 2 andere gleichzeitige, aber sonst beliebige Werthe M und B das fragliche Konstruktionsglied mehr in Anspruch nehmen; es lässt sich jedoch (wenn die Ueberlast per Längeneinheit gleichförmig vertheilt ist), im speciellen Falle nachweisen, dass diess nicht der Fall ist, und dass somit die gleichförmig vertheilte Maximallast (Kurve $\max M$) und die bis zum betrachteten Punkte ausgedehnte einseitige Belastung ($\max B$) zur Bestimmung der Dimensionen genügen; in welcher Weise aus zwei gegebenen gleichzeitigen Werthen M und B die in irgend einem Konstruktionsglied wirkende Kraft gefunden wird, wird in den späteren Abschnitten dargelegt werden und dienen hiezu insbesondere die mehrfach erwähnten praktischen Formeln, in welchen stets die Grössen M und B wieder erscheinen werden.

Tabelle XV.

Abs- cissen.		$\frac{1}{4} l$	$\mathfrak{B} = 0$	$\frac{1}{2} l$		Max \mathfrak{M}		$\frac{3}{4} l$
$\frac{p}{q}$	$\frac{p}{k}$	\mathfrak{M} n. Gl. 97)	Absc. x nach Gl. 99)	$\mathfrak{B} = \frac{kl}{8}$	$\mathfrak{M} =$ $(\frac{p}{8} + \frac{k}{16})l^2$	Absc. x n. Gl. 98)	\mathfrak{M} Gl. 97)	\mathfrak{M} Gl. 97)
1	∞	$0,0950 \, ql^2$	$0,500 \, l$	0	$0,125 \, ql^2$	$0,500 \, l$	$0,1250 \, ql^2$	$0,0950 \, ql^2$
$\frac{3}{4}$	3	$0,0761 \, ql^2$	$0,465 \, l$	$0,0312 \, ql$	$0,1094 \, ql^2$	$0,535 \, l$	$0,1099 \, ql^2$	$0,0880 \, ql^2$
$\frac{2}{3}$	2	0,0703	0,450	0,0416	1,1041	0,550	0,1052	0,0859
$\frac{1}{2}$	1	0,0586	0,414	0,0625	0,0937	0,572	0,0962	0,0820
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0,0469	0,365	0,0830	0,0893	0,608	0,0870	0,0780
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	0,0375	0,302	0,1000	0,0750	0,632	0,0820	0,0750
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$	0,0312	0,250	0,1110	0,0694	0,647	0,0784	0,0729

Die Anwendung der graphischen Darstellung Tafel II. geschieht am einfachsten dadurch, dass man die Grössen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} mit dem Zirkel absticht; genauere Resultate erhält man, wenn man dieselben Figuren mit Hülfe der Tabelle XV., beziehungsweise der Gleichungen 97)–99), in einem grösseren Maasstabe aufträgt, wobei die Figuren der Tafel II. gleichsam als Vorlegeblätter dienen. — Endlich aber haben diese graphischen Darstellungen den Zweck, das Verständniss der vorstehenden und der folgenden Entwicklungen zu erleichtern und die Resultate der Formeln und der Rechnungen zur Anschauung zu bringen.

63. Es soll nun der Einfluss concentrirter Lasten untersucht und mit einer gleichförmig vertheilten Ueberlast verglichen werden.

Zu Gewinnung allgemeiner Formeln nehmen wir zunächst an, ein Träger AB Fig. 80 sei ausser dem gleichförmig vertheilten Gewicht p noch mit einer Reihe concentrirter Lasten G_1, G_2, G_3, G_4 in den (zunächst unveränderlich gedachten) Abständen g_1, g_2, g_3, g_4 von A belastet. Es bezeichne l die Trägerlänge, so erhalten

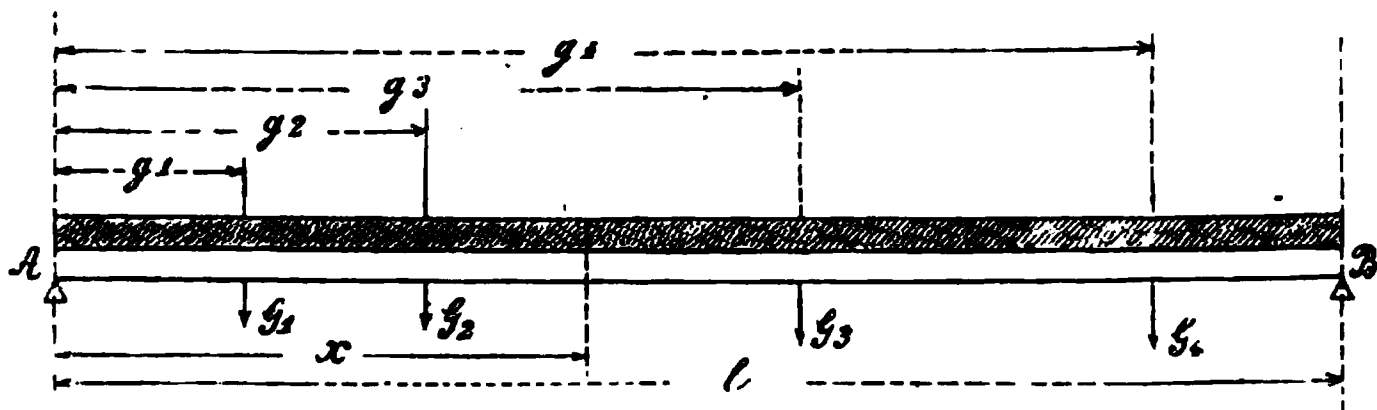
wir durch Anwendung des Hebelgesetzes (Gleichung 4) die Auflagerdrücke:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{pl}{2} + \frac{(1-g_1)G_1 + (1-g_2)G_2 + (1-g_3)G_3 + \dots}{1} \\ B &= \frac{pl}{2} + \frac{g_1G_1 + g_2G_2 + g_3G_3 + \dots}{1} \end{aligned} \right\} 100)$$

und wenn wir mit G und g überhaupt eine Einzelkraft respective deren Abstand von A bezeichnen, so erhalten diese Gleichungen die allgemeine Form:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{pl}{2} + \frac{\Sigma G (1-g)}{1} \\ B &= \frac{pl}{2} + \frac{\Sigma Gg}{1} \end{aligned} \right\} \dots 100^a)$$

Fig. 80.



Für einen Querschnitt x bestimmen sich sodann die Grössen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} mit Bezugnahme auf Fig. 80 wie folgt:

$$\mathfrak{B} = -A + px + G_1 + G_2 \dots 101)$$

$$\mathfrak{M} = Ax - \frac{px^2}{2} - G_1(x - g_1) - G_2(x - g_2) \dots 102)$$

oder in allgemeiner Form:

$$\mathfrak{B} = -A + px + \Sigma_o^x G \dots 101^a)$$

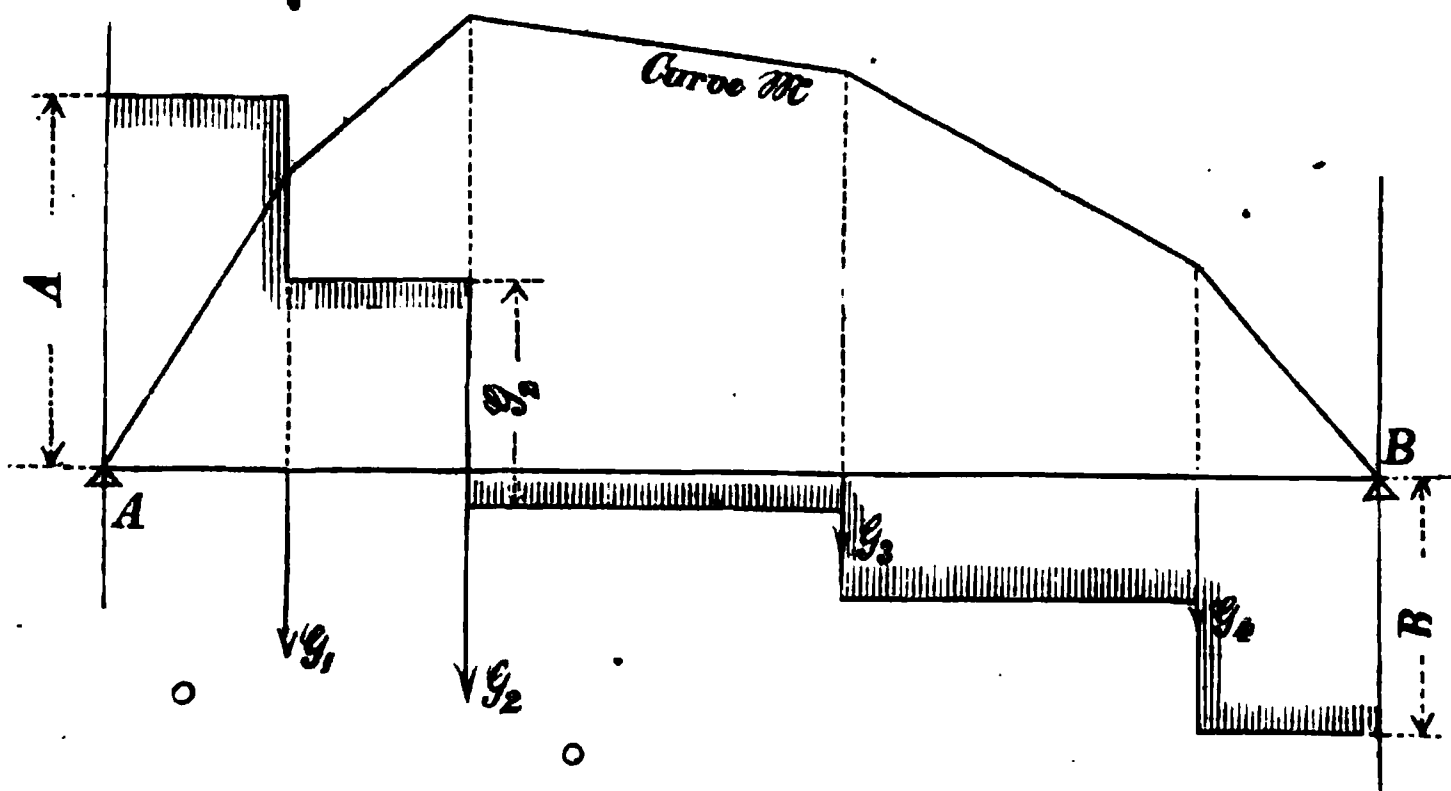
$$\mathfrak{M} = Ax - \frac{px^2}{2} - \Sigma_o^x G(x - g) \dots 102^a)$$

Wir können einige allgemeine Folgerungen aus diesen Gleichungen ziehen

Was zunächst die Vertikalkraft \mathfrak{B} betrifft, so denken wir uns eine Abscisse $x = a$ so gewählt, dass für dieselbe $A = pa + \Sigma_o^a G$. Es folgt für diesen Werth von x aus Gleichung 101^a) $\mathfrak{B} = 0$. Für den Trägertheil von $x = 0$ bis a ist sodann \mathfrak{B} negativ, für $x = a$ bis l dagegen positiv. Um die Form der Kurve \mathfrak{B} zur

Anschaung zu bringen, denken wir uns vorläufig den Träger AB schwerlos mit den einzelnen Gewichten G belastet, es ist dann nach Gleichung 101) die Vertikalkraft zwischen den einzelnen Lastpunkten constant (diess folgt schon aus Gleichung 16), da für $q = 0$ $d\mathfrak{B} = 0$ ist). Es ist somit die Kurve \mathfrak{B} aus einzelnen horizontalen Geraden zusammengesetzt (vergl. Fig. 81), deren jeweiliger Vertikalabstand $= G$. Wird das gleichförmig vertheilte Eigengewicht mit in Rechnung gezogen, so erhalten die einzelnen Staffeln der Kurve \mathfrak{B} eine Neigung gegen die Abscissen-

Fig. 81.



achse, deren trigonometrische Tangente dem Eigengewicht p des Trägers proportional ist. Es folgt diess aus Gleichung 101), indem man durch Differenziren derselben erhält:

$$\frac{d\mathfrak{B}}{dx} = p$$

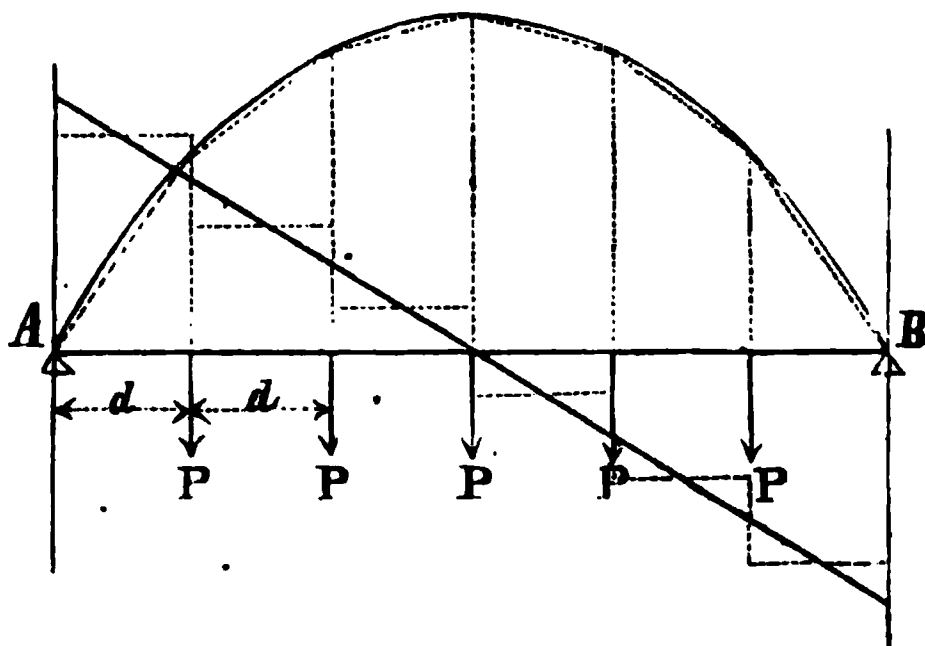
Uebergend auf die Kurve \mathfrak{M} bemerken wir, dass dieselbe zunächst für den schwerlos gedachten Träger ein Polygon bildet, dessen Eckpunkte durch die einzelnen Lastpunkte bestimmt sind. Diess ergibt sich aus Gleichung 102), indem für $p = 0$ diese Gleichung vom 1^{ten} Grade. — Durch Berücksichtigung des Eigengewichts gehen die Polygonseiten in schwach gekrümmte Parabelbögen über, die Kurve \mathfrak{M} bildet aber keinesfalls eine stetige Kurve, sondern findet je am Angriffspunkt einer Einzelkraft ein Wechsel der Tangenten statt.

Denken wir uns den einfachsten Fall, dass am schwerlos gedachten Träger gleich grosse concentrirte Lasten P wirken, welche ausserdem gleichförmig über den Träger vertheilt sind, (vergl. Fig. 81*), so liegen die Ecken des genannten Polygons \mathfrak{M} auf einer Parabel, welche der gleichförmig vertheilten Be-

lastung $\frac{P}{d}$ entspricht, wo $d = \frac{1}{n} l$ den Abstand zweier Einzelkräfte bezeichnet. *)

Je mehr Knotenpunkte das Polygon zeigt, das heisst, je näher die Angriffspunkte der Lasten beisammen liegen, desto mehr wird sich das Polygon der genannten Parabel anschliessen.

Fig. 81a.



Diese Verhältnisse bleiben dieselben, wenn das Eigengewicht mit in Rechnung gezogen wird. Die den Angriffspunkten der Kräfte P entsprechenden Ordinaten von \mathfrak{M} fallen mit der Parabel zusammen, welche der gleichförmigen Belastung $p + k$ entspricht, die Polygonseiten gehen, wie wir gesehen haben, in flache Parabeln über.

Für den besprochenen Fall der Belastung des schwerlos gedachten Trägers durch gleich grosse gleichvertheilte Einzellasten lässt sich bezüglich der Kurve \mathfrak{B} nachweisen, dass je in der Mitte der einzelnen Felder die Ordinaten der staffelförmigen Kurve mit der Geraden zusammenfallen, welche nach Gleichung 92^a) der gleichmässig und stetig vertheilten Totallast entspricht.

*) Um diess nachzuweisen, haben wir in Gleichung 102^a) zu setzen $p = 0$, $G_1 = G_2 = \dots = P = kd$, ferner $nd = l$ und erhalten für einen beliebigen Knotenpunkt $x = md$:

$$A = \frac{\sum G (l - g)}{l} = kd \left[\frac{(n-1)d + (n-2)d + \dots + d}{nd} \right] = kd \frac{n-1}{2}$$

$$\mathfrak{M} = Ax - \sum_0^x G (x - g)$$

$$= kd \cdot \frac{n-1}{2} \cdot x - kd \left[(m-1)d + (m-2)d + \dots + d \right]$$

$$= kd \frac{n-1}{2} \cdot x - kd^2 m \left(\frac{m-1}{2} \right) = kl \frac{x}{2} - \frac{kx^2}{2}$$

Es ist nämlich für $x = md + \frac{d}{2}$

$$\mathfrak{B} = -A + mP = -qd \frac{n-1}{2} + m \cdot d \cdot q$$

$$= qx - \frac{ql}{2} \text{ wie in Gleichung 92a)}$$

Auch hier werden bei vermehrter Zahl der Lastpunkte die staffelförmigen Absätze abnehmen und der Geraden der gleichförmig vertheilten Last $k = \frac{P}{d}$ sich nähern; bei Berücksichtigung des Eigengewichts, der Geraden der gleichförmig vertheilten Last $k + p$, wie sich leicht nachweisen lässt.

Wenn dagegen die einzelnen Lasten beliebig gross und beliebig vertheilt sind, so werden auch die Polygone \mathfrak{B} und \mathfrak{M} um so mehr von den Kurven für eine gleichförmig vertheilte Last sich entfernen, je verschiedener die Einzelkräfte sind und je grösser deren Abstand im Verhältniss zur Trägerlänge.

Wir haben bisher den Abstand der Einzelkräfte untereinander und den Auflagern des Trägers als unveränderlich angenommen: bei Brückenträgern und Eisenbahnbrücken insbesondere ist aber in Betracht zu ziehen, dass in Folge der Bewegung eines Bahnzuges von A nach B die Abstände der Einzellasten von A sich verändern, und ist im Weiteren noch zu berücksichtigen, dass die ungleich belasteten Fahrzeuge eines Bahnzuges nicht immer in derselben Ordnung auf einander folgen. Wären Achsbelastung und Achsentfernung gleich gross, so könnte man einfach, wie in Fig 81. geschehen, die Einzellasten durch eine gleichförmig vertheilte Last $\frac{P}{d}$ ersetzen, und würden sich die Maxime von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} für jeden Querschnitt x direct aus Nr. 58—62 ergeben. Diess trifft nun nicht zu, und sind besondere Betrachtungen nöthig, um für einen bestimmten Querschnitt x diejenige Stellung eines Bahnzuges aufzufinden, für welche \mathfrak{B} respective \mathfrak{M} ihr Maximum erreichen.

Wie wir schon im Eingang des §. 6 erwähnt, ist für Bahnzüge der Unterschied der Achsbelastungen und Achsentfernungen nicht derart, dass die Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} sich zu sehr von den Kurven der gleichförmig vertheilten Last entfernen, wir werden im Folgenden an einigen Beispielen zeigen, wie durch Gegenüberstellung der aus Gleichung 101) und 102) erhaltenen Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} mit den aus Gleichung 92) und 93) für gleichförmige Belastung erhaltenen, eine gleichförmig vertheilte Last k sich ableiten lässt, die mit grosser Annäherung den concentrirten Gewichten der Achsbelastungen substituirt werden kann.

§. 7. Belastungen und Eigengewichte frei aufliegender
Brückenträger.

64. Die Belastung der Brückenträger setzt sich zusammen aus der Belastung der einzelnen Achsen der Fahrzeuge und bei Eisenbahnbrücken insbesondere aus der Belastung der Lokomotiven- und Wagenachsen.

Insofern die Belastung der Lokomotivachsen gewöhnlich grösser ist, als die der belasteten Güterwagen, üben Achslast und Radstand der Lokomotiven einen grossen Einfluss aus auf die Dimensionen der Träger der Eisenbahnbrücken und muss bei Feststellung der Dimensionen derselben namentlich für kleinere Brücken auf die Konstruktionsverhältnisse der Lokomotiven vorzugsweise Rücksicht genommen werden. — Bahnen mit grossem durchgehenden Verkehr erhalten Lokomotiven mit 3—4 Achsen von 12—14 tons Achsgewicht bei einer Gesamtlänge der Lokomotive von 8—10 Meter, während beladene Güterwagen bei 7—8 Meter Länge fast allgemein nur 15 tons wiegen. Hiernach beträgt die Belastung durch Lokomotiven pro laufenden Meter 3,5—4,5 tons, für Güterwagen nur ca. 2 tons.

Noch schwerer sind häufig die Tenderlokomotiven für Bahnen mit starken Steigungen, dieselben haben bis zu 60 tons Gewicht bei 5 Achsen und ca. 11 Meter Gesamtlänge oder ca. 5,5 tons pro laufenden Meter.

Nur bei Lokalbahnen sprechen andere Gründe dafür, die Achslast der Lokomotiven möglichst in Uebereinstimmung mit derjenigen der belasteten Güterwagen zu bringen, so dass nur insofern ein höheres Gewicht als 2 tons pro laufenden Meter anzunehmen ist, als der Achsstand der Lokomotiven kleiner ist, als derjenige der Wagen.

Trotz dieser Verschiedenheit zwischen Lokomotivenbelastung und Belastung der Güterwagen lässt sich doch, wie wir in der Folge sehen werden, stets eine gleichförmig vertheilte Ueberlast bestimmen, welche auf die Brückenträger dieselbe Wirkung hervorbringt, wie die auf einander folgenden Achsbelastungen, und zwar wird diese stellvertretende gleichförmige Ueberlast k für jede Lokomotive eine andere sein.

Wenn man aber, selbst unter Voraussetzung derselben Lokomotivkonstruktion den nämlichen Werth von k für Brücken sehr verschiedener Spannweite anwenden wollte, so würde man für Träger kleiner Spannweite wesentlich kleinere Angriffsmomente und Vertikalkräfte erhalten, als die ungünstigsten Stellungen der Lokomotiven nach Gleichung 100)—102) ergeben würden, und zeigt eine weitere Verfolgung dieser Betrachtung, dass diejenige gleichförmig vertheilte Ueberlast k , welche als Aequivalent eines

Eisenbahntrains zu dienen hat, desto grösser sein muss, je kleiner die Spannweite ist, wobei übrigens bei kleinen Spannweiten die Einführung einer gleichförmig vertheilten Belastung nur in bedingter Weise geschehen kann, auch weniger Vortheile bietet, da die Rechnung mit Einzellasten einfach genug auszuführen ist.

Die Annahme einer gleichförmig vertheilten stellvertretenden Belastung hat für die Praxis nicht nur den Vortheil der einfacheren Berechnung einer Trägerconstruction, sondern giebt dieselbe, — und hierauf legen wir einen grössern Werth — einen sicherern Massstab ab für die Beurtheilung und Vergleichung der Tragfähigkeit der Eisenbahnbrücken, als die Berechnung durch Einzellasten, deren Intensität und Abstand in Folge häufiger Abänderung der Construction der Lokomotiven stetem Wechsel unterworfen ist.

Nach Vorstehendem wird für die Berechnung der Brückenträger im Allgemeinen die stellvertretende gleichförmige Belastung genügen, während andererseits für solche Glieder, welche direkt von einer oder zwei concentrirten Achslasten in Anspruch genommen werden, die Rechnung, wie schon oben angedeutet, direkt unter Zugrundlegung der in Aussicht zu nehmenden grössten Achslasten durchzuführen ist.

65. Die grössten Güterzüge werden durch höchstens 3 hintereinanderstehende Lokomotiven befördert, welche nach Umständen theilweise mit rückwärts gerichtetem Kamine aufgestellt sein können.

Bei grösseren Brücken ist alsdann der Rest der Brücke mit vollbelasteten Güterwagen bedeckt anzunehmen. (Ein solcher Bahnzug ist in Tafel III abgebildet.)

Wir stellen uns nun die Aufgabe, für einen Brückenträger von bestimmter Spannweite und Eigengewicht bei jeder Stellung eines solchen Bahnzuges in einem beliebigen Querschnitt die Maxima von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} zu bestimmen, wir lösen diese Aufgabe, indem wir uns den Bahnzug von A nach B, sodann von B nach A fortschreitend denken, für jede Stellung die Kurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} nach Gleichung 100)–102) berechnen und auftragen, und sodann von diesen sämtlichen Kurven die Umhüllungslinien bilden.

Schliesslich bestimmen wir dann mit Hülfe der Gleichungen 93^a) und 97) diejenige gleichförmige Last, welche für den Fall der Belastung der ganzen Brücke, resp. eines Theils derselben die gleichen Maxime \mathfrak{M} und \mathfrak{B} hervorbringt, die aus den genannten Umhüllungslinien sich ergeben.

Zunächst betrachten wir einige einfache Beispiele.

Ueber einen schwerlos gedachten Träger AB Fig. 82 bewege sich eine Last P von A nach B, wir haben in Nr. 19 Beispiel 2 für diesen Fall die Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} berechnet, und gefunden,

wenn λ den Abstand der Last P von A bezeichnet:

$$\text{Trägerstück AD} \quad \mathfrak{B} = -P \frac{1-\lambda}{1} \quad \dots \quad \text{I.}$$

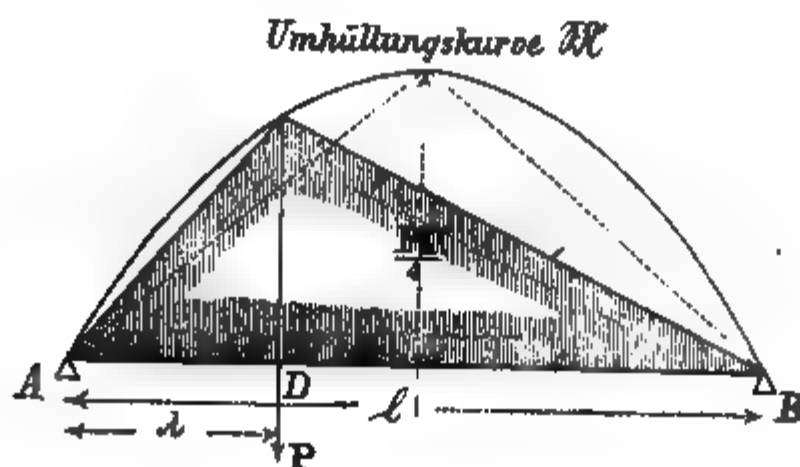
$$\mathfrak{M} = P \frac{1-\lambda}{1} x \quad \dots \quad \text{II.}$$

$$\text{Trägerstück DB} \quad \mathfrak{B} = -A + P = + \frac{P\lambda}{1} \quad \dots \quad \text{III.}$$

$$\mathfrak{M} = Ax - P(x - \lambda) = P \frac{\lambda(1-x)}{1} \quad \dots \quad \text{IV.}$$

In Figur 82 sind für $\lambda = AD$, und $\lambda = \frac{1}{2}$ die Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} , sodann auch die Umhüllungskurven von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} eingetragen und ersieht man aus dieser Figur folgendes:

Fig. 82.



1) Bezüglich der Vertikalkraft besteht die Umhüllungslinie aus 2 Geraden, das Maximum von \mathfrak{B} am Auflager ist $= P$, in der Achse des Trägers $= \frac{P}{2}$, eine gleichförmig vertheilte Last

k , welche dieselbe Vertikalkraft hervorbringt, müsste $= \frac{2P}{1}$ respective $\frac{4P}{1}$ sein (nach Gl. 96).

Für jedes einzelne x tritt Max. von \mathfrak{S} ein, wenn die Kraft P im betr. Querschnitt sich befindet.

2) Bezüglich des Momentes \mathfrak{M} ist die Umhüllungslinie eine Parabel, deren Gleichung

$$\mathfrak{M} = P \frac{1-\lambda}{1} \cdot \lambda \dots \dots \dots V.$$

die man erhält, indem man in II. und IV. $x = \lambda$ setzt). Das Maximum von \mathfrak{M} findet für einen Punkt x ebenfalls statt, wenn die Last bis x vorgerückt ist, das absolute Maximum von \mathfrak{M} tritt ein in der Trägermitte und ist

$$\mathfrak{M}_{\max} = \frac{P \cdot l}{4},$$

die gleichförmige Belastung k_1 , welche dieses Moment hervorbringen würde, ist $= \frac{2P}{1}$, somit doppelt so gross, als wenn die Last P gleichförmig auf die Trägerlänge vertheilt wäre.

Wird derselbe Träger mit Zwei Einzellasten P belastet, deren Abstand $= d$ gegeben, und lässt man diese in der Richtung $A - B$ über den Träger sich bewegen, so sind zur Bestimmung der absoluten Maxima von \mathfrak{S} und \mathfrak{M} nur solche Stellungen zu betrachten, bei denen beide Gewichte P sich gleichzeitig auf der Brücke befinden.

Man erhält aus Figur 83 leicht folgende Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} A &= P \frac{1-\lambda}{1} + \frac{P(1-\lambda-d)}{1} \\ B &= \frac{P\lambda}{1} + \frac{P(\lambda+d)}{1} \end{aligned} \right\} \dots \dots VI.$$

Die Kurve \mathfrak{S} ist für jede Stellung der beiden Lastpunkte eine staffelförmige Linie und ist für das Stück AC $\mathfrak{S} = A$, für CD ist $\mathfrak{S} = A - P$, für DB endlich $\mathfrak{S} = A - 2P$. Die Umhüllungskurve dieser Werthe ist in der Figur 83 eingetragen und besteht aus 2 Geraden, wovon die schwächer gegen den Horizont geneigte diejenige Lage der Lasten begreift, wenn nur eine Last P auf dem Träger sich befindet. Für das Auflager A ist

$$\mathfrak{S}_{\max} = -2P + \frac{Pd}{1} \text{ für die Mitte } \mathfrak{S}_{\max} = \pm \frac{P(1-d)}{1}$$

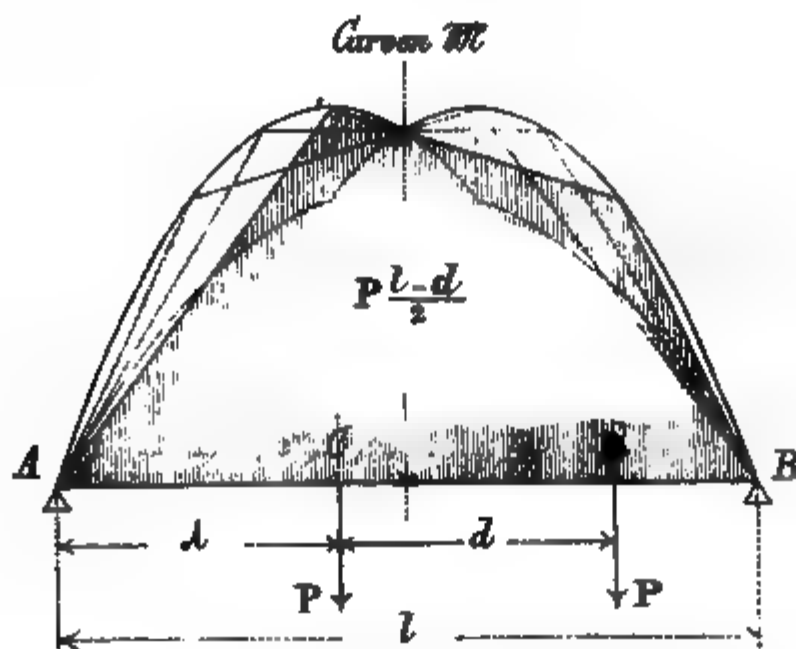
Zur Aufzeichnung des einer bestimmten Belastung entsprechenden Polygons \mathfrak{M} braucht man nur die Werthe für die Angriffspunkte C und D der Kräfte P zu bestimmen und erhält man:

$$\text{für } C \quad \mathfrak{M} = A\lambda \dots \dots \dots VII.$$

$$\text{für } D \quad \mathfrak{M} = A(\lambda + d) - Pd \dots \dots \dots VIII.$$

Hienach ist in Figur 83 des Polygons \mathfrak{M} für verschiedene Laststellungen aufgetragen und die Umhüllungslinie \mathfrak{M} eingezeichnet.

Fig. 83.



Letztere ist aus 2 sich schneidenden Parabeln gebildet, deren Gleichung durch VII. und VIII. gegeben, wenn λ als veränderlich angenommen (und für A der Werth aus VI. eingesetzt) wird.

Für einen bestimmten Punkt x wird \mathfrak{M} Maximum, wenn eine Last P über demselben steht, während die andere Last P noch auf dem Träger sich befindet, eine Ausnahme bildet die

Trägermitte, für diese ist \mathfrak{M} constant, so lange auf jeder Seite der Mitte eine Last vorhanden ist, denn für diesen Fall ist für die Trägermitte

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_0 &= A \frac{l}{2} - P \left(\frac{l}{2} - \lambda \right) \\ &= P \frac{l - d}{2}, \quad \dots \dots \dots \text{IX.}\end{aligned}$$

somit unabhängig von λ (und zwar gleich gross wie für einen frei aufliegenden Träger von der Länge $(l - d)$, in dessen Mitte die Last P wirkt).

Den absolut grössten Werth von \mathfrak{M} erhalten wir, indem wir in Gl. VII. λ als veränderlich annehmen und den Differentialquotient $\frac{d\mathfrak{M}}{d\lambda} = 0$ setzen. Man erhält hieraus

$$\lambda = \frac{1}{2} l - \frac{d}{4} \quad \dots \dots \dots \text{X.}$$

und aus Gl. VIII. einen zweiten Werth

$$\lambda = \frac{1}{2} l + \frac{d}{4}$$

und durch Einsetzung des Werthes von λ in VII. und VIII.

$$\mathfrak{M}_{\max} = \frac{P}{8l} (2l - d)^2. \quad \dots \dots \dots \text{XI.}$$

Anmerkung. Diese Gleichung ist indessen nur richtig für Werthe von $d < \frac{2}{3} l$, weil für grössere Werthe die zweite Last P nicht mehr auf dem Träger liegt, wenn das erste P die Abscisse $\frac{l}{2} - \frac{d}{4}$ erreicht hat.

66. In ähnlicher Weise könnten nun auch diejenigen Fälle behandelt werden, wo mehr als zwei Einzellasten auf einen Träger einwirken. Allein schon bei drei Lasten, welche wir uns in beliebiger Intensität und in beliebiger Entfernung wirkend denken, wird die Herstellung der die sämtlichen Maxima enthaltenden Umhüllungskurven sehr complicirt, und nehmen die Schwierigkeiten der Lösung mit der Zahl der Einzelkräfte noch in höherem Masse zu. Man wird sich daher bei gleichzeitiger Wirkung von drei oder mehr concentrirten Lasten begnügen müssen, die Umhüllungskurven auf indirectem Wege dadurch herzustellen, dass man für eine Reihe von Abständen x die Maxima von \mathfrak{M} und \mathfrak{S} aufzufinden sucht, und demnächst durch Verbindung dieser Maxima auf graphischem Wege eine empirische Umhüllungskurve darstellt.

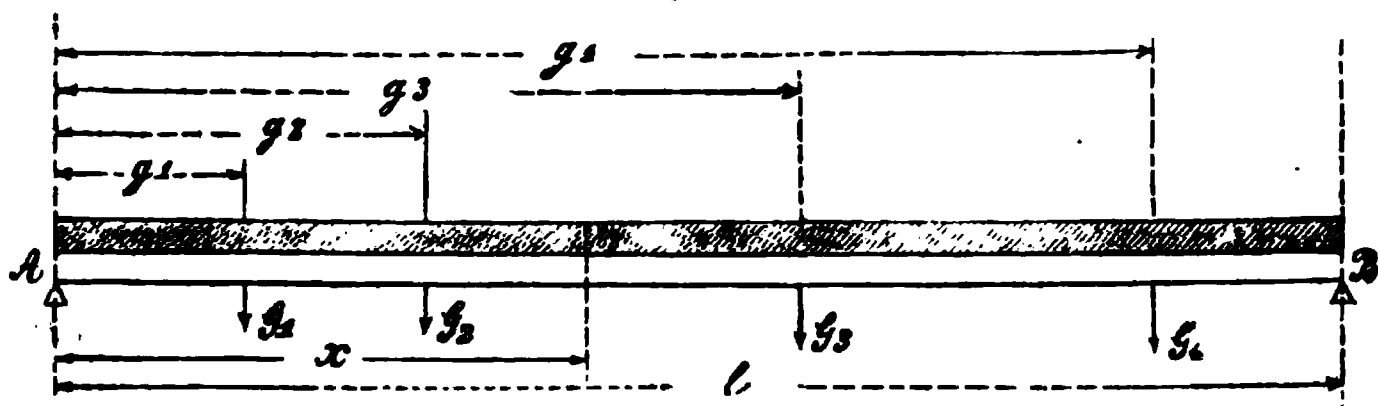
Da wir die Krafteinwirkungen zu untersuchen haben, welchen die Eisenbahnbrücken in Folge der dieselben treffenden Verkehrsbelastungen ausgesetzt sind, so stellen wir nun die Aufgabe, für eine Brücken-Construction, über welche eine grosse Anzahl von

Einzellasten in einer genau festgestellten Ordnung sich bewegt, an jedem einzelnen Punkte die Maximalwerthe von M und S zu bestimmen.

Was zunächst die Angriffsmomente M betrifft, so wird der absolut grösste Werth von M an irgend einem Punkte des Trägers dann eintreten, wenn die Brücke thunlich stark belastet ist und wenn gleichzeitig möglichst grosse Lasten zunächst dem betrachteten Punkt sich befinden, wie dies durch nachfolgende Rechnung näher nachgewiesen wird.

Behalten wir die Bezeichnungen der Nr. 63, so erhalten wir nach Gl. 102* für das Moment im Querschnitt x eines Trägers AB , welcher ausser dem Eigengewicht p noch mit beliebigen Einzelkräften G belastet ist:

Fig. 84.



$$M_x = Ax - \frac{px^2}{2} - \sum_0^x G(x-g) \quad 102^*)$$

und indem wir den Werth von A aus Gl. 100*) substituieren:

$$M_x = \frac{px}{2} (1-x) + \frac{x}{1} \sum_0^l G(1-g) - \sum_0^x G(x-g) \quad . . I.$$

oder indem wir die Summen zerlegen und anders gruppieren:

$$M_x = \frac{px}{2} (1-x) + \frac{1-x}{1} \sum_0^x Gg + \frac{x}{1} \sum_x^l G(1-g). \quad II.$$

Sämmtliche Ausdrücke rechts des Gleichheitszeichens sind positiv; der erste, vom Eigengewicht herrührend, ist für ein bestimmtes x constant, der zweite stellt den Beitrag der links von x , der dritte der rechts von x befindlichen Lasten dar, und sind zunächst beide um so grösser, je mehr und je schwerere Lasten G auf dem Träger sich befinden, im Weiteren nimmt der zweite Ausdruck mit g zu, während der dritte mit g abnimmt, somit sind beide am grössten, je näher die Lasten bei dem betrachteten Querschnitte groupirt sind, womit der oben aufgestellte Satz nachgewiesen ist.

Wir haben oben für Eisenbahnbrücken drei Güterzug-Maschinen mit darauf folgenden belasteten Güterwagen als grösste Belastung angenommen. Wenn wir zunächst solche Spannweiten betrachten, bei welchen 2 oder 3 Locomotiven die ganze Brückenlänge in

somit kann eine im Querschnitt x angreifende Kraft G ganz oder theilweise der einen oder der andern der beiden Summen der Gleichung II zugezählt, oder was dasselbe ist, an einem oder dem andern Trägertheil (bezüglich des Querschnitts x) wirkend gedacht werden.

Unter dieser Voraussetzung spricht sich Gleichung 103) folgendermassen aus:

Für irgend ein bestimmtes mobiles Lastsystem tritt im gegebenen Querschnitt x das Maximum M_x bei derjenigen Laststellung ein, für welche die Summe der links vom Querschnitt wirkenden Lasten sich zur Gesamtlast auf dem ganzen Träger AB verhält wie $x:l$. Meist steht dann eine der Lasten G auf dem Querschnitt x .*)

Da in Gleichung 103) das Eigengewicht nicht auftritt, so hat obiger Satz allgemeine Gültigkeit für beliebige Lastsysteme bei beliebigem Eigengewicht des Trägers.

Bei obiger Untersuchung ist stillschweigend vorausgesetzt, dass durch die Bewegung des Lastzuges bis zur Stelle, welche dem max M_x entspricht, weder Lasten die Brücke verlassen, noch neue hinzutreten. Tritt einer dieser Fälle ein, so haben wir es mit einem neuen Lastsystem zu thun, und ist eine neue Untersuchung behufs Bestimmung der max M_x nöthig, indem für die zuerst angenommene Belastungsart ein Maximum im Querschnitt x überhaupt nicht zu erreichen ist.

Die Untersuchung, welche Zugstellung anzunehmen ist, um im Querschnitt x den grössten Werth von M_x hervorzubringen, lässt sich theoretisch nicht durchführen, es ist hiebei, wie oben bemerkt, die doppelte Bedingung zu erfüllen, dass einmal möglichst viele und grosse Lasten auf der Brücke sich befinden und sodann, dass die grösste dieser Lasten thunlich nahe dem betrachteten Punkte liegen; diese beiden Kriterien werden häufig ausreichen, sofort diejenigen Lasten zu erkennen, welche auf der Brücke sich befinden müssen, um das Maximalmoment zu bewirken; in andern Fällen müssen zwei und mehrere Fälle theilweise untersucht werden, um die richtige Stellung der in Frage kommenden Belastungen zu erhalten.

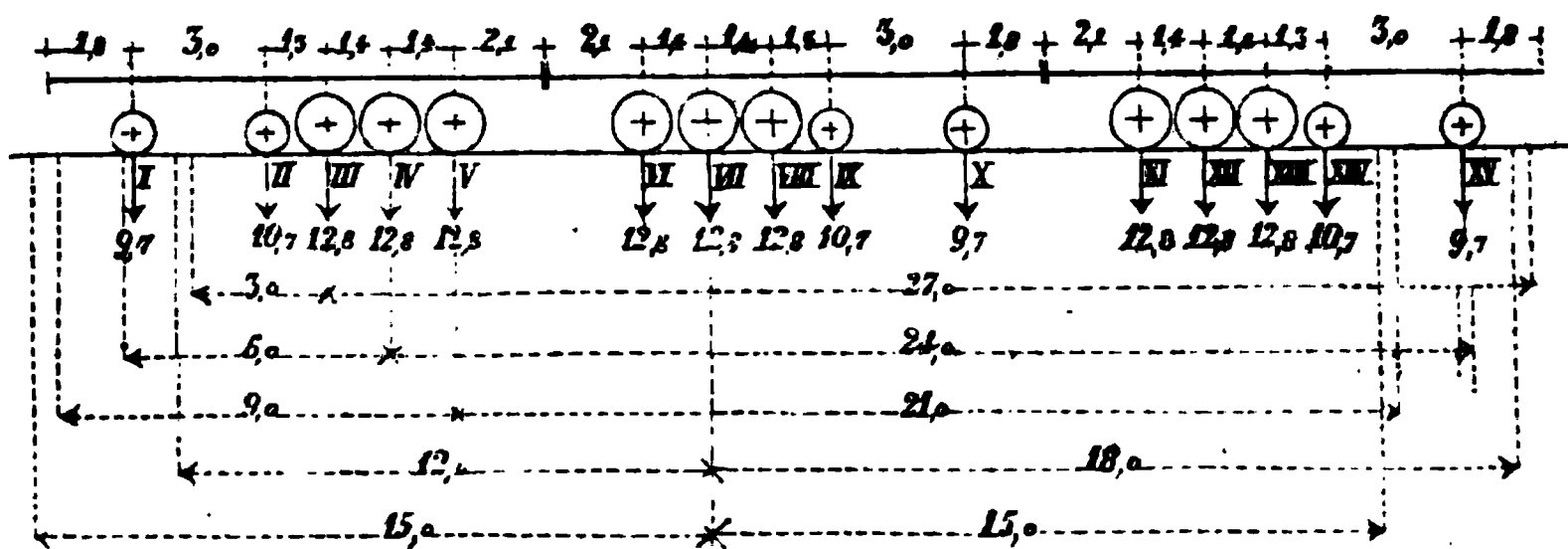
Wir haben schon angedeutet, dass von den drei Güterzug-Locomotiven, welche dem Eisenbahnzuge vorgespannt sind, in der Regel nur die vorderste mit rückwärts liegendem Schornstein angewendet wird und ist dadurch für sämtliche Fahrzeuge und Lasten die Reihenfolge genau bestimmt. Da ferner in der Regel

*) Zu vergleichen Weyrauch Hannover'sche Bauzeitung 1875.

eine Axe im betrachteten Punkt sich befinden soll, so reduzieren sich die in Frage kommenden Fälle in der Praxis stets auf eine sehr geringe Anzahl, aus denen allerdings durch Probieren die ungünstigste Belastung gefunden werden muss.

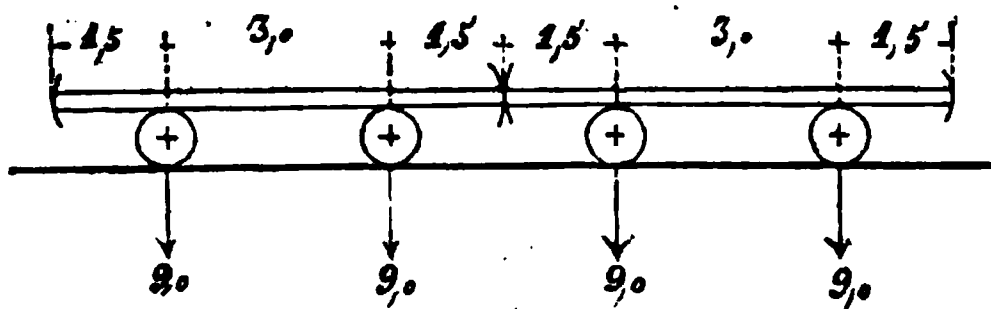
Als Beispiel wählen wir eine Brücke von 30,0^m Spannweite, welche durch einen mit einer bayrischen Tendermaschine bespannten Güterzug befahren wird, wie dies durch Fig. 85 dargestellt ist.

Fig. 85.



Die schwer belasteten Güterwagen, welche bei grösseren Spannweiten hinzutretend gedacht werden, sind in Fig. 86 skizziert.

Fig. 86.



Für einen Punkt im Abstände $x = 3,0^m$ tritt das grösste Angriffsmoment dann ein, wenn die erste Locomotiv-Axe III unmittelbar über diesem Punkt sich befindet; in diesem Fall befinden sich die Axen II—XV auf der Brücke und beträgt deren Gesamtlast 166,7 Tonnen, links vom Punkte $x = 3,0^m$ soll die Belastung nach den oben gegebenen Regeln, beziehungsweise nach Gleichung 103) $= 166,7 \times \frac{x}{1} = 16,67$ Tonnen sein,

welcher Bedingung dadurch entsprochen ist, dass zu der Axe II $= 10,7^T$ weitere $5,97^T$ vom Gewicht der Axe III hinzugefügt werden; hieraus berechnet sich $\max M_3 = 251,896^m T$. Für die Abscisse $x = 6,0^m$ findet $\max M$ dann statt, wenn die Axe IV über diesem Punkte steht; in diesem Fall ist $A + B = 176,4^T$, folglich soll links vom Punkt $x = 6,0^m$ eine Belastung von

$\frac{6}{30} \cdot 176,4 = 35,34^T$ sich befinden, welche Belastung durch die drei Axen I, II und III schon nahezu erreicht wird, so dass von der Axe IV nur $2,14^T$ für die linke Seite gerechnet werden müssen; hieraus berechnet sich $\max \mathcal{M}_6 = 433,784^{mT}$.

Für die Abscisse $x = 9,0^m$ findet $\max \mathcal{M}$ dann statt, wenn die Axe V über diesem Punkt steht; $A + B$ ist $= 166,7^T$, und soll links vom Punkte $x = 9,0^m$ eine Belastung von $\frac{9}{30} \cdot 166,7 = 50,01^T$ sich befinden, während die 4 Axen I—IV schon $46,0^T$ ergeben; $\max \mathcal{M}_9$ wird $= 556,47^{mT}$ erhalten. — Für die Abscisse $x = 12,0^m$ findet $\max \mathcal{M}$ dann statt, wenn die Axe VII über diesem Punkt steht, wobei $\frac{12}{30} \cdot 166,7 = 66,68^T$ links vom Punkte $x = 12,0^m$ aufgestellt sein müssen, was durch die Axen II bis VI und $4,78^T$ vom Gewicht der Axe VII erzielt wird; $\max \mathcal{M}_{12}$ erhält man $= 632,7^{mT}$. Wir bemerken hiebei, dass auch dann ein Maximum eintritt, wenn die Axe VI über dem Punkt $x = 12,0^m$ sich befindet; dieses $\max \mathcal{M}_{12}$ beträgt aber nur $630,54^{mT}$.

Für $x = 15,0^m$ tritt das grösste Angriffsmoment dann ein, wenn die Axe VII über diesem Punkt sich befindet, in welchem Fall $A = 78,1^T$, $B = 88,6^T$ und $A + B$ gleichfalls gleich $166,7^T$ ist, und erhalten $\max \mathcal{M}_{15} = 657,86^{mT}$.

Wenn man die im Vorstehenden gefundenen Werthe für die einzelnen Abscissen 3, 6, 9, 12 und 15 aufträgt, so sieht man sofort, dass die einzelnen Punkte annähernd in einer Parabel von vertikaler Axrichtung liegen; die gleichförmig vertheilten Lasten, welche dieselben $\max \mathcal{M}$ hervorbringen würden, sind 6220, 6198, 5888, 5858 und 5840, der mittlere Werth beträgt ziemlich genau $k = 6000^k$ pro Meter.

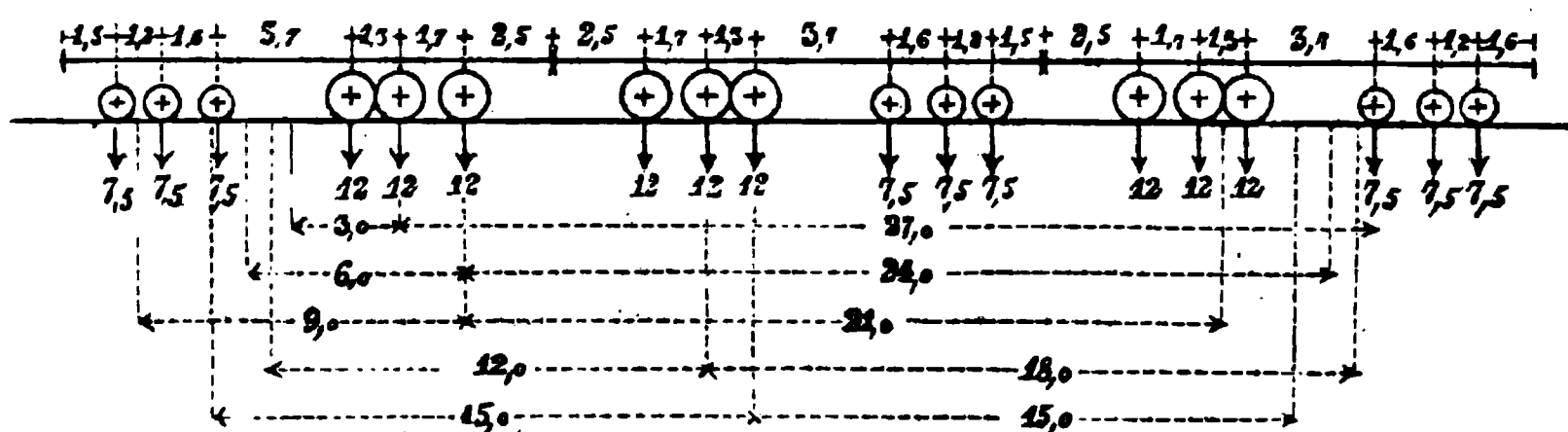
In Fig. b der Tafel III. ist die dieser letzteren Belastung entsprechende Parabel aufgetragen, ebenso wie die für die einzelnen Abscissen direct berechneten Angriffsmomente \mathcal{M} , und ist hieraus ersichtlich, dass eine gleichförmig vertheilte Maximallast von 6000^k pro laufenden Meter an Stelle des in Fig. a derselben Tafel dargestellten Eisenbahntrains gesetzt werden kann, sobald es sich nur um die Bestimmung der Maximal-Werthe von \mathcal{M} handelt.

Es sind übrigens in vorerwähnter Fig. b auch die mit den einzelnen Maximal-Momenten zusammentreffenden \mathcal{S} eingetragen, und zwar für jede Abscisse je 2 Werthe, da in sämtlichen Fällen \mathcal{S} am betrachteten Punkt seinen Werth sprungweise ändert. Wenn man aufeinanderfolgend die hohen und niedrigen Werthe \mathcal{S} je durch ein Polygon verbindet, so befindet sich die der

gleichförmig vertheilten Maximallast $k = 6000^k$ entsprechende Linie \mathfrak{B} vollständig zwischen den beiden Polygonkurven.

Wir haben dieselbe Rechnung, welche im Vorstehenden für die in Fig. 85 dargestellte Locomotive für die Spannweite von $30,0^m$ erläutert wurde, auch für die in nachstehender Fig. 87 dargestellte württembergische Güterzug-Maschine für dieselbe Spannweite von $30,0^m$ durchgeführt, wobei diejenigen Belastungen, welche die grössten Angriffsmomente ergeben, ersichtlich gemacht sind (zu vergleichen Fig. e der Tafel III).

Fig. 87.



Auch bei den in Fig. 87 dargestellten 5 Fällen musste immer die im betrachteten Punkte x angebrachte Axlast nach links und rechts vertheilt gedacht werden, um die dem Maximalmomente entsprechende Vertheilung der Lasten zu erzielen, der Art, dass die links und rechts befindlichen Lasten sich wie die Längen der beiderseitigen Strecken verhalten, respective dass Gleichung 103) erfüllt ist. [Für die Abscissen $x = 6, 9$ und 12^m haben sich je 2—3 Maxima ergeben, wobei die absoluten Maxima, von den andern Maximalwerthen theilweise nur wenig abweichend, im Nachfolgenden zu Grunde gelegt sind.]

Wir erhielten

$$\text{für } x = 3,0^m \quad \max \mathfrak{M}_3 = 200,62^m T$$

$$\text{zugehörige Auflagerdruck } A = 70,12^T$$

$$\text{gleichzeitige } \mathfrak{B}, \quad \begin{array}{l} \text{links} = -58,12^T \\ \text{rechts} = -46,12^T \end{array}$$

$$x = 6,0^m \quad \max \mathfrak{M}_6 = 330,06^m T$$

$$A = 64,41 \quad \mathfrak{B}_6 = \begin{array}{l} -40,41 \\ -28,41 \end{array}$$

$$x = 9,0^m \quad \max \mathfrak{M}_9 = 453,1^m T$$

$$A = 65,85 \quad \mathfrak{B}_9 = \begin{array}{l} -26,85 \\ -14,85 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x = 12,0^m & \cdot & \max M_{12} = 492,24^m r \\ A = 67,52 & B_{12} = & - 19,52 \\ & & - 7,52 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x = 15,0^m & \cdot & \max M_{15} = 505,55^m r \\ A = 67,52 & B_{15} = & + 0,0 \\ & & + 12,0 \end{array}$$

Die über die ganze Brückenlänge gleichförmig vertheilten Lasten k , welche an den Punkten 3, 6, 9, 12 und 15 dieselben Maximalmomente hervorrufen würden, sind der Reihe nach 4954, 4584, 4800, 4558 und 4494, im Mittel 4675.

In Fig. f der Tafel III. sind die einzelnen vorstehend aufgeführten Maximalmomente, sowie die der Belastung $k = 4675^k$ entsprechende Parabel aufgetragen; ebenso sind die gleichzeitigen Werthe B , sowohl für die Radbelastung, als für die gleichförmig vertheilte Last $k = 4675^k$, und sind ferner in Fig. e derselben Tafel die dem Maximalwerthe von M entsprechenden Stellungen des betrachteten Eisenbahnzuges ersichtlich.

Aus vorerwähnter Fig. f geht hervor, dass bei solchen Constructionsgliedern, welche der Voraussetzung nach vorzugsweise von $\max M$ abhängig, nebenbei aber durch die gleichzeitigen Werthe von B erheblich beeinflusst sind, wie dies für die Gurten nicht geradlinig begrenzter Träger der Fall ist, in vorliegendem Beispiele die Berechnung einer gleichförmig vertheilten Last $k = 4674^k$ ein mathematisch ganz genaues Resultat nicht geben würde; da jedoch der Einfluss von B als zurückstehend gegenüber dem des Angriffsmomentes M vorausgesetzt ist, so werden die Ungenauigkeiten, welche bei der Berechnung von A sich ergeben, keinerlei nachtheiligen Einfluss auf die Bestimmung der Querschnittsdimensionen ausüben.

Aus der speziellen Behandlung der beiden vorerwähnten Beispiele ziehen wir den durch viele anderweitige Rechnungen gerechtfertigten Schluss, dass für Spannweiten von 30 und mehr Metern, und in wenig eingeschränktem Maasse auch für die geringeren Spannweiten von 10—30^m stets gleichförmig vertheilte Maximallasten gefunden werden können, welche bezüglich der von den Maximalmomenten M abhängigen Constructionsglieder denselben Einfluss üben, wie die in Folge der Belastung mit Eisenbahnzügen eintretenden aufeinanderfolgenden Einzellasten.

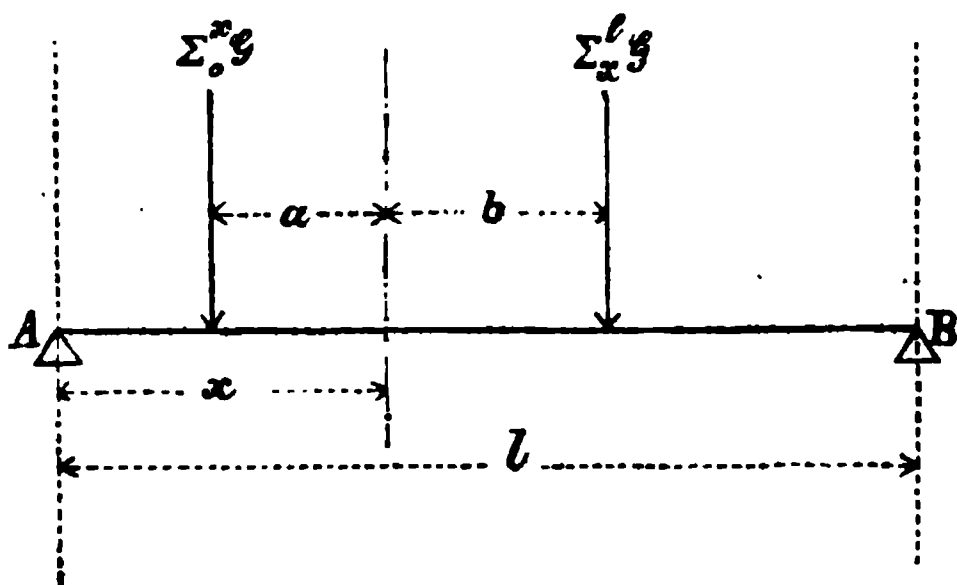
67. Um die grösste Vertikalkraft zu bestimmen, welche eine bestimmte Reihenfolge von Einzellasten an irgend einem Punkte x eines Trägers AB hervorruft, haben wir, indem wir die Resultante der links von x wirkenden Kräfte mit $\Sigma_0^x G$ die der rechts von x wirkenden mit $\Sigma_x^1 G$ und mit a und b deren Abstände von x bezeichnen, nach der nachstehenden Fig. 88 als Werth des Auflagerdrucks:

$$A = \frac{\sum_0^x G}{1} (1 - (x - a)) + \frac{\sum_x^l G}{1} (1 - (x + b)) \quad . \quad . \quad \text{I.}$$

Und folgt hieraus für die im Punkte x wirkende Vertikalkraft \mathfrak{B} .

$$\mathfrak{B}_x = -A + \sum_0^x G = -\frac{\sum_x^l G}{1} (1 - (x + b)) + \frac{\sum_0^x G}{1} (x - a) \quad \text{II.}$$

Fig. 88.



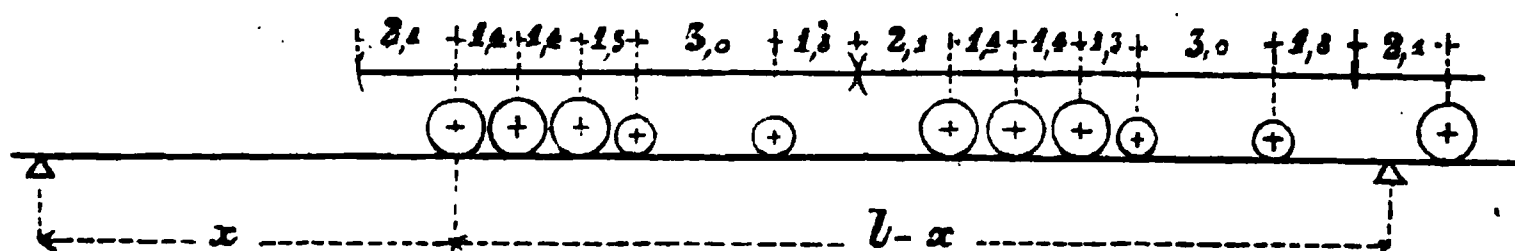
Aus Gleichung II. geht hervor, dass die beiden Glieder der rechten Seite der Gleichung jedenfalls in entgegengesetztem Sinne auf den Werth \mathfrak{B} einwirken. Bleiben wir zunächst bei der Bestimmung des grössten negativen (kleinsten positiven) Werthes von \mathfrak{B} , so ist leicht ersichtlich, dass bei constantem Werthe $(\sum_0^x G + \sum_x^l G)$ der negative Werth \mathfrak{B} dann besonders gross sein wird, wenn sämtliche Lasten rechts vom Punkte x sich befinden, wenn also $\sum_0^x G = \text{Null}$ ist, andererseits nimmt bei überwiegendem Werthe des ersten Gliedes der (negative) Werth \mathfrak{B} mit abnehmendem b zu. — An irgend einem Punkte x wird daher der negative Maximalwerth (oder positive Minimalwerth) von \mathfrak{B} dann eintreten, wenn der Trägertheil zwischen dem betrachteten Querschnitt und dem rechtseitigen Stützpunkte B vollständig mit Einzellasten bedeckt ist, und wenn der Axenpunkt der Gesamtheit dieser letztern möglichst nahe an dem betrachteten Querschnitt sich befindet; letztere Bedingung wird, wenn die Belastung des Trägers auf den einen Theil seiner Länge beschränkt ist, dann eintreten, wenn das vorderste Rad im betrachteten Querschnitte selbst angelangt ist.

Eine ganz gleiche Betrachtung lehrt erkennen, dass das positive Maximum (negative Minimum) von \mathfrak{B} dann eintritt, wenn das Trägerstück zwischen x und dem rechtseitigen Stütz-

punkt B leer, das Stück A bis x dagegen voll belastet ist, und das vordere Rad eben im Querschnitt x angelangt ist.

Bei einem aus drei auf einanderfolgenden Locomotiven gebildeten Eisenbahnzuge wird den im Vorhergehenden für $\max \mathfrak{B}_x$ aufgestellten Bedingungen im Allgemeinen dadurch entsprochen werden, dass die einzelnen Locomotiven mit dem Kamin nach vornen unmittelbar hinter einander aufgestellt sind und dabei das vorderste Rad der ersten Locomotive gerade bis zu dem betrachteten Punkt x vorgerückt ist, wie dies für das Beispiel der oben betrachteten bayerischen Tenderlocomotiven und des negativen Maximum \mathfrak{B} in nebenstehender Fig. 89 dargestellt ist; denn bei

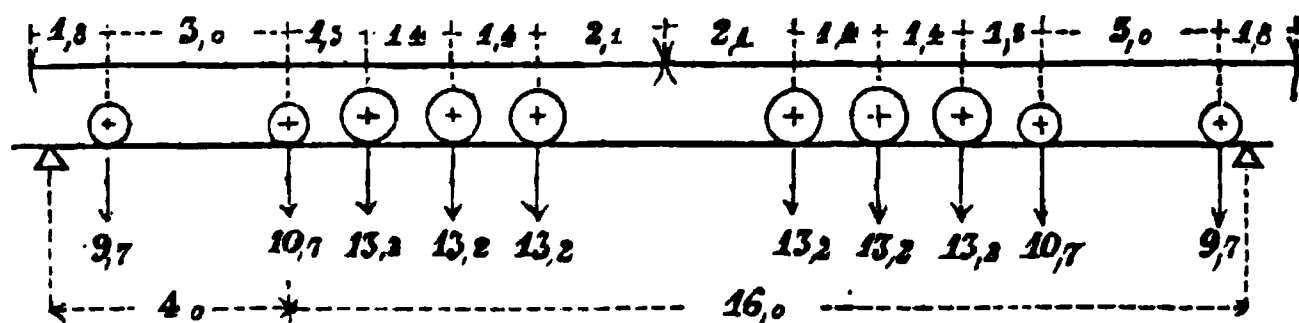
Fig. 89.



dieser Aufstellung sind rechts vom Punkte x möglichst viele Locomotivachsen aufgestellt, deren Axenpunkt, soweit es sich ohne Rechnung übersehen lässt, auch möglichst nahe dem Punkte x gerückt ist. Diese Belastungsweise ist ausserdem analog derjenigen, welche bei einer auf eine bestimmte Länge gleichförmig vertheilten Ueberlast k' der Kurve $\max \mathfrak{B}$ entspricht, indem bei letzterer Belastungsweise $\max \mathfrak{B}$ an jedem Punkte dann eintritt, wenn die gleichförmig vertheilte Last k von dem entfernten Auflager gerade bis zu dem betrachteten Punkt x vorgerückt ist (vergl. Fig. 79 der Nr. 59).

Anmerkung. Es gibt allerdings Fälle, wo eine anderweitige Aufstellung der Locomotive an irgend einem Punkte x ein etwas grösseres $\max \mathfrak{B}$ ergibt, als nach der durch Fig. 89 dargestellten Belastungsweise eintreten wird. So hat Herr F. Löwe in einer Broschüre über variable Belastung der Eisenbahnbrücken nachgewiesen, dass in dem durch Fig. 89^a dargestellten Falle \mathfrak{B}_x im Punkte $x = 4^m$ den Werth $24,548^T$ erhält, während bei einer der obigen Fig. 88 entsprechenden Aufstellung für denselben Abstand $\mathfrak{B}_x = 23,604^T$ erhalten wird; die Differenz beträgt in diesem besonderen, überdiess bezüglich Vertheilung der Axbelastungen nicht gerade normalen Falle 4 Procent des Werthes \mathfrak{B} , so dass

Fig. 89^a.

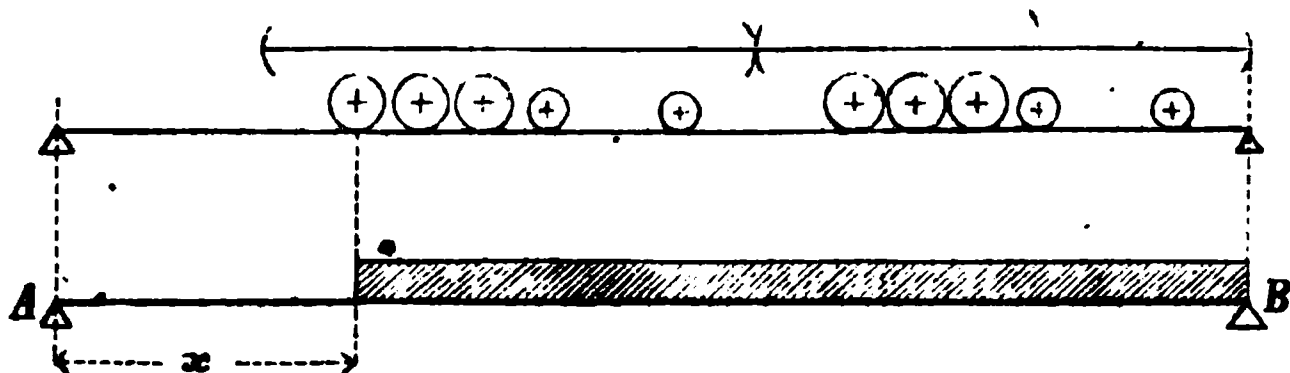


sich unter Bezugnahme hierauf der Schluss ziehen lässt, dass die durch Fig. 89 dargestellte Belastungsweise im Allgemeinen den grössten Werth, zum mindesten einen dem Maximum \mathfrak{B} ziemlich nahestehenden Werth ergibt.

Indem wir unter Bezugnahme auf vorstehende Anmerkung von complicirteren Belastungsweisen absehen, nehmen wir allgemein für die Berechnung von $\max \mathfrak{B}$ eine solche Zusammensetzung des Eisenbahnzuges an, dass an der Spitze desselben 3 Locomotiven mit nach vorn gerichteten Kaminen sich befinden, der Rest der Fahrzeuge aber aus den in Fig. 86 dargestellten vollbelasteten Güterwagen besteht.

Diejenige gleichförmige Belastung, welche, vom entfernteren Auflager B bis zum betrachteten Punkt x sich erstreckend, an letzterem Punkte dasselbe \mathfrak{B} hervorbringt, wie ein zwischen B und x aufgestellter, in obengedachter Weise zusammengesetzter Eisenbahnzug hervorbringt, muss, weil in beiden in nebenstehender Fig. 90 dargestellten Fällen zwischen x und A keine neue

Fig. 90.



Last eintritt, denselben Auflagerdruck A hervorbringen, und folgt hieraus, dass eine unter vorstehenden Voraussetzungen bestimmte, von x nach B sich erstreckende gleichförmige Ueberlast k' am Punkte x für das gleichzeitige \mathfrak{M} auch denselben Werth $\mathfrak{M} = A \cdot x$ ergibt. Die zur Bestimmung von $\max \mathfrak{B}$ angenommene Belastungsart gibt somit auch für die Bestimmung des gleichzeitigen \mathfrak{M} ein einfaches und correctes Verfahren.

Im Nachfolgenden sind für die in Fig. 89 dargestellte Reihenfolge bei Tenderlocomotiven und für eine Spannweite von 30 Meter die an Abständen $x = 3, 6, 9 - 24,27$ Meter stattfindenden negativen Maxima \mathfrak{B} zusammengestellt, und sind je diejenigen gleichförmig vertheilten Lasten k' beigelegt, welche an den betreffenden Punkten dieselben $\max \mathfrak{B}$ und gleichzeitigen \mathfrak{M} hervorrufen würden.

Es ist

$$\text{für } x = 3^m \quad \max \mathfrak{B}_3 = -A = -78,11^t \quad \mathfrak{M}_3 = A_3 \cdot x = 234,33^{m^t}$$

$$k' = \frac{2 \cdot 30}{7^2} \cdot A = 6426^k$$

§. 7. Belastungen und Eigengewichte frei aufliegender Brückenträger. 143

$$x = 6^m \max \mathfrak{B}_6 = -A = -62,53, \quad \mathfrak{M}_6 = A_6 \cdot x = 375,18$$

$$k' = \frac{2.30}{24^2} \cdot A = 6513$$

$$x = 9^m \max \mathfrak{B}_9 = -A = -49,66$$

$$k' = \frac{60}{21^2} \cdot A = 6756$$

$$x = 12^m \max \mathfrak{B}_{12} = -A = -37,9$$

$$k' = \frac{60}{18^2} \cdot A = 7022$$

$$x = 15^m \max \mathfrak{B}_{15} = -A = -27,2$$

$$k' = \frac{60}{15^2} \cdot A = 7254$$

$$x = 18^m \max \mathfrak{B}_{18} = -A = -18,3$$

$$k' = \frac{60}{12^2} \cdot A = 7625$$

$$x = 21^m \max \mathfrak{B}_{21} = -A = -12,09$$

$$k' = \frac{60}{9^2} \cdot A = 8955$$

$$x = 24^m \max \mathfrak{B}_{24} = -A = -6,56, \quad \mathfrak{M}_{24} = A \cdot 24,0 = 157,44^m T$$

$$k' = \frac{2.30}{6^2} \cdot 6,56 = 10933,3$$

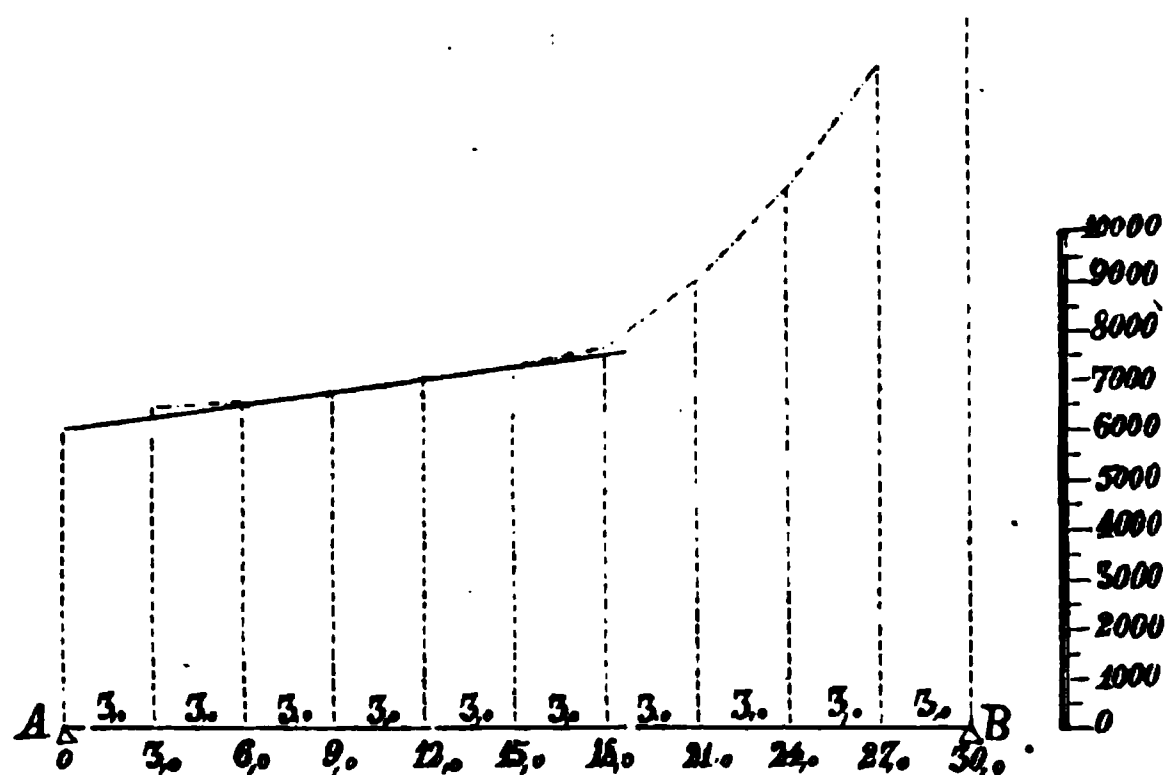
$$x = 27^m \max \mathfrak{B}_{27} = -A = -1,984, \quad \mathfrak{M}_{27} = A \cdot 27 = 53,568^m T$$

$$k' = \frac{2.30}{3^2} \cdot 1,984 = 13226,6.$$

Wir sehen aus diesem Beispiel, dass die stellvertretende gleichförmige Belastung, welche dasselbe $\max \mathfrak{B}$ hervorbringt, wie die Aufeinanderfolge einzelner Axbelastungen, bei abnehmen der Länge des belasteten Brückenstückes fortwährend zunimmt, dass somit der relative Einfluss der Einzellasten desto grösser wird, je geringer die Zahl der letzteren, wie dies durch nachstehende Fig. 91 graphisch dargestellt ist. In dieser Figur ist auch eine gerade Linie eingezeichnet, welche von dem für die Brücken-Mitte gültigen Werthe k_{15} ausgehend am Auflager A dem Werthe $\frac{k'_{15} + k}{2}$ entspricht, wobei für k der oben für die grösste Maximallast gefundene Mittelwerth $k = 6000^*$ in Rechnung genommen wurde. Für die linke Brückenhälfte $x = 0$ bis $x = 15^m$ und noch etwas darüber hinaus weicht das durch die specielle Berechnung gefundene, durch die gebrochene Linie dargestellte

Resultat nur wenig von der zur Vergleichung beigelegten geraden Linie ab, und erst bei weiterer Annäherung an das rechte Auflager B nehmen die Abweichungen zu.

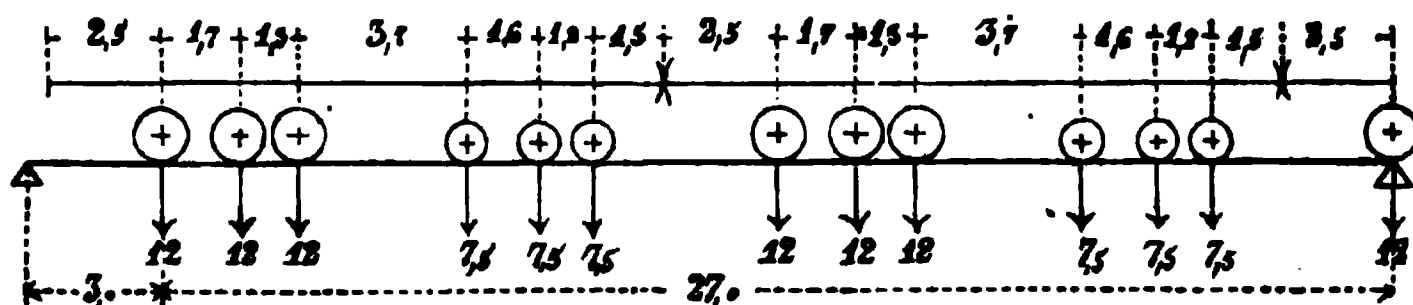
Fig. 91.



In diesen letztern Fällen und noch mehr, wenn die Spitze des Zuges nur wenig über B hinausgerückt ist, befinden sich nur wenige Axen auf der Brücke, so dass die Maximalwerthe von \mathfrak{B} , sowie überhaupt diejenigen Werthe von \mathfrak{B} , welche die einzelnen Constructionsglieder am meisten in Anspruch nehmen, leicht durch directe Rechnung erhoben werden.

Im Nachfolgenden sind die Rechnungsergebnisse für die in Fig. 92 dargestellte Reihenfolge württembergischer Güterzugmaschinen aufgeführt.

Fig. 92.



$$x = 3^m \quad \max \mathfrak{B}_3 = -A = -62,97^T$$

$$k' = \frac{60}{27^2} \cdot A = 5182$$

$$x = 6^m \quad \max \mathfrak{B}_6 = -A = -51,27^T$$

$$k' = \frac{60}{24^2} \cdot A = 5340$$

$$x = 9^m \quad \max \mathfrak{B}_9 = -A = -40,27$$

$$k' = \frac{60}{21^2} \cdot A = 5479$$

$$x = 12^m \quad \max \mathfrak{B}_{12} = -A = -30,62$$

$$k' = \frac{60}{18^2} \cdot A = 5670$$

$$x = 15^m \quad \max \mathfrak{B}_{15} = -A = -21,85$$

$$k' = \frac{60}{15^2} \cdot A = 5827$$

$$x = 18^m \quad \max \mathfrak{B}_{18} = -A = -15,40$$

$$k' = \frac{60}{12^2} \cdot A = 6416$$

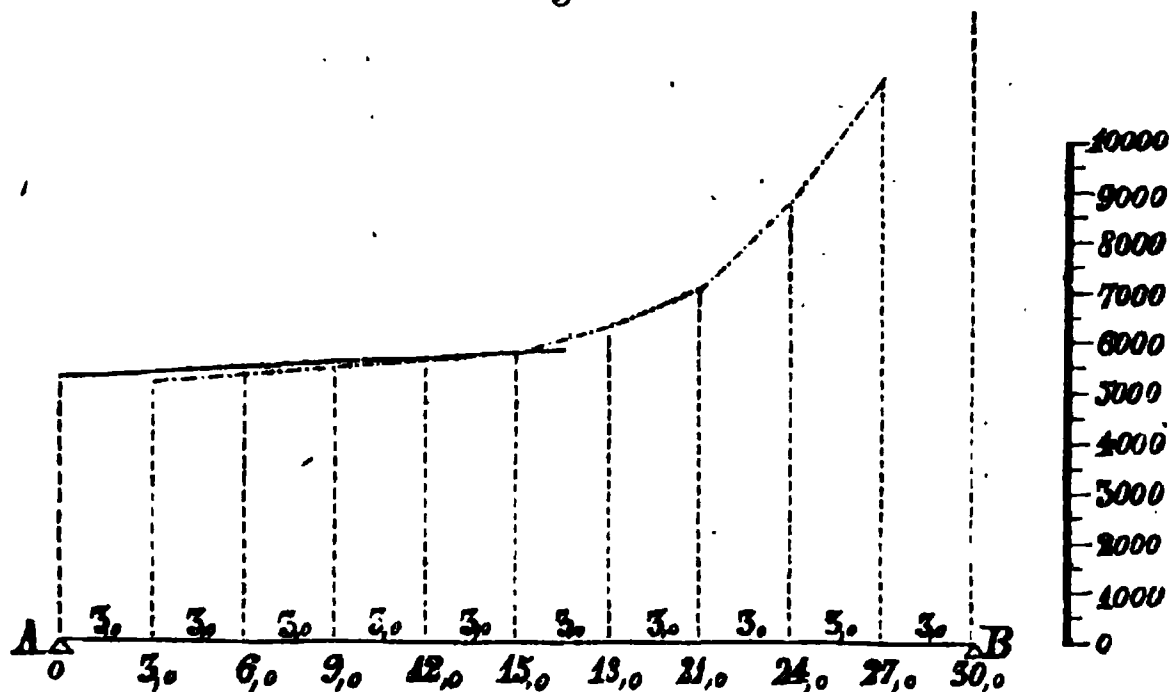
$$x = 21^m \quad \max \mathfrak{B}_{21} = -A = -9,67$$

$$k' = \frac{60}{9^2} \cdot A = 7163.$$

$$x = 24^m \quad k' = 8866, \quad x = 27^m \quad k' = 11466.$$

Indem wir auch für das vorstehende Beispiel die einzelnen k' in Fig. 93 aufgetragen und auch für eine durch die Werthe

Fig. 93.

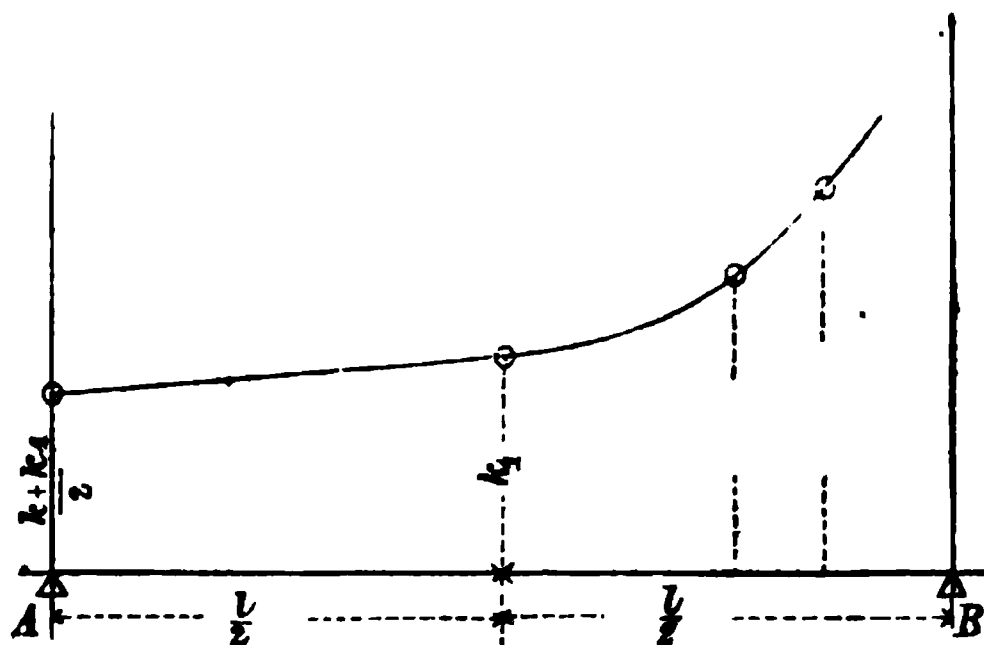


$$k'_{15} \text{ und } k'_0 = \frac{k'_{15} + k}{2} = \frac{5827 + 4674}{2} \text{ bestimmte Gerade}$$

zur Vergleichung beigelegt haben, ergibt sich das auch im vorhergehenden Beispiel erhaltene Resultat, dass die vorbeschriebene Gerade auf die Länge 0 bis 15^m ohne erheblichen Fehler an Stelle der durch directe Rechnung erhaltenen gebrochenen Linie gesetzt werden kann. Aehnliche Resultate haben wir für andere Spannweiten und abweichende Belastungen erhalten, und ergibt sich hieraus die durch Fig. 94 dargestellte allgemeine empirische Regel, deren Anwendung eine sehr einfache ist: Man hat nach

Anleitung des, Eingangs dieser Nummer gegebenen, Verfahrens für irgend eine Locomotive, deren 3 einem vollbelasteten Güterzuge vorgespannt gedacht sind; die dem Maximalangriffsmoment entsprechende (mittlere), gleichförmig vertheilte Belastung k , so dann nach dem im Vorstehenden gegebenen Verfahren diejenige gleichförmige Belastung k' bestimmt, welche für den in gleicher Weise zusammengesetzten Eisenbahnzug in der Brückenmitte dasselbe $\max \mathfrak{B}$ hervorruft.

Fig. 94.



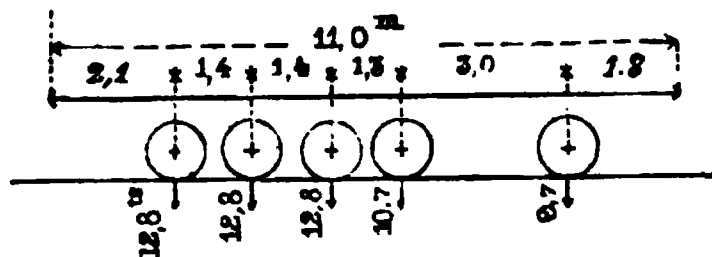
Unter Zugrundlegung dieser beiden Werthe k und k' wird nach Anleitung der Fig. 94 eine gerade Linie aufgezeichnet, deren Ordinaten für jede zwischen A und $\frac{1}{2}l$ befindliche Abscisse x sofort den zugehörigen Werth k' durch directes Abgreifen mit dem Zirkel oder durch eine einfache Rechnung ergeben, während die zwischen $x = \frac{1}{2}l$ und B gelegene Kurve nach directer Bestimmung von 2 bis 3 Werthen nach Maassgabe der Fig. 91 und 93 auf graphischem Wege ohne störende Ungenauigkeit bestimmt werden kann.

68. Unter Zugrundelegung der im Vorstehenden gegebenen Regeln und Rechnungsergebnisse haben wir für die mehrerwähnte bayrische Tender-Locomotive und ebenso für die gleichfalls besprochene württembergische Güterzug-Maschine diejenigen gleichförmigen Belastungen k und k' zusammengestellt, welche einestheils hinsichtlich der Maximal-Angriffsmomente, andernteils hinsichtlich der in der Trägermitte bei einseitiger Belastung entstehenden grössten Vertikalkräfte denselben Einfluss üben, wie die thatsächlich wirkenden concentrirten Belastungen des Eisenbahntrains. Die Belastungen sind für die bayrische Locomotive den Fig. 85 und 89, für die württembergische Locomotive den Fig. 87 und 92 entsprechend gedacht und ist in Wiederholung der im Vorhergehenden ermittelten Resultate zu bemerken, dass die den Maximalmomenten entsprechenden k einen auf die ganze Trägerlänge gültigen mittleren Werth

repräsentiren, während die k' in Verbindung mit den erwähnten Werthen k nach Maassgabe der Fig. 94 zur Aufzeichnung einer einfachen graphischen Darstellung benützt werden, welche letztere die den einzelnen Abständen entsprechenden, von A gegen B an Grösse zunehmenden Werthe k' enthält.

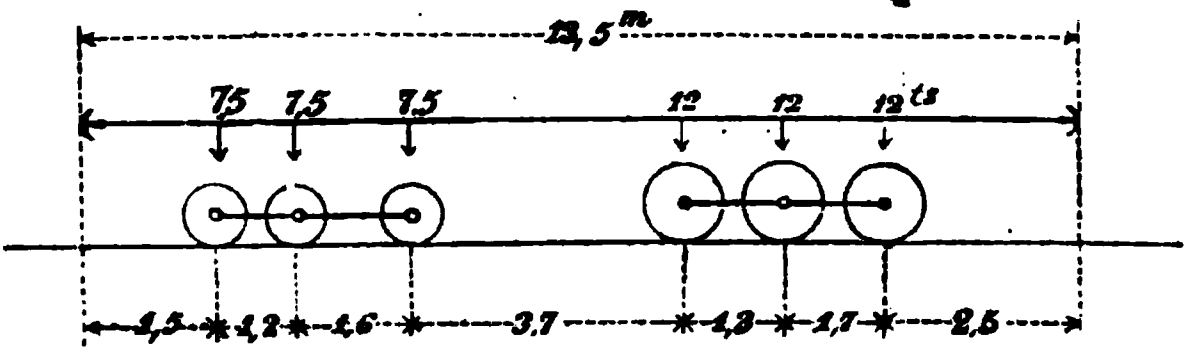
Anmerkung. In den beiden den nachstehenden Tabellen zu Grunde liegenden Verkehrsbelastungen ist das Gewicht der Güterwagen zu 3000 Kilogr. per laufenden Meter angenommen, was mit der Eingangs der No. 64. befindlichen Angabe nicht übereinstimmt; die hier angenommene stärkere Belastung entspricht dem per laufenden Meter berechneten Gewicht vollständig belasteter besondres schwerer Güterwagen oder desgleichen Kohlenwagen von kleinem Radstande während die obige niedrigere Gewichtsangabe sich auf den Durchschnitt der in einem Eisenbahnzug befindlichen belasteten Wagen bezieht, wie z. B. ein vollbelasteter 8^m langer Wagen bei 16,0 Tons Gesamtbelastung per laufenden Meter nur 2,0 Tons wiegt.

Tabelle XVI
bayerische Tender-Locomotive.




Spannweite		10m	15m	20m	30m	40m	60m	100m
Eigengewicht der Brücke per laufenden Meter = p		1440	1660	1880	2320	2760	3640	5400
Maximal- belastung der ganzen Brücke	stellvertretende gleichförmig ver- theilte Verkehrs- last = k	8000	6760	6420	6000	5780	5200	4100
	gleichförmig vertheilte Total- belastung $q = p + k$	9440	8420	8300	8320	8540	8840	9500
	Verhältniss: $\frac{p}{q}$	$\frac{1}{6,5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4,4}$	$\frac{1}{3,6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2,4}$	$\frac{1}{1,8}$
Grösste Belastung der einen Brücken- hälfte	stellvertretende gleichförmig ver- theilte Last = k'	11670	9760	8430	7250	6860	6340	5530
	gleichförmig ver- theilte Totalbe- lastung d. belaste- ten Brückenhälfte $q' = p + k'$	13110	11420	10310	9570	9620	9980	10930
	Verhältniss: $\frac{p}{q'}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5,5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{2,7}$	$\frac{1}{2}$

Tabelle XVII
württembergische Güterzug-Locomotive.



Spannweite	10m	15m	20m	30m	40m	60m	100m
Eigengewicht der Brücke per laufenden Meter	1150	1325	1500	1850	2200	2900	4300
Maximal- belastung der ganzen Brücke	stellvertretende gleichförmig ver- theilte Verkehrs- last = k	5780	5100	4970	4675	4550	3800
	gleichförmig vertheilte Total- belastung q = p + k	6930	6425	6470	6525	6750	8100
	Verhältniss: $\frac{p}{q}$	$\frac{1}{6,03}$	$\frac{1}{4,85}$	$\frac{1}{4,3}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2,5}$
Grösste Belastung der einen Brücken- hälfte	stellvertretende gleichförmig ver- theilte Last = k'	10900	7800	6850	5825	5540	4700
	gleichförmig ver- theilte Totalbe- lastung der einen Brückenhälfte q' = p + k'	11450	9125	8850	7675	7740	9000
	Verhältniss: $\frac{p}{q'}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5,5}$	$\frac{1}{4,1}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{2,4}$

Anmerkung. Die Werthe k der Tabelle XVII. sind grösser als die der Tabelle XVII^a früherer Auflagen, weil in letzterer nur die grössten Momente in der Brückenmitte, in Tabelle XVII. aber nunmehr der mittlere Werth sämtlicher Maximalmomente berechnet ist; ebenso sind die Werthe k' in Tabelle XVII. grösser, als die Werthe k' der früheren Tabelle XVII^a, weil letztere Werthe aus der Gestalt der bei einseitiger Belastung eintretenden Kurve  bestimmt worden waren.

Trotz der bedeutenden Verschiedenheit in der Axendistanz der den Tabellen XVI. und XVII. zu Grunde liegenden Locomotiven verhalten sich die Werthe k und k' der genannten beiden Tabellen wenigstens für die Werthe bis l = 60^m ziemlich annähernd, wie die auf den laufenden Meter reducirten Gewichte der beiden

beziehungsweise 6600 Kilogr. per laufenden Meter ist, so dass gleiche Construction und gleiches Verhältniss zwischen Trägerlänge und Trägerhöhe vorausgesetzt, das per laufenden Meter berechnete Gewicht der Gurtungen wie auch das Gewicht der Wandverstrebung, somit überhaupt das Gewicht der Hauptträger proportional der Spannweite sein soll, wie dies nach vorerwähnten Untersuchungen bei gleicher Construction und gleicher Maximalspannung in Wirklichkeit wenigstens annähernd stattfindet. — Andererseits wechselt der Coefficient C des dem Hauptträgergewichte entsprechenden Gliedes mit der gewählten Constructionsweise — die obigen Werthe 35 und 44 sind ja nur Mittelwerthe — und kann man nach Umständen die Zweckmässigkeit einer Construction nach dem vorerwähnten Coefficienten beurtheilen.

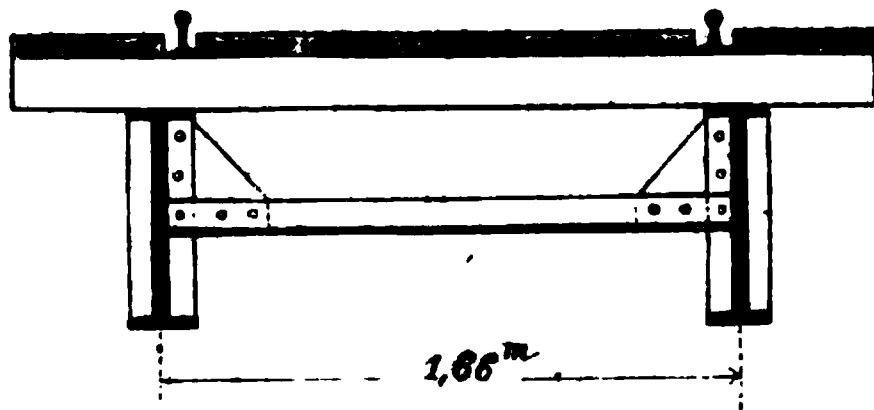
Das dem Fahrbahngewichte entsprechende constante Gewicht, welches wir mit F bezeichnen wollen, ist selbstredend in gleicher Weise von der Constructionsweise abhängig, insbesondere wesentlich von der Zahl und Distanz der Hauptträger bedingt. — Wir werden im Nachfolgenden für einige Haupttypen die Gewichte der per laufenden Meter berechneten Fahrbahngewichte zusammenstellen, bemerken aber zunächst, dass bei dem Fahrbahngewicht eiserner Brücken zwischen dem Eisengewicht F' der eigentlichen Brückenconstruktion und dem Gewicht F'' des Oberbaues einschliesslich Bedielung, Geländer etc. unterschieden werden muss.

Die allgemeine Formel für das Eigengewicht eiserner Brückenconstructionen spricht sich daher in nachfolgender Weise aus:

$$p = C \cdot l + F = Cl + F' + F'' \quad . \quad 105).$$

Wir werden die Coefficienten C, welche je nach der Verschiedenheit der Hauptträger-Constructionen und Querschnitt-Anordnungen in sehr mannigfaltiger Weise beeinflusst werden, aber doch bei rationell angelegten Brücken im grossen Ganzen eine immer mehr sich entwickelnde annähernde Uebereinstimmung zeigen, im Verlauf dieser Untersuchungen bei den einzelnen Beispielen jeweils bestimmen und beschränken uns zunächst darauf, die Constanten F, d. h. die Gewichte der Fahrbahn je per laufenden Meter Brückenlänge und je auf ein Geleise berechnet, für einige Grundtypen zusammenzustellen.

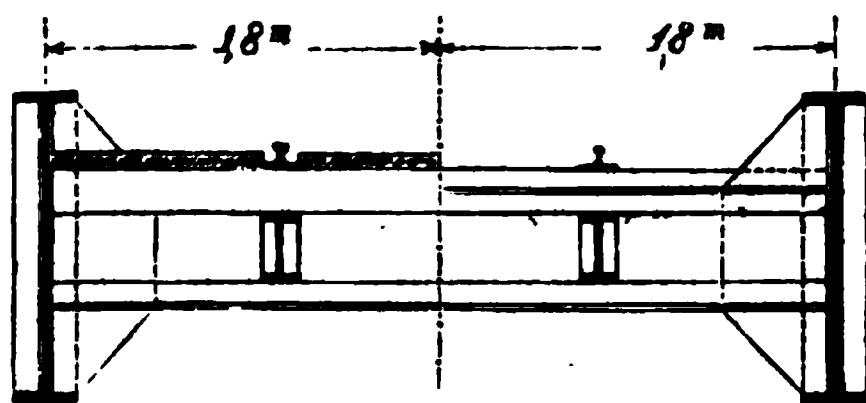
Fig. 95.



Anordnung 1. Wie in beistehender Figur 95 skizzirt ist, ruhen die beiden Schienenstränge mittelst gewöhnlicher Querschwellen auf den Hauptträgern unmittelbar auf; die Entfernung der Querschwellen betrage $0,9^m$. — Das Gewicht der Fahrbahn (ohne die diagonale Windverstrebung beträgt per laufenden Meter:

2 Fahrschienen per laufenden Meter, incl. Befestigungsmitteln je 40 Kilo wiegend	80 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen je $2,5^m$ lang $\frac{24}{15}^{cm}$ stark per	
Stück 67,5 Kilo wiegend	75 "
2,2 Quadratmeter eichene Bedielung von 7^{cm} Dicke	115 "
Hiezu für Platten, Schrauben etc.	15 "
	<hr/> 285 Kilo.

Fig. 95^a.



Anordnung 2. Die in Fig. 95^a dargestellte Anordnung ist immer möglich, wenn die Schienenoberkante nicht mehr als $0,75^m$ unterhalb der Oberkante der Hauptträger liegt; die Schienen ruhen mittelst Querschwellen auf besondern Zwischenträgern, sog. Schwellenträgern auf, letztere auf Querträgern, welche in Entfernungen von $1,8^m$ gedacht sind; die Fahrbahn (ohne Diagonalverbindungen) wiegt per laufenden Meter:

2 Fahrschienen à 40 Kilo	80 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen je $2,5^m$ lang $\frac{24}{15}^{cm}$ stark, je	
67 Kilo wiegend	75 "
2,2 Quadratmeter eichene Bedielung von 7^{cm} Dicke	115 "
2 Schwellenträger je 45 Kilo per laufenden Meter	
wiegen sammt Befestigung	120 "
$\frac{1,0}{1,8}$ Querträger je circa 360 Kilo wiegend . . .	200 "
	<hr/> 590 Kilo,

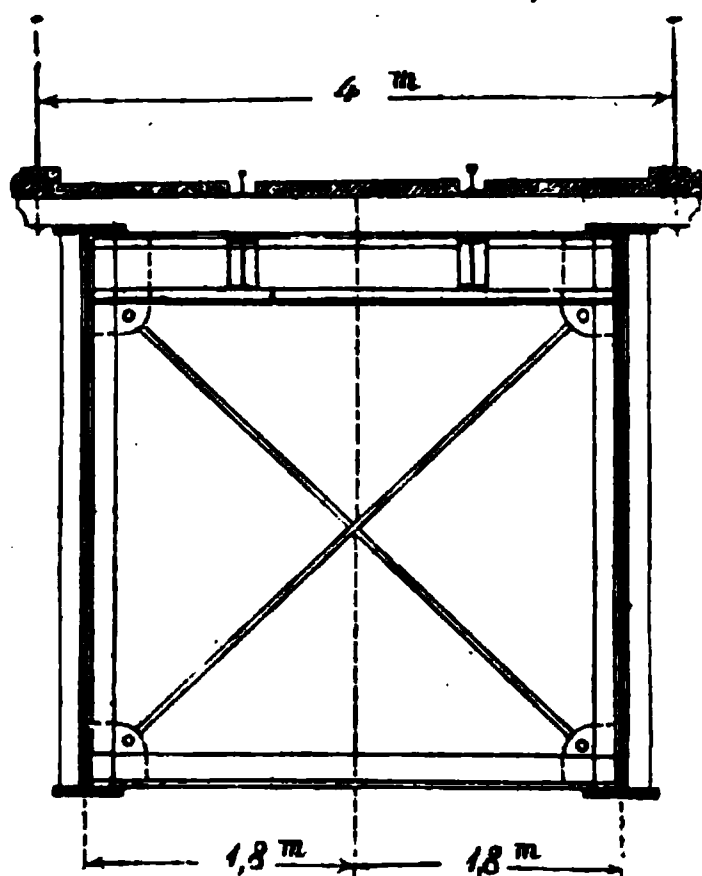
worunter 320 Kilo Eisengewicht (excl. Schienen).

Anordnung 3. Wie in Fig. 95^b dargestellt, so kann bei sonst gleicher Anordnung ein Seitengeländer nothwendig werden, wodurch das Gewicht der Fahrbahn sich erhöht; die durch die Höhe der Hauptträger bedingte 2^{te} Querverbindung bleibt bei der folgenden Gewichtberechnung ausser Betracht, da diese Con-

structionstheile von der Trägerhöhe abhängig und somit veränderlich sind.

Indem im Uebrigen die Entfernung der Querträger mit 1,8 Meter beibehalten wird, berechnet sich das Gewicht der Fahrbahn per laufenden Meter:

Fig. 95b.



2	Fahrschienen à 40 Kilo	80 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$	Querschwellen, je 4,5 ^m lang, $\frac{24}{15}$ ^{cm} stark, je 120 Kilo wiegend	133 „
4,0	Quadratmeter eichene Bedielung von 7 Cent. Dicke	210 „
2	Schwellenträger je 45 Kilo per laufenden Meter wiegend sammt Befestigung	120 „
$\frac{1,0}{1,8}$	Querträger zu circa 360 Kilo	202 „
	Das Geländer mag per laufenden Meter je 35 Kilo, somit beiderseitig zusammen wiegen	70 „
		<hr/> 813 Kilo,

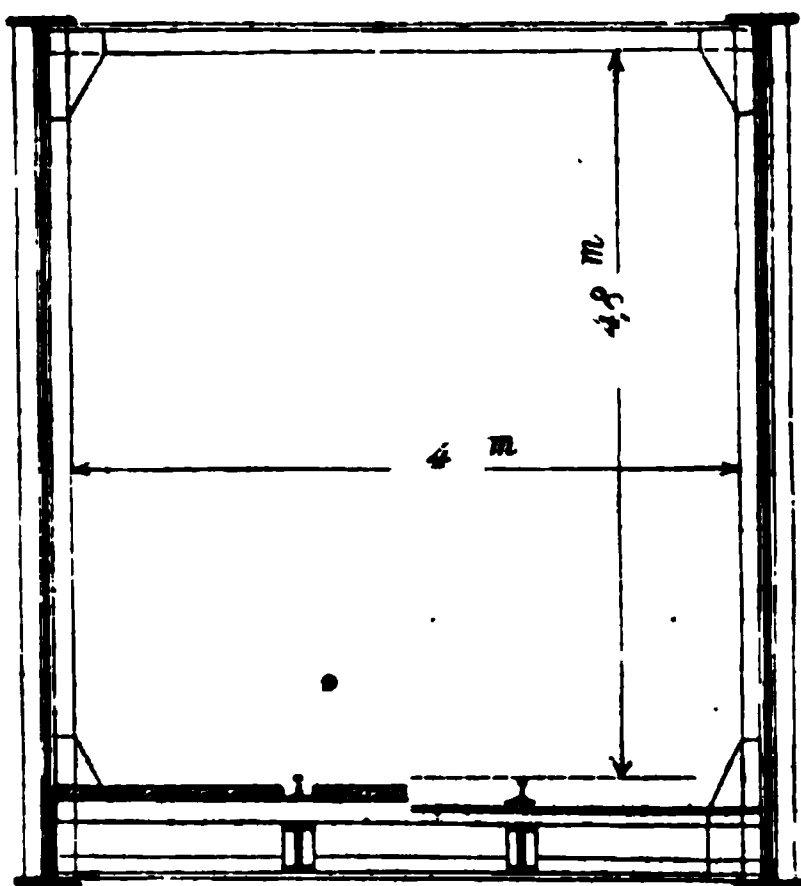
worunter excl. Geländer 322 Kilo Eisengewicht.

Anordnung 4. Wenn die Schienenoberkante mehr als 1,2^m unterhalb der Trägeroberkante liegt, so muss die lichte Weite zwischen den Hauptträgern mindestens 4,0^m betragen; in Fig. 95^c ist ein Fall dargestellt, wo die Fahrbahn möglichst tief gelegt ist und wegen der grossen Trägerhöhe oberhalb eine 2^{te} Querverbindung angebracht ist. — Die lichte Entfernung von der Schienenoberkante zur obern Querverbindung soll wenigstens 4,8^m

betragen (diese Massangaben entsprechen dem Normalprofil des Vereins deutscher Eisenbahnen). — Die Entfernung der Querträger sei wieder $1,8^m$.

Das Gewicht der Fahrbahn (ohne die 2^{te} Querverbindung und ohne die Diagonalverbindungen) beträgt:

Fig. 95c.



2 Fahrschienen	80 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$ Querschwellen, je $5,5^m$ lang, $24/15^{cm}$ stark,	
je 120 Kilo wiegend	133 "
4,0 Quadratmeter eichene Bedielung von 7^{cm} Dicke	210 "
2 Schwellenträger je 45 Kilo per laufenden Meter	
wiegend sammt Befestigung	120 "
$\frac{1,0}{1,8}$ Querträger, je circa 520 Kilo wiegend . . .	288 "
	<hr/> 831 Kilo,

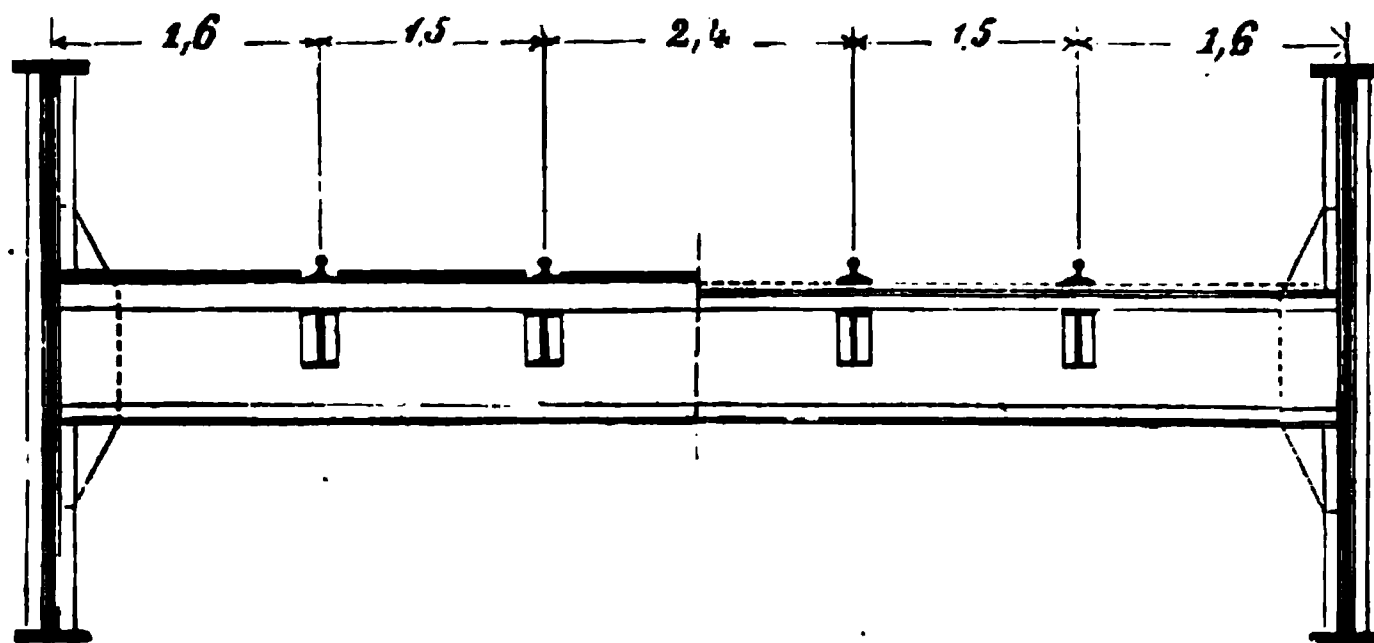
worunter 408 Kilo Eisengewicht.

Hätte man die Entfernung der Querträger grösser, z. B. gleich $2,7^m$ genommen, so hätte sich das Gewicht nicht wesentlich vermehrt; die Schwellenträger wären per laufenden Meter allerdings bedeutend schwerer geworden, wogegen das Querträbergewicht, auf den laufenden Meter reducirt, entsprechend geringer geworden wäre.

Anordnung 5. Es sind 2 Geleise zwischen den 2 Hauptträgern angenommen, wobei, wie aus Fig. 70 ersichtlich, eine Distanz der Hauptträger gleich $8,6^m$ angenommen ist. — Die Entfernung der Querträger betrage $3,6^m$, auf welche Weite die Last durch

die Schwellenträger übertragen werden muss. Das Gewicht der Fahrbahn berechnet sich per laufenden Meter für 2 Geleise:

Fig. 95d.



4	Fahrschienen à 40 Kilo	160 Kilo
$\frac{1,0}{0,9}$	Querschwellen, je 8,5 ^m lang, $\frac{24}{15}$ cm stark, je 225 Kilo wiegend	252 "
7,6	Quadratmeter eichene Bedielung von 5 ^{cm} Stärke	400 "
4	Schwellenträger, per laufenden M. mit Befestigung 125 Kilo wiegend	500 "
$\frac{1,0}{3,6}$	Querträger, je 1830 Kilo wiegend	508 "

1820 Kilo,

somit per laufenden Meter für ein Geleise 910 Kilo, worunter 504 Kilo Eisengewicht; je nach den bestehenden Verhältnissen kann dieses Gewicht vermindert werden, indem man den Querträgern und Schwellenträgern eine grössere Höhe giebt, wodurch der Gurtungs-Querschnitt derselben verringert wird.

Aus vorstehenden für die Anordnungen 1—4 gegebenen Berechnungen kann der Werth der Grössen F' und F'' in Gleichung 105) sowohl für Gesamtgewicht als für das Eisengewicht der Fahrbahn entnommen werden und erhält man das durchschnittliche Gewicht einer eingleisigen Eisenbahnbrücke wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{Totalgewicht } p &= 35 \text{ l} + F' + F'' \\ \text{Eisengewicht } p_i &= 35 \text{ l} + F'. \end{aligned}$$

70. Die grösste Belastung, welche Strassenbrücken ausser ihrem Eigengewichte auszuhalten haben, besteht theils in einem Menschengedränge, theils in schweren Lastwagen.

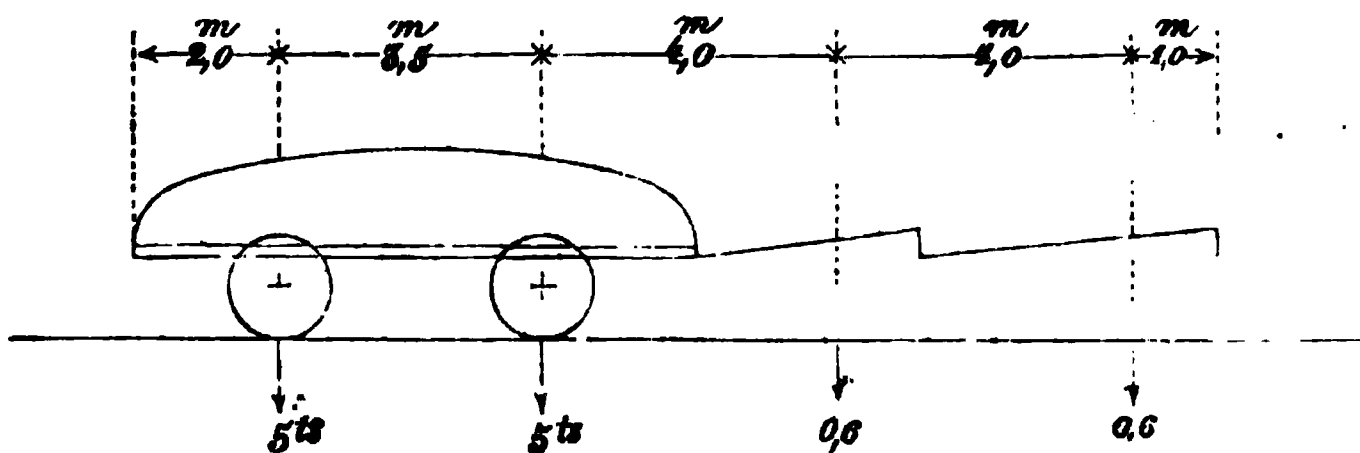
Die Belastung durch Menschengedränge wird zu 360 Kilo per \square^m angenommen; bei Bestimmung der Dimensionen der Hauptträger ist diese Belastung nicht nur für die Fusswege in Rechnung zu ziehen, sondern sie giebt auch für die Fahrbahn

der Fuhrwerke dann in der Regel die grösste Ueberlast, wenn die Spannweite gross ist.

Für die Berechnung der einzelnen Theile der Fusswege, z. B. Consolen, Zwischenträger, Bedielung, soll eine Belastung von 560 Kilo per Quadratmeter gerechnet werden, indem letztere Belastung dann eintritt, wenn die Menschen so dicht stehen, dass dieselben sich nicht mehr bewegen können.

Die Belastung mit Lastwagen ist für die eigentliche Fahrbahn der Brücke massgebend, dergleichen für die Hauptträger der Brücken kleinerer Spannweite; bei Brücken mittlerer Spannweite wird der hinter den Lastwagen befindliche Theil der Fahrbahn mit Menschen besetzt angenommen

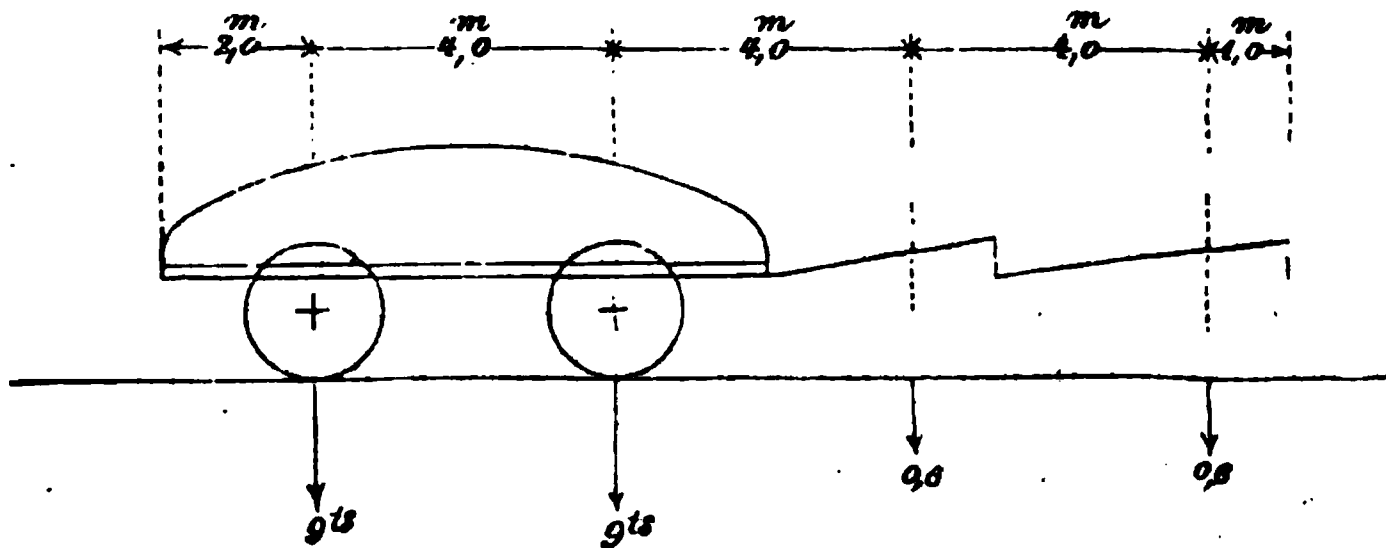
Fig 96.



In Figur 96 ist für schweres Landfuhrwerk die Vertheilung der Lasten angegeben; es entspricht diess einem Gesamtgewicht eines belasteten Wagens von 10 tons, während das Gewicht zweier Pferde zu 0,6 tons angenommen ist (wobei die Zahl der Pferde von den näheren Umständen abhängig ist).

Bei bedeutenderen Strassen, insbesondere in der Nähe von grösseren Städten, muss ein höheres Wagengewicht gerechnet werden; es können z. B. schwere Maschinen, Geschütze, Dampfkessel transportirt werden; für diese grössten Lasten ist per Axe 9 tons zu rechnen, wie untenstehende Figur 96^a des Näheren angiebt.

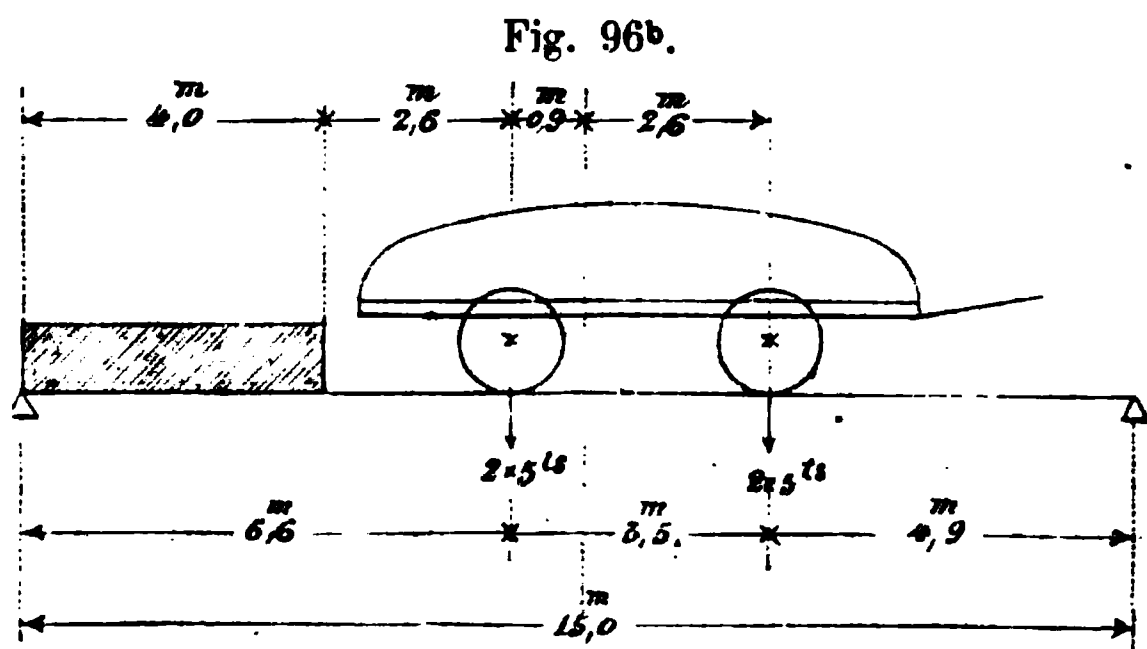
Fig 96^a.



Bei solchen schwersten Wagen braucht die gleichzeitige Passage mehrerer Fuhrwerke nicht in Rechnung genommen zu werden; diese grössten Lasten kommen daher nicht sowohl bei den Hauptträgern, als vielmehr bei der Construction der Fahrbahn in Betracht. —

Brücken, deren Fahrbahn für die in Fig. 96^a skizzirten Lastwagen berechnet ist, können jederzeit für eine Eisenbahn benützt werden, welche mit Pferden oder Locomotiven, deren Axgewicht das der Wagen nicht übersteigt, betrieben wird.

Aus den in jedem speziellen Falle angenommenen Belastungen berechnen sich die grössten Angriffsmomente M nach den Gleichungen 100) — 102). — Für Strassenbrücken von 5 bis 5,5^m Fahrbahnbreite ist (zunächst abgesehen von den Fusswegen) die ungünstigste Stellung zweier nebeneinander befindlichen Landfuhrwerke (Fig. 96) zu rechnen, wozu ein hinter den Wagen befind-



liches Menschengedränge hinzukommt, wie in Fig. 96^b dargestellt ist; hienach sind in Tabelle XVIII für die Spannweiten von 7—30 Meter die grössten Angriffsmomente M für eine Fahrbahnbreite von 5,5^m berechnet und zwar ist diejenige per laufenden Meter gleichförmig vertheilte Last k bestimmt, welche dasselbe max M hervorrufen würde.

Tabelle XVIII.

Spannweite.	7 ^m	10 ^m	15 ^m	20 ^m	30 ^m
gleichförmig vertheilte Ueberlast k per laufenden Meter	3215	2910	2470	2080	1854

Da auf die angenommene Fahrbahnbreite von 5,5^m das Menschengedränge per laufenden Meter $55 \times 360 = 1980$ Kilogr. antrifft, so ersieht man aus Tabelle XVIII., dass bei Spannweiten von über 25 Meter die Belastung mit Menschengedränge für die Hauptträger massgebend ist.

In Tabelle XIX. sind nunmehr diejenigen zufälligen Belastungen zusammengestellt, welche für Strassenbrücken von 7,5^m Totalbreite (wovon 2^m für die Fusswege) als grösste Belastung für Berechnung der Hauptträger angenommen werden dürfen:

Tabelle XIX.

Zufällige Belastung für Berechnung der Hauptträger von Strassenbrücken.

Spannweite.	7 ^m	10 ^m	15 ^m	20 ^m	über 25 ^m
Belastung der 5,5 ^m breiten Fahrbahn mit 2 Landfuhrwerken, beziehungsweise Menschengedränge.	3215	2910	2470	2080	1980
Belastung der 2 Meter breiten Fusswege mit Menschengedränge.	720	720	720	720	720
zus. per laufenden Meter bei 7,5 ^m Breite.	3985	3630	3190	2800	2700

Wenn die Breite einer Brücke von 7,5^m abweicht, so kann man die auf die Hauptträger treffenden Belastungen durch einfache Betrachtungen aus Tabelle XIX. ableiten, indem im Allgemeinen die Belastung proportional der Breite der Fahrbahn anzunehmen ist. —

Bei Berechnung der Bestandtheile der Fahrbahn, als Querträger, Zwischenträger, sind die in Fig. 71 und 72 skizzirten Lastwagen in Rechnung zu ziehen, je nachdem die Strasse höheren oder niederen Ranges ist; übrigens muss auch hier (wie bei den Hauptträgern) das Eigengewicht der Brücke in Rechnung gezogen werden, welches bei vorhandener Beschotterung sehr bedeutend sein kann.

Bei Berechnung der Bestandtheile der Fusswege (Trottoirs) wird, wie schon angeführt, eine grösste Belastung von 560 Kil. per Quadratmeter angenommen. —

71. Für Vergleichung der Eigengewichte der Strassenbrücken wird ebenso wie bei den Eisenbahnbrücken das Gewicht der Hauptträger und das der Fahrbahn ausgeschieden, indem in der Gleichung

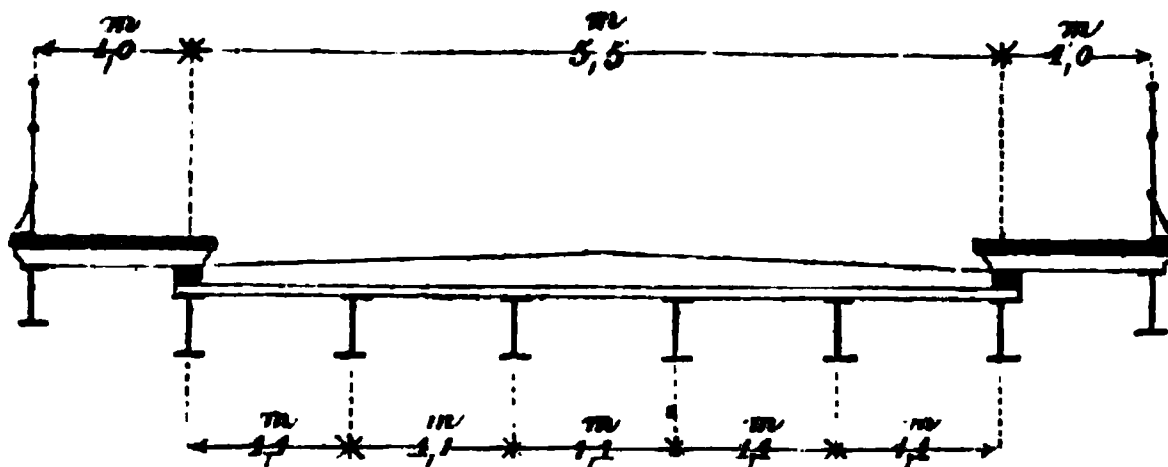
$$p = C.l + F 106)$$

l die Spannweite, C.l das Gewicht der Hauptträgerconstruction und F das Gewicht der Fahrbahn per laufenden Meter bezeichnet; es sind hiebei Brücken mit Beschotterung und solche mit einfacher Holzüberlage wesentlich zu unterscheiden, wie aus der folgenden Zusammenstellung einiger Fahrbahngewichte erhellt. —

Anordnung 1. Die Breite der Fahrbahn ist, wie in allen zu vergleichenden Fällen, zu 5,5^m, die der beiden Fusswege zu

je 1^m angenommen; wie aus Fig. 97 ersichtlich, ist bei dieser Anordnung vorausgesetzt, dass die Träger unterhalb der Fahrbahn liegen, und hiebei einander so nahe gestellt sind, dass keine Querträger nothwendig werden.

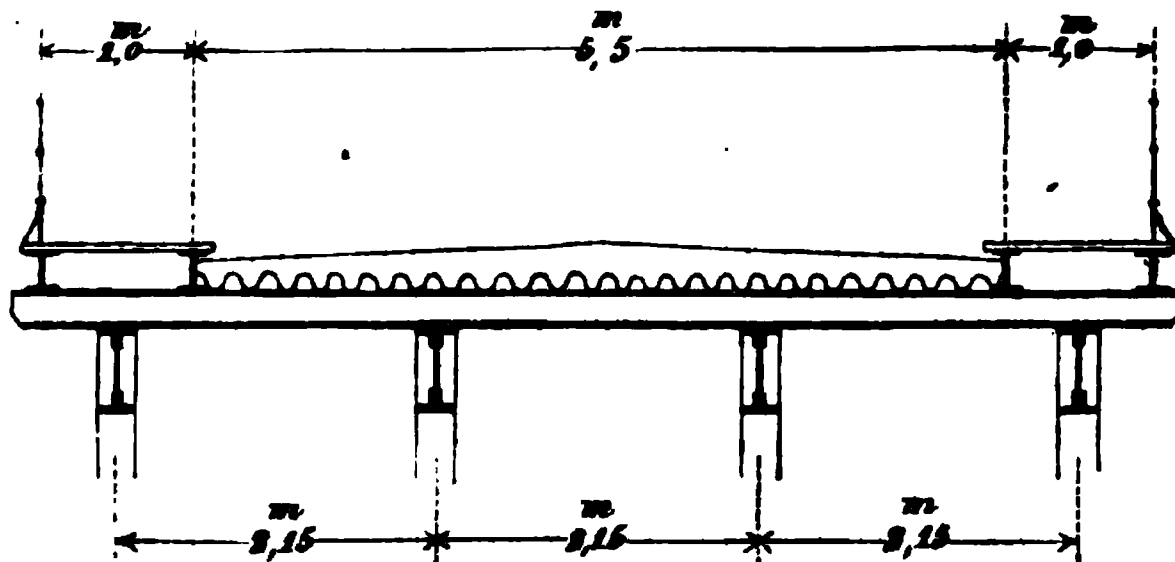
Fig. 97.



Fahrbahn-Gewicht per laufenden Meter.	a) bei Anwendung von 0,2m dicker Beschotterung und schwersten Lastwagen.	b) bei Anwendung doppelter eichener Bedielung und schwerer Landfuhrwerke.
Befestigung der Fahrbahn und des Trottoirs . .	30k	80k
Geländer	70	70
5,5 □ ^m Wellenblech von 6 ^{mm} Dicke	380	—
zus. Eisengewicht:	430k	100k
Trottoirschwelle von Eichenholz	80	30
Trottoirbelag von 8 ^{cm} dickem Eichenholz . . .	120	120
Doppelte eichene Bedielung der Fahrbahn 14 ^{cm} dick	—	600
Beschotterung 0,2 ^m dick (incl. Kiesabschlussschwelle)	2400	—
total:	2980k	850k

Anordnung 2. Wenn Höhe genug vorhanden und die Spannweite grösser ist, kann die in Fig. 97^a skizzierte Anordnung gewählt werden, welche eine geringere Anzahl von Hauptträgern erfordert.

Fig. 97c.



a) bei Anwendung von 0,2^m dicker Beschotterung

$$p = 3600 + 42 l$$

b) bei Anwendung von doppelter eicheher Bedielung

$$p = 1300 + 28 l$$

Will man jedoch nur das Eisengewicht p' und zwar exclusive etwaigem Wellenblech oder sonstiger eiserner Schotter-Unterlage überschlagen, so kann man setzen:

$$\text{ad a) } p' = 900 + 42 l$$

$$\text{ad b) } p' = 600 + 28 l$$

wobei bezüglich genauerer Angabe der Fahrbahngewichte auf die vorstehenden Anordnungen 1—4 verwiesen wird.

Wenn die Gesamtbreite der Brücke von 7,5^m abweicht, so ist p (beziehungsweise p') entsprechend den vorliegenden Verhältnissen zu modificiren.

§. 8. Continuirliche Träger.

72. Bei den continuirlichen Trägern sind, wie schon in No. **20** erwähnt, die Rückwirkungen der Stützpunkte (Auflagerdrücke) nicht als bekannt anzunehmen, da die Bedingungen des Gleichgewichts nicht mehr unmittelbar zur Auffindung dieser Kräfte ausreichen.

Das Verfahren, mittelst dessen man diese Auflagerdrücke auffindet, ist in No. **21** und **22** allgemein beschrieben, und zwar ist in diesen Nummern das zuerst von Clapeyron angewendete Verfahren angegeben, wonach, mit Umgehung der doppelten Integration, zunächst die Angriffsmomente M auf den Stützen, und aus diesen sodann die Auflagerdrücke etc. abgeleitet werden.

Wenn die Spannweiten nicht zu gering sind (was bei continuirlichen Trägern ohnedem nicht rathsam ist), so darf im Allgemeinen, wie beim frei aufliegenden Träger, das Eigengewicht und die zufällige Last je auf eine gewisse Länge gleichförmig vertheilt angenommen werden, und werden, ähnlich wie beim einfachen Träger, bezeichnen:

p das Eigengewicht der Brücke,

k die zufällige Last,

$$q = p + k \text{ die Totallast}$$

und zwar je auf die Längeneinheit einer Brückenöffnung berechnet.

Immerhin kommen aber in der Praxis Fälle vor, wo man concentrirte Lasten durch eine gleichförmig vertheilte Last nicht ersetzen kann, auch ist es überdies zur Klarstellung des Sachverhalts nothwendig, dass man sich über die Wirkung einzelner concentrirter Lasten genaue Rechnung geben kann.

Indem wir deshalb im Nachfolgenden die allgemeinen Formeln in solcher Gestalt aufstellen, dass dieselben auch für con-

centrirte Lasten angewendet werden können, so setzen wir uns, wie beim einfachen Träger, die Aufgabe, für beliebige Stellung eines aus Locomotiven und Wagen zusammengesetzten Bahnzuges die Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{B} in jedem Querschnitt zu finden, und sodann für einen bestimmten Querschnitt x diejenige Zugstellung ausfindig zu machen, für welche \mathfrak{M} und \mathfrak{B} Maximum werden. Die Umhüllungslinie der Max. \mathfrak{M} und \mathfrak{B} werden wir sodann wenigstens für gleichförmige Belastung ableiten.

Anmerkung. Wir benützen im Folgenden vorzugsweise die Abhandlung von Dr. Weyrauch »Continuirliche Träger«, in welcher der Einfluss concentrirter Lasten auf continuirliche Träger auf allgemeinste Weise behandelt ist.

Es sei AB eine beliebige Oeffnung eines continuirlichen Trägers von n Oeffnungen, die Bezeichnungen seien die in N°. 21. gewählten, mit dem Unterschied jedoch, dass statt einer gleichförmig vertheilten Last q eine Anzahl Einzellasten G , am Hebelsarme g (von A aus gerechnet) in der Oeffnung AB vorhanden sei.

Indem wir den gleichen Gang der Rechnung verfolgen wie in N°. 21, so schreiben sich die Gleichungen I. bis VII. dieser N°. folgendermassen an:

$$E\Theta \frac{d^2y}{dx^2} = -\mathfrak{M}_x = -\mathfrak{M} + \sum_0^x G(x-g) + A_B \cdot x \quad \dots \quad \text{I.}$$

ferner die Vertikalkraft rechts vom Auflager A

$$A_B = \frac{1}{l} \left[\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_l - \sum_0^l G(l-g) \right] \quad \dots \quad \text{II.}$$

Durch Integration der Gleichung I. erhält man:

$$\frac{dy}{dx} = \alpha + \frac{1}{E\Theta} \int_0^x \sum_0^x G(x-g) + A_B \frac{x^2}{2E\Theta} - \frac{\mathfrak{M}_x}{E\Theta} \quad \dots \quad \text{III.}$$

oder da

$$\int_0^x \sum_0^x G(x-g) = \frac{1}{2} \sum_0^x G(x-g)^2 \quad *)$$

$$\frac{dy}{dx} = \alpha + \frac{1}{2E\Theta} \left[\sum_0^x G(x-g)^2 + A_B \cdot x^2 - 2\mathfrak{M}_x \right] \quad \dots \quad \text{IV.}$$

woraus

$$\alpha_1 = \alpha + \frac{1}{2E\Theta} \left[\sum_0^l G(l-g)^2 + A_B l^2 - 2\mathfrak{M}_l \right] \quad \dots \quad \text{V.}$$

Durch nochmalige Integration von IV. erhält man sodann, da

$$\int_0^x \sum_0^x G(x-g)^2 = \frac{1}{3} \sum_0^x G(x-g)^3 \quad *)$$

$$y = c + \alpha \cdot x + \frac{1}{6E\Theta} \left[\sum_0^x G(x-g)^3 + A_B x^3 - 3\mathfrak{M}_x x \right] \quad \dots \quad \text{Va.}$$

*) Vergl. J. Weyrauch, Continuirliche Träger S. 168.

für $x = l$ wird $y = c_1$, somit

$$c_1 = c + \alpha l + \frac{1}{6E\Theta} \left[\Sigma G (1-g)^3 + A_B l^3 - 3 \mathfrak{M} l^2 \right]$$

und wenn man in Beziehung auf α auflöst und den Werth von A_B aus II. einsetzt, nach einiger Reduction:

$$\alpha = \frac{c_1 - c}{l} + \frac{1}{6E\Theta} \left[2 \mathfrak{M} l + \mathfrak{M}_1 l + \frac{1}{l} \Sigma_0^1 G g (1-g) (2l-g) \right] \quad \text{VI.}$$

Setzt man diesen Werth von α in Gleichung V. ein, indem man zugleich für A_B seinen Werth aus II. einführt und reducirt, so folgt:

$$\alpha_1 = \frac{c_1 - c}{l} - \frac{1}{6E\Theta} \left[2 \mathfrak{M}_1 l + \mathfrak{M} l + \frac{1}{l} \Sigma^1 G g (1-g) (l+g) \right] \quad \text{VII.}$$

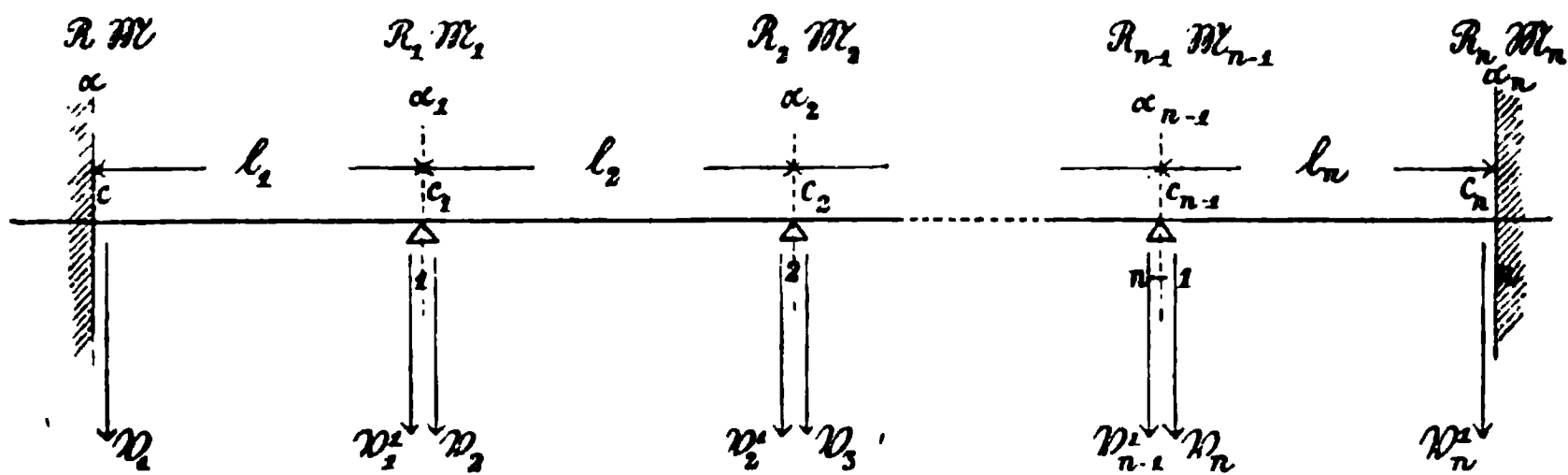
Anmerkung. Die Gleichungen VI. und VII. unterscheiden sich von den gleichnamigen der No. 21. nur dadurch, dass wir hier statt des Ausdrucks $\frac{ql^3}{24E\Theta}$ etwas complicirtere Summenausdrücke erhalten haben. Führen wir statt der Einzelkräfte G eine gleichförmig vertheilte Last q ein, so gehen die Summenausdrücke in die der No. 21 über, denn es ist, wenn $G = q \, dg$ gesetzt wird:

$$\frac{1}{l} \Sigma_0^1 G g (1-g) (2l-g) = \frac{1}{l} \int_0^l q \, dg \cdot g (1-g) (2l-g) = \frac{ql^3}{4}.$$

73. Wir können nun in gleicher Weise, wie diess in No. 22 geschehen, die Gleichungen VI. und VII. der vorigen Nummer für jede Stütze anschreiben, einfacher und für die folgenden Erörterungen passender ist aber die nachfolgende Form der Gleichungen.

Um den Formeln möglichste Allgemeinheit zu geben, führen wir die in nachstehendem Schema Fig. 98 enthaltenen Bezeich-

Fig. 98.



nungen ein, wonach für die m^{te} Oeffnung eines beliebigen continuirlichen Trägers bedeutet:

\mathfrak{M}_{m-1} Moment auf der linkseitigen Stütze $m-1$,

\mathfrak{M}_m " " " rechtseitigen " m ,

R_m die Vertikalkraft zunächst der linkseitigen Stütze $m-1$,

R'_m " " " " rechtseitigen " m (Richtung nach unten positiv).

Wir erhalten sodann aus Gleichung VII. für den Winkel α_m der elastischen Linie auf der rechtseitigen Stütze m:

$$\alpha_m = \frac{c_m - c_{m-1}}{l_m} - \frac{1}{6E\Theta} \left[2 \mathfrak{M}_m l_m + \mathfrak{M}_{m-1} l_m + \frac{1}{l_m} \Sigma_m Gg (1-g) (1+g) \right] \quad \text{I.}$$

ebenso für den Winkel α_m in der Spannweite l_{m+1} am linksseitigen Stützpunkt m aus Gleichung VI.

$$\alpha_m = \frac{c_{m+1} - c_m}{l_{m+1}} + \frac{1}{6E\Theta} \left[2 \mathfrak{M}_m l_{m+1} + \mathfrak{M}_{m+1} l_{m+1} + \frac{1}{l_{m+1}} \Sigma_{m+1} Gg (1-g) (2l-g) \right] \quad \text{II.}$$

und durch Gleichsetzung beider Werthe und Reduction:

$$\mathfrak{M}_{m-1} l_m + 2 \mathfrak{M}_m (l_m + l_{m+1}) + \mathfrak{M}_{m+1} l_{m+1} = 6E\Theta \left(\frac{c_m - c_{m-1}}{l_m} - \frac{c_{m+1} - c_m}{l_{m+1}} \right) - \frac{1}{l_m} \Sigma_m Gg (1-g) (1+g) - \frac{1}{l_{m+1}} \Sigma_{m+1} Gg (1-g) (2l-g) \quad \text{III.}$$

Für die Endöffnungen eines continuirlichen Trägers erhalten wir aus Gleichung II. und I., indem für die erste Oeffnung in Gleichung II. $m = 0$, für die letzte in Gleichung I. $m = n$ einzuführen ist:

$$\left. \begin{aligned} 2\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_1 l_1 &= \left[\alpha - \frac{c_1 - c}{l_1} \right] 6E\Theta - \frac{1}{l_1} \Sigma_1 Gg (1-g) (2l-g) \\ \mathfrak{M}_{n-1} l_n + 2 \mathfrak{M}_n l_n &= \left[\frac{c_n - c_{n-1}}{l_n} - \alpha_n \right] 6E\Theta - \frac{1}{l_n} \Sigma_n Gg (1-g) (1+g) \end{aligned} \right\} \quad \text{IV.}$$

Wir setzen zur Vereinfachung der Gleichungen III. und IV. die Ausdrücke rechts des Gleichheitszeichens = R, nämlich:

$$\left. \begin{aligned} R_m &= 6E\Theta \left(\frac{c_m - c_{m-1}}{l_m} - \frac{c_{m+1} - c_m}{l_{m+1}} \right) - \frac{1}{l_m} \Sigma_m Gg (1-g) (1+g) - \frac{1}{l_{m+1}} \Sigma_{m+1} Gg (1-g) (2l-g) \\ R &= \left(\alpha - \frac{c_1 - c}{l_1} \right) 6E\Theta - \frac{1}{l_1} \Sigma_1 Gg (1-g) (2l-g) \\ R_n &= \left(\frac{c_n - c_{n-1}}{l_n} - \alpha_n \right) 6E\Theta - \frac{1}{l_n} \Sigma_n Gg (1-g) (1+g) \end{aligned} \right\} \quad \text{107)}$$

Anmerkung. In den Gleichungen I. bis IV. und 107) sind die unter dem Summenzeichen Σ stehenden Grössen mit demselben Index versehen anzunehmen, den das Zeichen Σ trägt.

Wenn wir dann für jede der $n-1$ Mittelstützen die Gleichung III. und für die Endstützen die Gleichung IV. anschreiben, so erhalten wir folgende $n+1$ Gleichungen:

[illegible]

Die erste und letzte der Gleichungen 107*) sind nur nothwendig für Träger mit eingespannten Enden, wenn die Winkel α und α_n , welche die Axe des Trägers an den Endauflagern mit der Horizontalen bildet, gegeben sind. Liegt der Träger auf den Endstützen frei auf, so ist zu setzen $M = 0$ $M_n = 0$ und können dann die Gleichungen zu Bestimmung der Unbekannten α und α_n dienen (die jedoch für die Praxis meist kein Interesse haben).

Die übrigen $n-1$ Gleichungen reichen zur Bestimmung der unbekannten Stützenmomente (auf den $n-1$ Mittelstützen) vollkommen aus, die Gleichungen sind vom 1^{ten} Grad und durch Elimination leicht zu lösen, wie in jedem speciellen Fall gezeigt werden soll. Eine allgemeine Lösung kann hier unterbleiben.

Nachdem mit Hülfe der Gleichungen 107) und 107*) die Stützenmomente berechnet sind, können die sämtlichen übrigen Grössen, welche auf die Berechnung des Trägers Bezug haben, ohne Schwierigkeit bestimmt werden. — Legen wir die Bezeichnungen der Fig. 98 zu Grunde, so ist für die m^{te} Oeffnung eines Trägers, deren Spannweite $= l_m$ weiterhin:

Vertikalkraft zunächst der linkseitigen Stütze aus Gl. II. der N°. 72:

$$\mathfrak{B}_m = \frac{1}{1_m} \left[\mathfrak{M}_{m-1} - \mathfrak{M}_m - \sum_0^1 G (1-g) \right] \quad . \quad . \quad . \quad 108)$$

somit die Vertikalkraft zunächst dem rechtseitigen Auflager (links desselben)

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}'_m &= \mathfrak{B}_m + \Sigma G \\ &= \frac{1}{I_m} \left[\mathfrak{M}_{m-1} - \mathfrak{M}_m + \Sigma_0^1 G g \right] \dots \dots \dots 108^a) \end{aligned}$$

sodann die Vertikalkraft an beliebiger Stelle, deren Abscisse = x

[illegible]

Nach dem Hebelgesetz ist weiterhin das Moment im Querschnitt x

$$M_x = M_{m-1} - \sum_0^x G(x-g) - B_m x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 110)$$

Anmerkung. Differenziert man Gleichung 109) nach x , so erhält man

[illegible]

womit der in N^o. 5 für frei aufliegende Träger aufgestellte Satz auch für continuirliche Träger bei beliebiger Belastung allgemein bewiesen ist.

Die Auflagerreactionen der Pfeiler sind aus den Vertikalkräften zunächst des Auflagers leicht zu bestimmen, indem offenbar die Vertikalkraft rechts des Auflagers die Resultante ist aus der Vertikalkraft links und der Auflagerreaction. Nennen wir A_m die Auflagerreaction auf der Stütze m , so folgt aus Obigem

$$\mathfrak{B}_{m+1} = \mathfrak{B}'_m + A_m$$

woraus

$$A_m = \mathfrak{B}_{m+1} - \mathfrak{B}'_m \quad . \quad . \quad . \quad V.$$

Ist das fragliche Feld ein Endfeld, so lässt sich der Auflagerdruck A , wenn der Träger in A eingespannt ist, nicht bestimmen, ausser wenn über die Art der Einspannung etwas bekannt ist (vergl. hierüber N^o. 20). Liegt aber der Träger bei A frei auf, so ist $\mathfrak{B}'_m = 0$, somit $A_0 = + \mathfrak{B}_1$. Ist A_m das letzte freie Trägerende n , so folgt ebenso $A_n = - \mathfrak{B}'_n$.

Anmerkung. Da beim freiaufliegenden Träger die Auflagerreactionen stets, bei continuirlichen Trägern meist nach oben gerichtet sind, so nimmt man häufig für diese Reactionen die Richtung nach oben als die positive an, und sind dann die Vorzeichen entsprechend zu ändern (wie wir bei Aufstellung der Gleichungen N^o. 91)–95) und 101) und 102) gethan haben).

Weiterhin kann bei continuirlichen Trägern noch interessiren die Gestalt der neutralen Faser und Werth und Abscisse der grössten Einsenkung. Wir erhalten erstere aus Gleichung V^a) der N^o. 72

$$y = c + \alpha \cdot x + \frac{1}{6E\Theta} \left[\Sigma G(x-g)^3 + \mathfrak{B}_m \cdot x^3 - 3\mathfrak{M}_{m-1} x^2 \right] \quad 111)$$

und die Abscisse a der grössten Einsenkung, bezogen auf die schräge Linie AB , aus der Gleichung: (vergl. Fig. 30)

$$\frac{c_1 - c}{1} = \alpha + \frac{1}{2E\Theta} \left[\Sigma_0^a G(a-g)^2 + \mathfrak{B}_m a^2 - 2\mathfrak{M}_{m-1} a \right] \quad 112)$$

und der Werth der grössten Einsenkung (vergl. N^o. 22, S. 48):

$$f_a = \left(\alpha - \frac{c_1 - c}{1} \right) a + \frac{1}{6E\Theta} \left[\Sigma G(a-g)^3 + \mathfrak{B}_m a^3 - 3\mathfrak{M}_{m-1} a^2 \right] \quad 112^a)$$

wobei α aus Gleichung VI. der N^o. 72 zu berechnen ist.

74. Aus den so gefundenen Formeln der N^o. 73 sind nunmehr diejenigen Stellungen der Lasten zu bestimmen, für welche \mathfrak{M} und \mathfrak{B} zum Maximum werden.

Wir untersuchen zunächst den Einfluss einer Einzellast G , welche in der beliebigen Oeffnung vom Index s am Hebelsarm g angreift. Der continuirliche Träger sei an den Enden eingespannt, die Höhenlage der Stützen sei beliebig, ausserdem der ganze Träger in beliebiger Weise belastet.

Die Einzellast G erzeugt in sämtlichen Träger-Querschnitten Aenderungen der \mathfrak{M} und \mathfrak{B} , welche wir mit den entsprechenden kleinen Buchstaben m und b bezeichnen, wir erhalten für die Zunahmen der Momente auf den Stützen aus Gleichungen 107) und 107^a):

$$\begin{array}{rcl}
 2m_1 l_1 + m_1 l_1 & \dots & = 0 \\
 m_1 l_1 + 2m_1 (l_1 + l_2) + m_2 l_2 & & = 0 \\
 m_1 l_1 + 2m_2 (l_2 + l_3) + m_3 l_3 & & = 0 \\
 \dots & & \dots \\
 s-1^{\text{te}} \text{ Mittelstütze } m_{s-2} l_{s-2} + 2m_{s-1} (l_{s-1} + l_s) + m_s l_s & = & r_{s-1} \\
 \text{ste} \quad \quad \quad m_{s-1} l_s + 2m_s (l_s + l_{s+1}) + m_{s+1} l_{s+1} & = & r_s \\
 \dots & & \dots \\
 m_{n-3} l_{n-2} + 2m_{n-2} (l_{n-2} + l_{n-1}) + m_{n-1} l_{n-1} & = & 0 \\
 m_{n-2} l_{n-1} + 2m_{n-1} (l_{n-1} + l_n) + m_n l_n & = & 0 \\
 m_{n-1} l_n + 2m_n l_n & = & 0
 \end{array} \quad \text{I.}$$

und zwar ist in obigen Gleichungen zu setzen:

$$\left. \begin{array}{l}
 r_{s-1} = -\frac{1}{l_s} G g (1-g) (2l - g) \\
 r_s = -\frac{1}{l_s} G g (1-g) (l + g)
 \end{array} \right\} \dots \dots \dots \text{II.}$$

Dass die übrigen $r = 0$ sind, überzeugt man sich leicht, da nur in der Oeffnung s Kräfte zukommen, die übrigen Glieder aber sich heben.

Aus diesen Gleichungen ergibt sich für die Oeffnungen $< s$ der Reihe nach:

$$\begin{aligned}
 m_1 &= -2m, \quad m_2 = -m_1 \left(2 + \frac{3}{2} \frac{l_1}{l_2} \right) \\
 m_3 &= -m_2 \left[2 + \frac{l_2}{l_3} \left(2 - \frac{1}{2 + \frac{3}{2} \frac{l_1}{l_2}} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Hieraus können folgende Sätze abgeleitet werden:

- 1) Die Aenderungen der Momente M wechseln auf benachbarten Stützpunkten in dem Vorzeichen ab.
- 2) Die Aenderungen wachsen in der Richtung gegen das belastete Feld und zwar so, dass jeder folgende Zuwachs von M wenigstens doppelt so gross ist, als der vorhergehende.
- 3) Das Verhältniss der Aenderungen M zwischen zwei benachbarten Stützen ist nur abhängig von der Zahl und Anordnung der Oeffnungen, nicht von Grösse und Lage der Belastung in der Oeffnung s .

Setzen wir dieses Verhältniss der Aenderungen der Stützenmomente μ , so dass

$$m_1 = -\mu_1 m, \quad m_2 = -\mu_2 m_1, \quad m_3 = -\mu_3 m_2$$

und allgemein

$$m_m = -\mu_m m_{m-1},$$

so erhält man für μ der Reihe nach folgende Werthe:

$$\mu_1 = 2, \quad \mu_2 = 2 + \frac{3}{2} \frac{l_1}{l_2}, \quad \mu_3 = 2 + \frac{l_2}{l_3} \left(2 - \frac{1}{\mu_2} \right)$$

und nach Analogie allgemein, so lange $m < s$

$$\mu_m = 2 + \frac{l_{m-1}}{l_m} \left(2 - \frac{1}{\mu_{m-1}} \right) \dots \dots \dots 113)$$

Sämmtliche Werthe von μ sind somit positiv und > 2 .

$$m_{s-2} l_{s-1} + 2 m_{s-1} (l_{s-1} + l_s) + m_s l_s = - \frac{1}{l_s} G g (1-g) (2l-g) = r_{s-1}$$

$$m_{s-1} l_s + 2 m_s (l_s + l_{s+1}) + m_{s+1} l_{s+1} = - \frac{1}{l_s} G g (1-g) (l+g) = r_s$$

Es ist nun aber nach Obigem:

$$m_{s-2} = - \frac{m_{s-1}}{\mu_{s-1}}, \quad m_{s+1} = - \frac{m_s}{\mu'_{s+1}}$$

und nehmen durch Einsetzung dieser Werthe die Gleichungen folgende Form an:

$$m_{s-1} \left(2 l_{s-1} + 2 l_s - \frac{l_{s-1}}{\mu_{s-1}} \right) + m_s l_s = r_{s-1}$$

$$m_{s-1} l_s + m_s \left(2 l_s + 2 l_{s+1} - \frac{l_{s+1}}{\mu'_{s+1}} \right) = r_s$$

oder mit Benützung der Gleichungen 113) und 113a)

$$\left. \begin{aligned} m_{s-1} l_s \mu_s + m_s l_s &= r_{s-1} \\ m_{s-1} l_s + m_s l_s \mu'_s &= r_s \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{III.}$$

wo μ_s das Verhältniss $\frac{m_s}{m_{s-1}}$ darstellt, wenn die Oeffnung s nicht belastet, dagegen irgend eine der rechts davon liegenden Oeffnungen belastet wird, ebenso μ'_s das Verhältniss $\frac{m_{s-1}}{m_s}$, wenn s leer, dagegen in einer der links vom s liegenden Oeffnungen Kräfte wirken.

Man erhält aus obigen Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} m_s &= - \frac{1}{l_s} \frac{r_{s-1} - r_s \mu_s}{1 - \mu_s \mu'_s} \\ m_{s-1} &= - \frac{1}{l_s} \frac{r_s - r_{s-1} \mu'_s}{1 - \mu_s \mu'_s} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

Da μ und μ' positiv und > 2 , so ist der Nenner dieser Ausdrücke negativ, es ist nun aber nach Gleichung II.

$$r_{s-1} = - \frac{1}{l_s} G g (1-g) (2l-g)$$

$$r_s = - \frac{1}{l_s} G g (1-g) (l+g)$$

und sieht man leicht, dass absolut genommen $r_{s-1} < 2 r_s$, somit auch $< r_s \mu$, ebenso $r_s < 2 r_{s-1}$ und $< r_{s-1} \mu'$, die Zähler obiger Ausdrücke sind somit positiv, und folgen hieraus unter Beachtung der schon oben erhaltenen Resultate die Sätze:

1) Eine im Felde s wirkende Einzellast erzeugt in den anliegenden Stützpunkten negative Momente,

2) in den übrigen Stützpunkten, welche durch eine gerade Zahl von Oeffnungen vom Felde s getrennt sind, negative, in den durch eine ungerade Zahl von Oeffnungen getrennten Stützpunkten positive Momente,

3) die absolute Grösse der Momente m nimmt von s ausgehend, nach beiden Seiten gegen die Endstützen zu ab, und ist jedes folgende m jedenfalls kleiner, als die Hälfte des zunächst vorhergehenden.

75. Die Aenderung v der Vertikalkraft \mathfrak{B} im Querschnitt x einer Oeffnung m ist nach Gleichung 109) dargestellt durch die Gleichung:

$$v_x = v_m + \sum_m^x G \text{ und durch Substitution von } v_m \text{ aus 108)} \\ = \frac{1}{l_m} (m_{m-1} - m_m - \sum_0^l G (1-g) + \sum_0^x G.$$

Diese Gleichung reducirt sich für eine, von s verschiedene Oeffnung, für welche $G = 0$, auf:

$$v_x = \frac{1}{l_m} (m_{m-1} - m_m) \dots \dots \dots \text{I.}$$

somit im ganzen Feld constant $= v_m$.

Für die Oeffnungen links von s ist $m_m > m_{m-1}$, somit v_m positiv, wenn m_m negativ. Da nun für die belastete Oeffnung s die Stützenmomente negativ sind, so ist v_{s-1} positiv, v_{s-2} negativ etc.

Für die Oeffnungen rechts von s ist $m_{m-1} > m_m$, somit v_m positiv, wenn m_{m-1} positiv, somit aus dem oben angegebenen Grunde v_{s+1} negativ, v_{s+2} positiv etc.

Schreiben wir für die Oeffnung $m + 1 < s$ die Aenderung der Vertikalkraft an, so folgt wie oben:

$$v_{m+1} = \frac{1}{l_m} (m_m - m_{m+1})$$

somit ist

$$\frac{v_{m+1}}{v_m} = \frac{m_m - m_{m+1}}{m_{m-1} - m_m} = \frac{1 - \frac{m_{m+1}}{m_m}}{\frac{m_{m-1}}{m_m} - 1} \dots \dots \dots \text{II.}$$

Da nun $\frac{m_{m+1}}{m_m}$ negativ und grösser als 2, so ist der Zähler positiv und > 3 , der Nenner negativ und $< \frac{1}{2}$, somit $\frac{v_{m+1}}{v_m}$ negativ und > 3 . Hieraus ergibt sich der Satz:

Die Zunahme der Vertikalkräfte durch Einwirkung der Einzelkraft G in der Oeffnung s ist in den von s verschiedenen Oeffnungen constant und abwechselnd positiv und negativ, die v nehmen nach dem belasteten Felde hin zu, und zwar ist für $m < s$

$$v_{m+1} > 3 v_m$$

für $m > s$ $v_m > 3 v_{m+1}$, wobei die Werthe von v absolut zu nehmen sind.

Nachdem nunmehr Momente und Vertikalkräfte in den nicht belasteten Oeffnungen nach Grösse und Vorzeichen bekannt sind, bleiben noch Momente und Vertikalkräfte (resp. deren Zunahme) in der Oeffnung l_s zu bestimmen.

Für das Stück 0 bis g hat man nach Gleichung 110) und 108)

$$m_x = m_{s-1} - v_{s-1} x \\ = m_{s-1} - \frac{x}{l_s} \left[m_{s-1} - m_s - G (1-g) \right] \dots \dots \dots \text{III.}$$

und für das Stück g bis l

$$\begin{aligned}
 m_x &= m_{s-1} - \frac{x}{l_s} \left[m_{s-1} - m_s - G(1-g) \right] - G(x-g) \\
 &= m_{s-1} - \frac{x}{l_s} \left[m_{s-1} - m_s + Gg \right] + Gg \dots \dots \text{IV.}
 \end{aligned}$$

Die Kurven m sind gerade Linien, welche in g einen Punkt gemeinschaftlich haben, und deren Neigung den Vertikalkräften entspricht.

Wir erhalten für letztere (resp. für den Zuwachs in Folge der Einwirkung von G) nach Gleichung 108)–109), oder mit Hülfe der Relation 17a) für den Trägertheil 0 bis g

$$-\frac{d m_x}{d x} = v_x = \frac{1}{l_s} \left[m_{s-1} - m_s - G(1-g) \right] \dots \dots \text{V.}$$

und für den Theil g bis 1

$$v'_x = \frac{1}{l_s} \left[m_{s-1} - m_s + Gg \right] \dots \dots \text{VI.}$$

somit sind beide constant gleich der Zunahme der Vertikalkräfte an den Auflagern v_s und v'_s .

Die Vorzeichen der Grössen v_x und v'_x sind vorerst unbekannt, wir wissen nur, dass m_{s-1} und m_s negativ, und müssen zu Beurtheilung dieser Frage die Gleichungen IV. der No. 74 beigezogen werden:

Durch Addition der beiden fraglichen Gleichungen erhält man

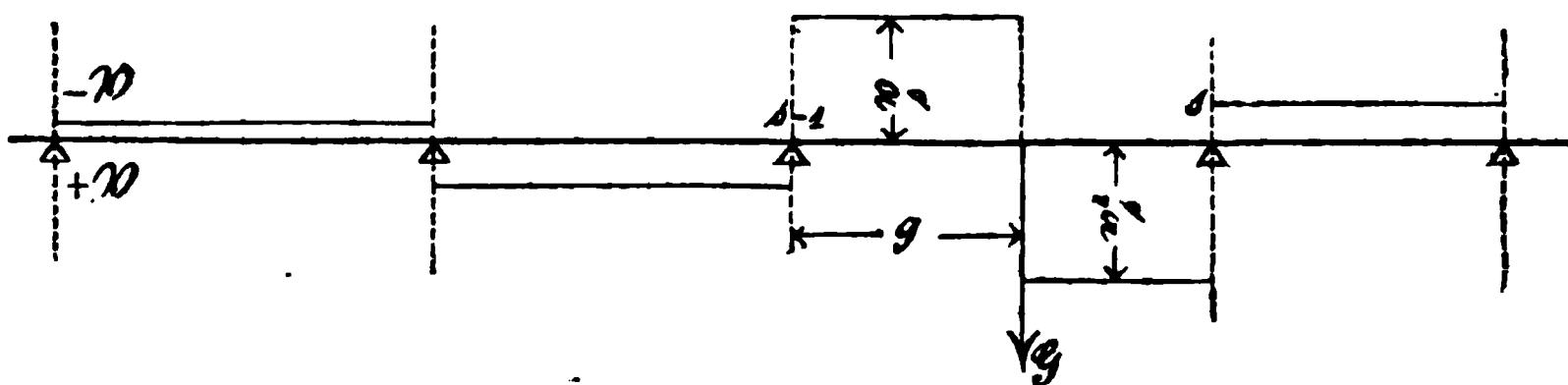
$$m_{s-1}(1 + \mu) + m_s(1 + \mu') = \frac{1}{l_s} (r_{s-1} + r_s)$$

und durch Einführung der Werthe von r und Reduction

$$= 3G(1-g) \frac{g}{l_s} \dots \dots \text{VII.}$$

Da nun μ und μ' positiv und > 2 , so ist $m_{s-1} + m_s < G(1-g) \frac{g}{l_s}$, somit auch $< G(1-g)$, die Gleichung V. giebt deshalb einen negativen Werth, da $G(1-g) > m_s + m_{s-1}$, somit umsomehr $> m_s - m_{s-1}$ (absolut genommen). Ebenso wird gezeigt, dass v'_s positiv. Es ist somit in dem Trägerstück links von G die Vertikalkraft negativ und $= v_s$, im Trägerstück rechts von G ebenfalls constant $= v'_s$ aber positiv. Die Tangente der Kurve m für das Stück 0 bis g $\frac{d m_x}{d x} = -v_s$ ist somit positiv, für das Trägerstück g bis 1 negativ, und zeigen die Kurven v die in nachstehender Fig. 99a gezeichnete Gestalt.

Fig. 99a.



Die Kurven m für die belastete Oeffnung s sind aus Fig. 99 ersichtlich und schneiden dieselben die Coordinatenaxe in zwei Punkten, deren Abscissen x_0 und x'_0 man findet, wenn man in den Gl. III. und IV. $m_x = 0$ setzt. Es ist

$$\left. \begin{aligned} x_o &= \frac{m_{s-1}}{m_{s-1} - m_s - G(1-g)} \cdot l_s \\ x'_o &= \frac{m_{s-1} + Gg}{m_{s-1} - m_s + Gg} \cdot l_s \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{VIII.}$$

Die Lage dieser Punkte ist unabhängig von G (da G in m als Faktor auftritt), nicht aber von g ; es lässt sich nachweisen, dass diese Punkte stets zwischen das Auflager und die nächstgelegenen Inflectionspunkte fallen, man kann sie laufende Inflectionspunkte nennen, und stellen sie, wenn der Träger anderweitig nicht belastet ist, die Wendepunkte der elastischen Linie dar (vergl. No. 20 am Schluss).

76. Aus Vorstehendem können wir nun Schlüsse ziehen auf die Art und Weise der Lastvertheilung, durch welche in einem beliebigen Querschnitt x der Oeffnung s die grössten Vertikalkräfte entstehen:

Die Kraft G erzeugt in dem Stück 0 bis g des Trägers eine negative Vertikalkraft, deren Grösse oben gefunden wurde:

$$v_x = \frac{1}{l_s} \left[m_{s-1} - m_s - G(1-g) \right] \dots \dots \dots \text{I.}$$

dessgleichen im Trägerstück g bis l eine positive Vertikalkraft

$$v'_x = \frac{1}{l_s} \left[m_{s-1} - m_s + Gg \right] \dots \dots \dots \text{II.}$$

Das Maximum der negativen Vertikalkraft für den Querschnitt x tritt deshalb offenbar dann ein, wenn in der Oeffnung s der rechts vom Querschnitt befindliche Theil der Oeffnung mit der Maximallast, der links gelegene mit der Minimallast (Eigengewicht) belastet ist. Das Umgekehrte findet bezüglich des positiven Maximums statt, und haben wir deshalb bei continuirlichen Trägern dasselbe Gesetz, das wir in No. 60 für den einfachen, freiaufliegenden Träger nachgewiesen haben.

Sind ausserdem die übrigen Felder belastet, so erzeugt eine Kraft G in der Oeffnung l_{s-1} in dem der Stütze $s-1$ zugekehrten Trägerstück eine negative, somit in der Oeffnung l_s selbst eine negative Vertikalkraft. Die negativen Vertikalkräfte in der Oeffnung l_s wachsen deshalb, wenn das links liegende Feld $s-1$ mit der Maximallast, das rechts liegende Feld $s+1$ aber nicht belastet ist. Hieraus ergibt sich folgender Satz:

Die Vertikalkraft in einem beliebigen Querschnitt des Feldes s wird zum negativen Maximum, wenn im fraglichen Felde das Stück x bis l , das anstossende linke Feld mit dem Maximum belastet, das rechts anstossende Feld aber nicht belastet, alle übrigen Felder aber abwechselnd belastet sind.

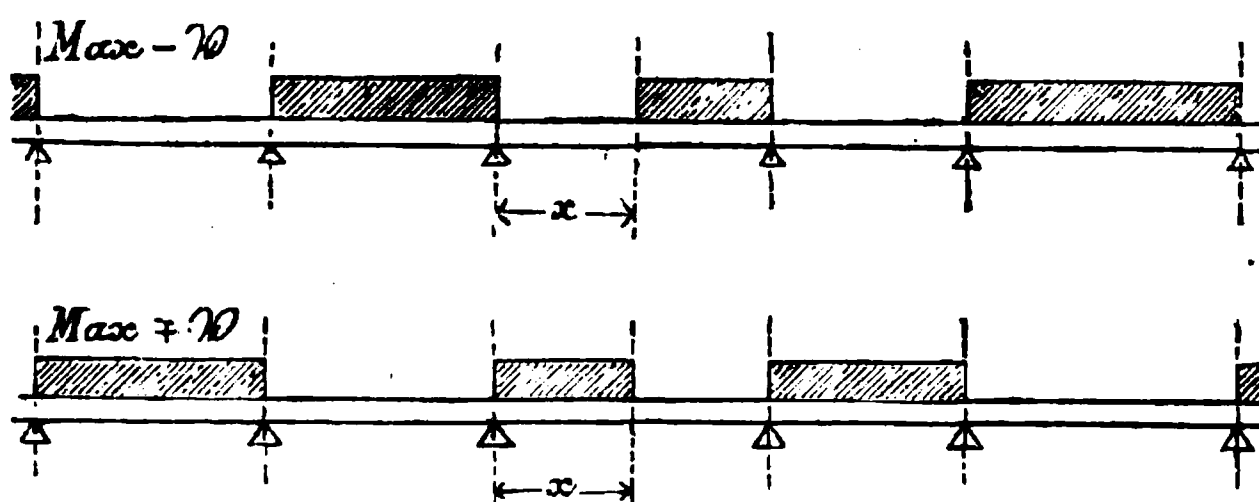
Die Belastungsart ist dargestellt durch die nebenstehende Fig. 102.

Ebenso erhält man das positive Maximum von \mathfrak{B} für die durch nebenstehende Figur dargestellte Belastungsart.

Für die Stützen ergibt sich hienach leicht, dass das negative Maximum der Vertikalkräfte eintritt, wenn die beiden anliegenden Oeffnungen belastet, die übrigen Oeffnungen abwechselnd belastet sind, somit ebenso, wie für das negative Maximum des Stützenmoments.

Hat man es mit concentrirten Lasten zu thun, so ist die Stellung der Einzellasten zum Querschnitt x nicht gleichgültig: Nach Gleichung I. und II. wird der negative Werth von v_x um so grösser, je kleiner g , somit für $g = x$, es muss deshalb eine der grössten Lasten G auf dem Querschnitt x stehen und die andern möglichst nahe gerückt sein, wie wir diess auch für freiaufliegende Träger nachgewiesen haben.

Fig. 102.



77. Es erübrigt noch die Bestimmung der Laststellung, welche im Querschnitt x der Oeffnung l , das Maximum resp. Minimum der Momente hervorruft.

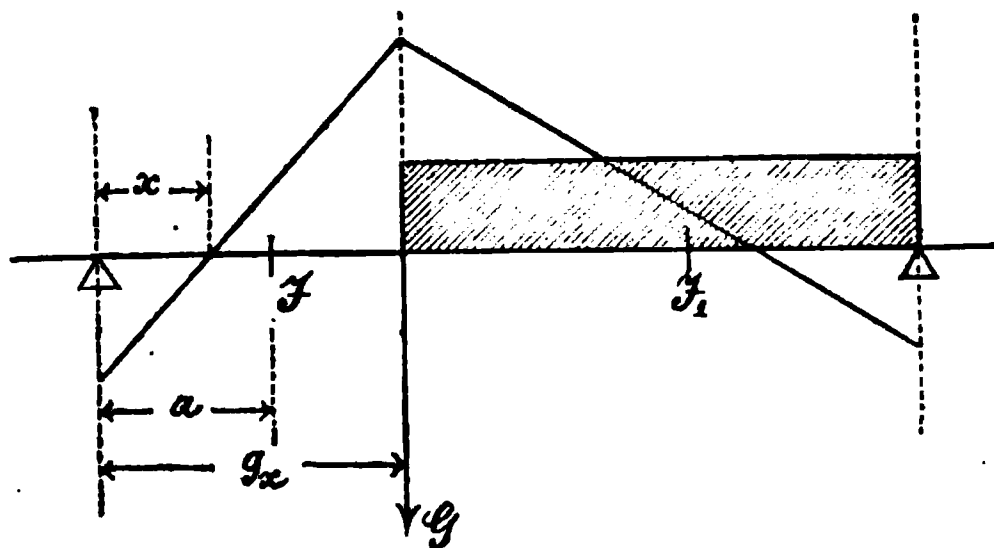
Der Beitrag m_x des Momentes im Querschnitt x ist gegeben durch die Gleichungen III. und IV. der No. 75 und haben wir, wenn $x < g$ (Fig. 103)

$$m_x = m_{s-1} - \frac{x}{l} [m_{s-1} - m_s - G(l-g)] \quad \dots \quad \text{I.}$$

Wir haben oben (in No. 75) gesehen, dass für $x = 0$ m_x negativ, für $x = g$ positiv: der Werth von x , für welchen $m_x = 0$, wird gefunden durch die Gleichung

$$m_{s-1} = \frac{x}{l} [m_{s-1} - m_s - G(l-g)] \quad \dots \quad \text{II.}$$

Fig. 103.



Nimmt man nun x constant und sucht denjenigen Werth von g , für welchen $m_x = 0$, so ist diese Gleichung in Beziehung auf g aufzulösen, und

findet man, indem man die Werthe von m_{s-1} und m_s aus Gleichung IV. der No. 74 substituirt, nach gehöriger Reduction die Bedingungsgleichung:

$$g^2 \left[(\mu + 1)x - (\mu' + 1)(1 - x) \right] + gl \left[(1 - x)(2\mu' - 1) + x(\mu - 2) \right] + x l^2 (1 - \mu\mu') = 0 \quad \dots \dots \dots 115).$$

Sind g_x die Wurzeln dieser Gleichung, und denkt man sich eine Last G von 0 nach l vorrücken, so wird zunächst für $x = 0$ $g_x = 0$ (die andere Wurzel der Gleichung ist unmöglich). Wächst x , so wächst auch g und ist für den Maximalwerth, den g_x annehmen kann, nämlich $g_x = 1$,

$$x = \frac{1(2 - \mu')}{2\mu + 2 - \mu' - \mu\mu'} = \frac{1}{1 + \mu} = a \quad (\text{Gl. 114}),$$

somit die Abscisse des linkseitigen Inflectionspunkts. Eine Kraft G kann also nur in dem Trägerstücke zwischen der linkseitigen Stütze und dem Inflectionspunkt J negative Momente hervorbringen, und diess nur dann, wenn sie zwischen g_x und l liegt, denn wird $x > a$, so wird $g_x > 1$, somit unmöglich (vergl. Fig. 103).

Für das Balkenstück $x > g$ (Fig. 103^a) erhält man nach Gl. IV. der No. 75

$$m_x = m_{s-1} - \frac{x}{l} (m_{s-1} - m_s + Gg) + Gg \quad \dots \dots \dots \text{III.}$$

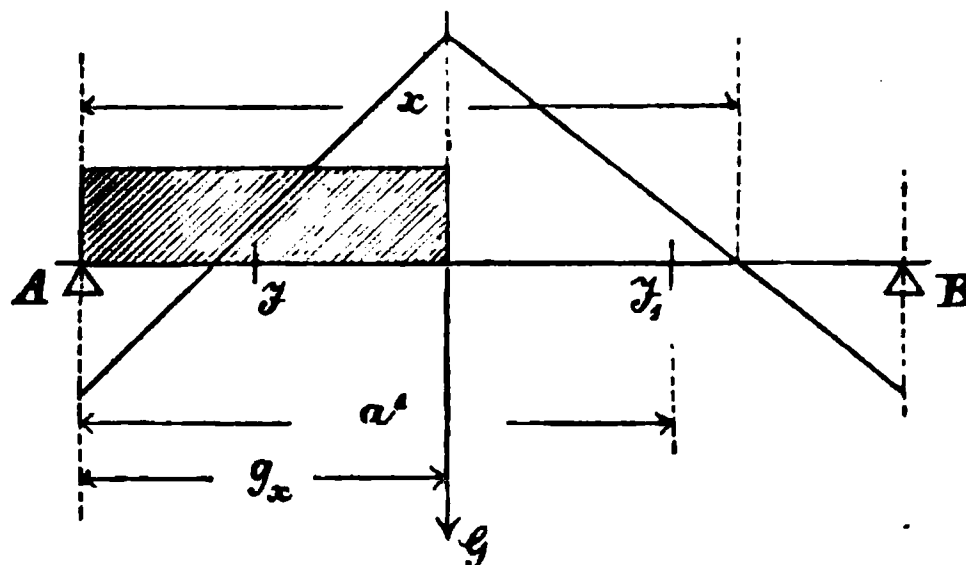
und als Bedingung für $m_x = 0$ nach Einführung der Werthe m_{s-1} und m_s :

$$(1 - x)(1 - g) \left[(2l - g)\mu' - (l + g) \right] + x(1 - g) \left[(l + g)\mu - (2l - g) \right] + (1 - x) l^2 (1 - \mu\mu') = 0 \quad \dots \dots \dots 115^a)$$

oder in Beziehung auf $l - g$ geordnet:

$$(1 - g)^2 \left[(1 - x)(1 + \mu') - x(1 + \mu) \right] + (1 - g)l \left[(1 - x)(\mu' - 2) + x(2\mu - 1) \right] + (1 - x) l^2 (1 - \mu\mu') = 0,$$

Fig. 103^a.



für $x = l$ entspricht dieser Gleichung der Werth $g_x = 1$, für andere Werthe von x wird g_x kleiner, der kleinste mögliche Werth $g_x = 0$ tritt ein für

$$1 - x = \frac{1}{1 + \mu'},$$

also für den 2ten Inflectionspunkt (vergl. Gleichung 114^a). Negative Werthe von m_x können somit nur eintreten in dem Stück zwischen J_1 und der rechtseitigen Stütze (vergl. Fig. 103^a) also für $x > a'$ und diess nur dann, wenn $g < g_x$.

Hieraus ergibt sich folgende Regel:

Im mittleren Trägertheil JJ_1 (Fig. 103^a) zwischen den Inflectionspunkten bringt jede in der Oeffnung s wirkende Kraft nur positive Momente hervor, das Maximum der positiven Momente in JJ_1 tritt somit für den Querschnitt x ($x > a$ und $< a'$) dann ein, wenn die ganze Oeffnung s belastet, das Minimum, wenn die ganze Oeffnung leer ist.

Für die äusseren Abschnitte AJ und J_1B der Oeffnung AB s sind die negativen Momente Maximum, wenn die Strecken g_x bis B , resp. A bis g_x belastet, die übrigen Theile nicht belastet sind, wobei g_x für einen bestimmten Querschnitt x aus Gleichung. 115) resp. 115^a) abzuleiten ist, umgekehrt für die positiven Maximalmomente.

Als specieller Fall hievon ergibt sich für die Stützen die Bedingung:

An der linkseitigen Stütze ist $x = 0$ und nach obigem $g_x = 0$, es muss somit, damit m_{s-1} das negative Maximum er-

Fig. 100.



reicht, die ganze Oeffnung belastet sein. Dasselbe gilt aber auch für die rechtseitige Stütze m_s , woraus der Satz sich ergibt.

Das negative Moment auf einer Stütze wird Maximum, wenn die der Stütze anliegenden Oeffnungen vollbelastet sind (vergl. Fig. 100).

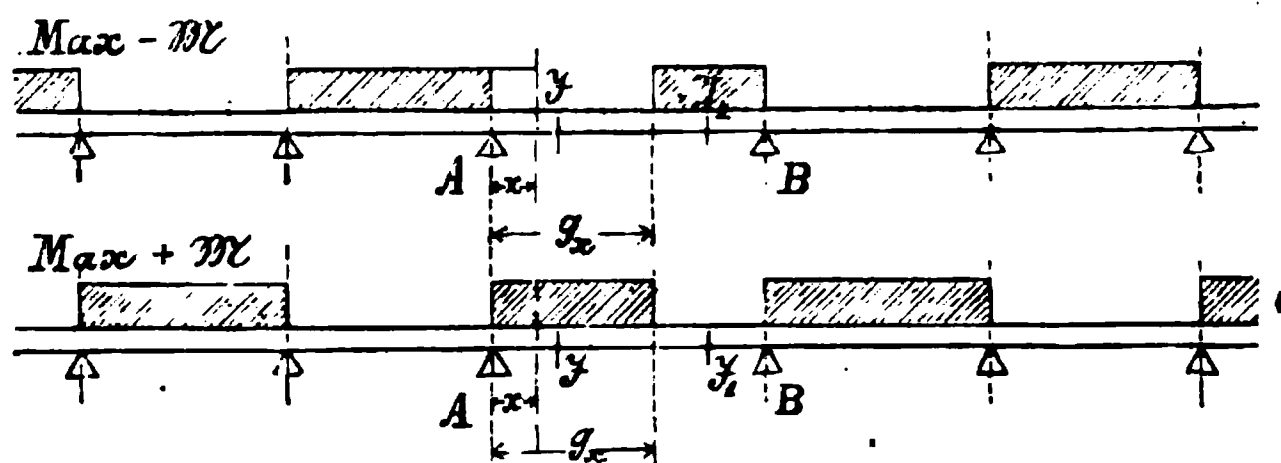
Wir haben diesen Satz schon oben in N^o. 74 hergeleitet. Die Wirkung von Lasten, welche in einer der übrigen Oeffnungen wirken, ist am besten aus Fig. 99 zu ersehen. Man überzeugt sich leicht, dass zunächst in dem Trägerstück zwischen dem linken Auflager $s-1$ und dem Inflectionspunkt J das Moment M einen Zuwachs in negativem Sinne erhält, wenn die 2^{te}, 4^{te} Oeffnung rechts von der Oeffnung s und die 1^{te}, 3^{te} Oeffnung links der Stütze belastet sind, das Umgekehrte findet statt für das Trägerstück J_1 bis zur rechtseitigen Stütze s . Für das Mittelstück JJ_1 wird der Zuwachs des Moments negativ, wenn das 1^{te}, 3^{te} Feld rechts und links vom Felde s belastet sind. Es geht diess daraus hervor, dass eine Kraft G im 2^{ten}, 4^{ten} Feld rechts von der Oeffnung s im Trägerstück A bis zum linkseitigen Inflectionspunkt J ein negatives, im Stück J bis B dagegen ein positives Moment erzeugt, umgekehrt für die ungeraden Felder. Ferner entsteht durch eine Kraft G im 2^{ten}, 4^{ten} Felde links von der Oeffnung s im Trägerstück A bis zum rechtseitigen In-

flectionspunkt J_1 ein positives, im Stück $J_1 B$ ein negatives Moment, umgekehrt für die ungeraden Felder.

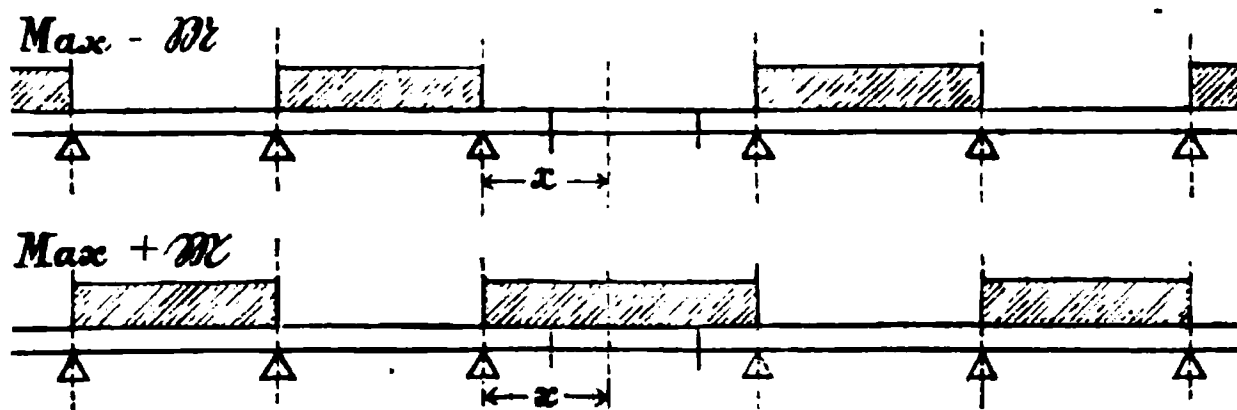
Bringt man diese Resultate in Verbindung mit den Sätzen für die Vorzeichen der Momente innerhalb der Oeffnung s selbst, die in N^o. 74 entwickelt sind, so ergeben sich die Maximas für positive und negative M aus den in nachstehenden Figuren gezeichneten Belastungsarten:

- 1) Belastungen für das Trägerstück A bis J

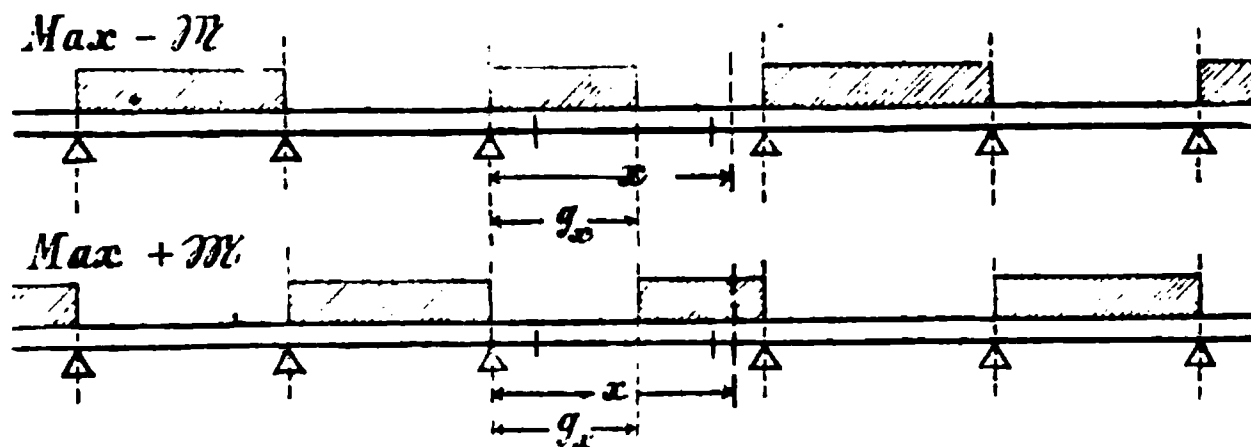
Fig. 104.



- 2) Trägerstück JJ' (zwischen den Inflectionspunkten)

Fig. 104^a.

- 3) Trägerstück J' bis B

Fig. 104^b.

Eine besondere Betrachtung erfordern noch die Endöffnungen für den Fall, dass der Träger an den Endauflagern frei aufliegt.

Es sei, wie früher angenommen, der ganze Träger beliebig belastet, und werde ausserdem in der Endöffnung eine Last G am Hebelsarm g wirkend gedacht. Da das Endauflager nicht eingespannt ist, so wird $m = 0$, und erhalten wir für die Zunahme m_1 des Moments auf der 1ten Zwischenstütze die Gleichung:

$$2m_1(l_1 + l_2) + m_2 l_2 = r_1 = \frac{1}{l_1} Gg(1-g)(1+g)$$

und da nach No. 74 $m_2 = -\frac{m_1}{\mu'_2}$

$$m_1 \left[2 + \frac{l_2}{l_1} \left(2 - \frac{1}{\mu'_2} \right) \right] = \frac{r_1}{l_1} \quad \dots \dots \dots \text{IV.}$$

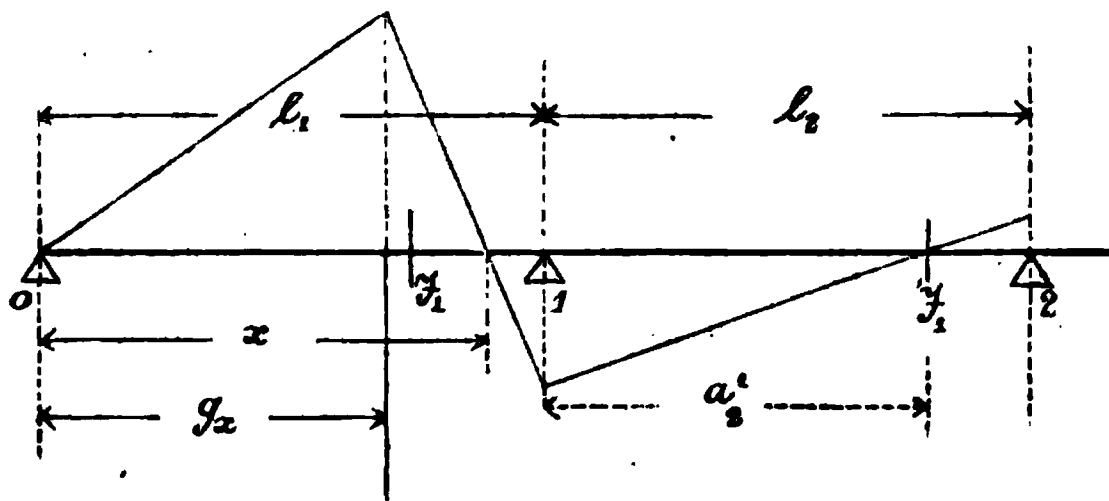
und wenn man analog Gleichung 113^a) setzt:

$$2 + \frac{l_2}{l_1} \left(2 - \frac{1}{\mu'_2} \right) = \mu'_1$$

und den Werth von r_1 einführt nach Reduction:

$$m_1 = -\frac{Gg(1-g)(1+g)}{\mu'_1 l_1^2} \quad \dots \dots \dots \text{V.}$$

Fig. 105.



somit das Moment im Querschnitt x der 1ten Oeffnung:

1) wenn $x < g$ nach Gleichung III. der No. 75 (da $m_{s-1} = m_0 = 0$)

$$m_x = G(1-g) \frac{x}{l} \left[1 - \frac{g(1+g)}{\mu' l^2} \right] \quad \dots \dots \dots \text{VI.}$$

da $g(1+g)$ stets $< 2l^2$, so ist m_x stets positiv;

2) wenn $x > g$, so folgt nach Gleichung IV. der No. 75.

$$\begin{aligned} m_x &= -\frac{x}{l} (-m_1 + Gg) + Gg \\ &= -\frac{Gg(1-g)(1+g)x}{\mu'_1 l^2} - Gg \frac{x}{l} + Gg \quad \dots \dots \dots \text{VII.} \end{aligned}$$

und erhalten wir für $m_x = 0$ folgende Bedingungsgleichung:

$$0 = \frac{(1-g)(1+g)x}{\mu'_1 l^2} - \frac{x}{l} + 1$$

woraus, wenn g_x die Wurzel der Gleichung:

$$g_x = l \sqrt{1 + \mu'_1 - \mu'_1 \frac{1}{x}} \quad \dots \dots \dots 115b).$$

g_x hat seinen grössten Werth $= l$ für $x = l$ und seinen kleinsten $g_x = 0$ für

$$x = \frac{\mu'_1 l}{1 + \mu'_1} = a'_1$$

(für kleinere Werthe von x wird g_x unmöglich). Es können somit negative Werthe von m_x nur eintreten in dem Stücke J_1 bis zur ersten Zwischenstütze 1 (vergl. Fig. 105), und diess nur dann, wenn $g < g_x$.

Für die Endöffnungen bestehen desshalb bezüglich der Maxima und Minima von M dieselben Regeln, wie für die Mittelöffnungen, nur ist die Sache einfacher, da die Oeffnung nur in zwei Theile zerfällt, insofern der 1^{te} Inflectionspunkt J mit dem Widerlager O zusammenfällt und das Mittelstück JJ_1 vom Auflager O bis zum 2^{ten} Inflectionspunkt reicht (s. Fig. 105).

Die Figuren No. 104 bis No. 104^b können desshalb mit oben genannter Modification auch für Endfelder dienen, und die Maxima und Minima von M hienach bestimmt werden.

In der Praxis werden indess Belastungen, wie diese Figuren darstellen, nicht in vollständig zutreffender Weise eintreten: eine Brücke, wie gross sie sei, kann gleichzeitig nur von einem (zusammenhängenden) Eisenbahnzuge besetzt sein; der durch Fig. 104 dargestellte Belastungsfall könnte annähernd etwa dann eintreten, wenn in einem Bahnzug auf der Strecke von der linken Stütze bis g_x unbelastete Wagen zwischen vollbelasteten Güterwagen oder Locomotiven stehen. Man wird desshalb in der Praxis die Belastungsfälle dadurch vereinfachen können, dass man die Belastung der von s entfernten Oeffnungen weglässt, deren Einfluss nach Fig. 99 ohnehin gering ist.

78. Haben wir es bei Brückenträgern nur mit gleichförmig vertheilten Lasten zu thun, so geben die Fig. 104 bis 104^b vollständig Aufschluss über die Art der Zugstellung, welche Max M hervorruft; ist aber die Belastung durch concentrirte Lasten vorgestellt, so ist noch zu bestimmen, wie diese Einzelgewichte auf dem Träger vertheilt sein müssen.

Nehmen wir den einfachen Fall einer Einzellast G in der Oeffnung s , so sind die Momente auf den Stützen $s-1$ und s durch die Gleichungen III. und IV. der No. 74 gegeben. Man kann sich die Aufgabe stellen, diejenigen Werthe von g zu suchen, für welche m_{s-1} resp. m_s Maximum werden.

Wir haben, um diese Werthe zu finden, die Ausdrücke $\frac{d m_{s-1}}{d g}$ resp. $\frac{d m_s}{d g} = 0$ zu setzen und finden nach gehöriger Reduction die Gleichungen:

1) für Max m_{s-1}

$$g_0 = \frac{1}{1 + \mu'} \left[\mu' \pm \sqrt{\mu'^2 + \frac{1}{s} (1 - 2\mu') (1 + \mu')} \right]$$

2) für Max m_s

$$g'_0 = \frac{1}{1 + \mu} \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{1}{s} (\mu - 2) (\mu + 1)} \right]$$

. . . I.

wo oben vor der Wurzel das Zeichen —, unten das Zeichen + gilt, weil sonst die Wurzeln unbrauchbar werden.

Man hat diese Punkte, deren Abscissen, wie man leicht sieht, für eine bestimmte Trägerform constant sind, Influenzpunkte genannt*); damit m_{s-1} resp. m_s Maxima werden, müssen die grössten Einzellasten um diese Punkte gruppiert sein.

Ähnliche Punkte lassen sich auch für Querschnitte zwischen den Stützpunkten bestimmen; ein vollständiges Bild der Einwirkung einer Einzelkraft auf einen continuirlichen Träger überhaupt erhält man aber auf folgende Weise: Denkt man sich irgend einen Querschnitt x in der Oeffnung s , und lässt man nun eine Kraft G gleich der Gewichtseinheit von einem Endauflager des continuirlichen Trägers bis zum andern fortschreiten, so kann man mit Hülfe der allgemeinen Formeln der N°. 73 für jede Laststellung den Beitrag zum Moment M_x in dem gegebenen Querschnitt x berechnen. (Die Formeln werden sehr einfach, da nach N°. 74 sämtliche R mit Ausnahme derjenigen in der belasteten Oeffnung $= 0$ sind.) Trägt man sodann den erhaltenen Werth als Ordinate von g auf, so entsteht eine Kurve, deren Ordinaten sofort nach Grösse und Vorzeichen einen Massstab geben für den Beitrag, den die Krafteinheit an beliebiger Stelle zum Moment M_x liefert. Sind mehrere Einzellasten vorhanden, so braucht man blos die Producte aus Last und Ordinate dieser Kurve und die Summen dieser Producte zu bilden, und findet dann leicht nach einigen Proben die Stellung des Zuges, für welche M_x Maximum wird.

Diese Curve, welche wir Influenzkurve nennen, ist für jeden Querschnitt verschieden, und zwar kommt es namentlich darauf an, ob x innerhalb der Inflectionspunkte (siehe N°. 74, Fig. 101) liegt, oder zwischen diesen und den Stützen. Im ersteren Falle sind in der belasteten Oeffnung selbst sämtliche Ordinaten positiv, was schon daraus hervorgeht, dass in diesem Trägertheil jede Kraft innerhalb s positive Momente erzeugt; im zweiten Fall schneidet die Kurve die Abscissenaxe, und zwar in dem Punkte, dessen Abscisse wir oben mit g_x bezeichnet haben (vergl. N°. 77). Die Fig. d auf Tafel IV^b. gibt für diese beiden Fälle die Form der Kurven für einen Träger über 2 Oeffnungen.

Bei der Herleitung der Gesetze für die Maxima und Minima der Momente und Vertikalkräfte haben wir einen ganz beliebigen continuirlichen Träger zu Grunde gelegt, die erhaltenen Regeln haben deshalb die allgemeinste Gültigkeit nicht bloss für continuirliche Träger mit frei aufliegenden, sondern auch mit eingespannten Enden, ebenso für Träger mit ungleich hohen Stützen. Sie gelten ganz ebenso für Träger mit einer Oeffnung,

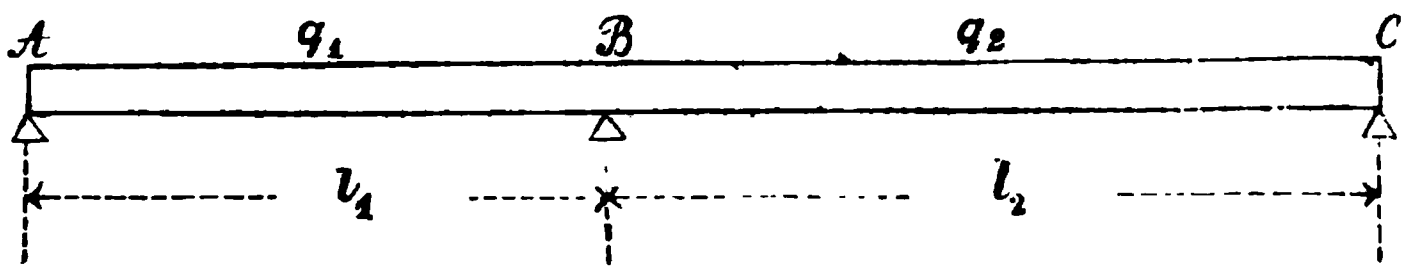
*) Vergl. Weyrauch, Continuirliche Träger.

und können die in N^o. 19 und 20 aufgestellten Sätze auch aus obigen allgemeinen Gleichungen abgeleitet werden.

79. Wir betrachten als Beispiel der obigen allgemeinen Theorie zunächst den Fall eines continuirlichen Trägers von zwei Oeffnungen, deren Längen l_1 und l_2 , wir nehmen die drei Stützen in gleicher Höhe an, und liege der Träger an den Enden frei auf.

Als Belastung nehmen wir vorläufig eine gleichförmig vertheilte Last an, und zwar sei die 1^{te} Oeffnung mit q_1 , die 2^{te} mit q_2 per laufenden Meter belastet (s. Fig. 106).

Fig. 106.



Die allgemeinen Gleichungen der N^o. 73 lehren uns zunächst die Stützenmomente kennen.

Es ist, da der Träger an den Endpfeilern frei aufliegt, $M = 0$ $M_n = M_2 = 0$ und reduciren sich die Gleichungen 107^a) auf folgende Gleichung für das Stützenmoment am Mittelpfeiler:

$$2 M_1 (l_1 + l_2) = R_1$$

woraus folgt

$$M_1 = \frac{R_1}{2 (l_1 + l_2)} \quad \dots \quad 116)$$

und ist hierin zu setzen nach Gleichung 107)

$$R_1 = -\frac{1}{l_1} \Sigma_1 G g (1-g)(1+g) - \frac{1}{l_2} \Sigma_2 G g (1-g)(2l-g) \quad 107)$$

Die Gleichungen für die Endstützen

$$\begin{aligned} M_1 l_1 &= R \\ 2 M_2 l_2 &= R_2 \end{aligned}$$

können wegbleiben, da sie nur zur Bestimmung der Winkel α und α_n dienen können, die für die weitere Entwicklung kein Interesse haben.

Da wir es mit gleichförmiger Belastung zu thun haben, so ist in Gleichung 107) zu setzen:

$$G_1 = q_1 dg \text{ und } G_2 = q_2 dg,$$

so dass wir erhalten

$$\Sigma_1 G g (1-g)(1+g) = \int_0^{l_1} q_1 dg \cdot g (1-g)(1+g) = \frac{1}{4} q_1 l_1^4$$

$$\Sigma_2 G g (1-g)(2l-g) = \int_0^{l_2} q_2 dg \cdot g (1-g)(2l-g) = \frac{1}{4} q_2 l_2^4$$

woraus

$$M_1 = -\frac{1}{8 (l_1 + l_2)} [q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3] \quad \dots \quad 116^a).$$

Nachdem \mathfrak{M}_1 bestimmt, ergibt sich die Vertikalkraft am Endauflager A nach Gleichung 108), und erhält man, da $\mathfrak{M}_0 = 0$,

$$\mathfrak{B}_1 = -A = \frac{1}{l_1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \sum_0^1 G (1-g) \right].$$

Es ist aber, da $G = q_1 dg$,

$$\sum_0^1 G (1-g) = \int_0^1 q_1 dg (1-g) = \frac{1}{2} q_1 l_1^2,$$

diess, und den Werth von \mathfrak{M}_1 in obige Gleichung eingesetzt, ergibt

$$\mathfrak{B}_1 = -\frac{1}{8l_1(l_1 + l_2)} \left[q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3 \right] + \frac{1}{2} q_1 l_1 \quad . \quad . \quad 117).$$

Für die meisten in der Praxis vorkommenden Fälle vereinfachen sich diese Gleichungen, indem die Spannweiten in der Regel gleich gross sind, und man erhält für $l_1 = l_2 = l$

$$\mathfrak{M}_1 = -\frac{l^2}{16} (q_1 + q_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 116^b)$$

und die Vertikalkraft in A

$$\mathfrak{B}_1 = -A = -\frac{1}{16} (7 q_1 - q_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 117^a)$$

Unter Benützung von Gleichung 108^a) ergibt sich dann leicht die Vertikalkraft zunächst des Auflagers B (links desselben).

$$\mathfrak{B}_1' = \frac{1}{l} \left[-\mathfrak{M}_1 + \sum_0^1 G g \right] = \frac{1}{16} (9 q_1 + q_2) \quad . \quad 117^b)$$

und sodann aus Gleichung 109) und 110) die \mathfrak{B} und \mathfrak{M} im Querschnitt x

$$\mathfrak{B}_x = \mathfrak{B}_1 + \sum_0^x G$$

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M} - \sum_0^x G (x-g) - \mathfrak{B}_1 x$$

und da $\mathfrak{M} = 0$, $\sum_0^x G (x-g) = \frac{q_1 x^2}{2}$ und $\sum_0^x G = q_1 x$,
so folgt

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_x &= q_1 x - \frac{1}{16} (7 q_1 - q_2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \mathfrak{M}_x &= \frac{q_1 x^2}{2} - \mathfrak{B}_1 \cdot x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \end{aligned} \right\} \quad 118)$$

womit Alles auf die Oeffnung AB bezügliche bekannt ist.

Für die 2^{te} Oeffnung können die Formeln 107)–110) in gleicher Weise dienen, es sind nur die Indexe zu verändern, indem \mathfrak{M}_{m-1} das Moment in B, \mathfrak{M}_m in C bedeutet, daher letzteres = 0 zu setzen.

Man erhält dann, wie oben, der Reihe nach:

durch die Werthe an den Auflagern gegeben (Gleichung 117^a), 117^b), 119), 119^a), die Kurven \mathfrak{M} (Parabeln) sind bestimmt durch die Scheitelpunkte (Gleichung 121)—122), ausserdem sind deren Schnittpunkte in A, B und C dadurch bekannt, dass \mathfrak{M} für A und C je $= 0$, für B = dem Stützenmoment, das wir gleich Anfangs berechnet haben (Gl. 116^b).

Für q_1 und q_2 sind nunmehr folgende Werthe anzunehmen:

- 1) die ganze Brücke leer $q_1 = q_2 = p$,
- 2) die ganze Brücke belastet $q_1 = q_2 = q$,
- 3) die Oeffnung AB belastet, die Oeffnung BC leer $q_1 = q$ $q_2 = p$,
- 4) die Oeffnung BC belastet, die Oeffnung AB leer $q_1 = p$ $q_2 = q$.

Die Resultate der Rechnung für die unter 1—4 genannten Belastungsarten sind nun in Tafel IV^a. eingetragen, derart, dass negative Werthe von \mathfrak{S} und \mathfrak{M} umgeklappt wurden, so dass oberhalb der Abscissenaxe die absoluten Werthe von \mathfrak{M} unterhalb der absoluten Werthe von \mathfrak{S} erscheinen.

Zur näheren Erläuterung sind die Resultate der Rechnung in nebenstehender Tabelle XX. eingetragen, wobei verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{q}$ oder $\frac{p}{k}$ zu Grunde gelegt sind.

Die erste Horizontalcolonne entspricht der Maximalbelastung der ganzen Brücke (und wenn $q = p$ gesetzt wird, auch der Belastung durch das Eigengewicht); für jedes Verhältniss $\frac{p}{q}$ und $\frac{p}{k}$ dient sodann die betreffende Horizontalcolonne zur Aufzeichnung der Kurven der einseitigen Belastung.

81. Aus den Resultaten der Tafel XX. resp. graphischen Darstellung Tafel IV^a. bestätigen sich die Regeln, die wir oben in No. **76** und **77** bezüglich der Maximas von \mathfrak{S} und \mathfrak{M} an den Stützen aufgestellt haben: Am Endauflager A wird \mathfrak{S} am grössten, wenn die Oeffnung AB allein belastet ist, am Mittelpfeiler B, wenn beide Oeffnungen mit q belastet sind.

Bezüglich der Momente ist, wie vorauszusehen, \mathfrak{M}_1 am grössten bei der Totalbelastung, ferner \mathfrak{M}_2 , wenn nur die Oeffnung AB belastet ist. — Durch die vorstehend angenommene Belastung ganzer Oeffnungen erhalten wir indess nicht die absoluten Maximas der \mathfrak{S} und \mathfrak{M} für jeden Querschnitt, (für die \mathfrak{S} nur bezüglich der Stützen, für die \mathfrak{M} nur die grössten Werthe des positiven \mathfrak{M} und das grösste Stützenmoment,) und muss zu Bestimmung der Maximalwerthe an allen andern Stellen eine theilweise Belastung der Oeffnungen in Rechnung genommen werden, was im Folgenden geschehen soll:

Tabelle XX. (für 2 Öffnungen).

		Belastung von AB (mit q).						Belastung von BC (mit q).						
$\frac{p}{k}$	$\frac{p}{q}$	Auflagedrücke am Auflager		Vertikalkraft am Mittelpfeiler.		Ab-scisse $\frac{B}{S} = 0$.	max M_1	M_1 am Mittelpfeiler.	Auflagedrücke am Auflager			Ab-scisse $\frac{B}{S} = 0$.	max M_b	M_1
		A		gegen AB.	gegen BC.				A	B	C			
∞	1	0,375	1,25	0,375	0,625	0,375	0,070	0,125	0,375	1,25	0,375	0,375	0,0703	0,125
3	$\frac{2}{3}$	0,390	1,094	0,266	0,610	0,390	0,076	0,110	0,266	1,094	0,390	0,354	0,047	0,110
2	$\frac{2}{3}$	0,395	1,020	0,231	0,605	0,395	0,078	0,105	0,231	1,020	0,395	0,346	0,040	0,105
1	$\frac{1}{2}$	0,406	0,937	0,156	0,594	0,406	0,082	0,094	0,156	0,937	0,406	0,312	0,024	0,094
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,412	0,875	0,112	0,588	0,412	0,085	0,087	0,112	0,875	0,412	0,280	0,016	0,087
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,416	0,833	0,083	0,584	0,416	0,086	0,083	0,083	0,833	0,416	0,250	0,010	0,083
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,425	0,750	0,025	0,575	0,425	0,090	0,075	0,025	0,750	0,425	0,125	0,0015	0,075

$$\mathfrak{M}_1 = -\frac{1}{16l^2} \left[ql^4 + pl^4 + g_x^2 (2l - g_x^2) k \right] \dots \dots \dots \text{IV.}$$

Nachdem \mathfrak{M}_1 gefunden, giebt No. 73 der Reihe nach: Vertikalkraft am Auflager A

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_1 &= \frac{1}{1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \int_0^l pdg (1-g) - \int_0^g kdg (1-g) \right] \\ &= \frac{1}{1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \frac{1}{2}pl^2 - k \left(lg_x - \frac{g_x^2}{2} \right) \right] \dots \dots \dots \text{V.} \end{aligned}$$

und hieraus nach Gleichung 110)

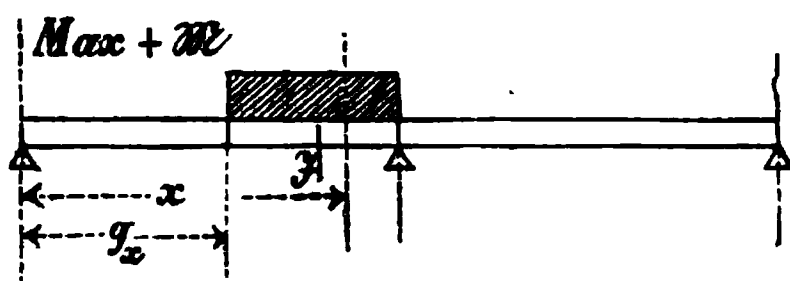
$$\mathfrak{M}_x = -\mathfrak{S}_1 x - \frac{px^2}{2} - kg_x \left(x - \frac{g_x}{2} \right) \dots \dots \dots \text{VI.}$$

Substituirt man in Gleichung VI. für \mathfrak{S}_1 den Werth aus V. für g aus II., \mathfrak{M}_1 aus IV., so ergibt sich nach einiger Reduction:

$$\max - \mathfrak{M}_x = \frac{2}{3}plx - \frac{px^2}{2} + \frac{kl}{8} \left(20l - 8\frac{l^2}{x} - 13x \right) \dots \text{VII. *)}$$

Das positive Maximum von \mathfrak{M} tritt ein, wenn das Stück von g_x bis zur Stütze belastet, die 2te Oeffnung aber unbelastet ist (Fig. 107a), und erhält man hiefür auf ähnlichem Wege, wobei wir der Einfachheit halber statt g_x g setzen:

Fig. 107a.



$$\mathfrak{M}_1 = -\frac{1}{4l^2} \left[\frac{1}{2}pl^4 + \frac{1}{4}k (l^4 - 2l^2g^2 + g^4) \right]$$

$$\mathfrak{S}_1 = \frac{1}{1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \frac{1}{2}pl^2 - \frac{1}{2}k (l^2 - 2lg + g^2) \right]$$

$$\mathfrak{M}_x = -\mathfrak{S}_1 x - \frac{px^2}{2} - \frac{k}{2} (x - g)^2$$

oder durch Einsetzung der Werthe von g_x aus Gleichung II.

$$\max + \mathfrak{M}_x = \frac{2}{3}plx - \frac{px^2}{2} + \frac{kl}{8} \left(16x - 20l + \frac{8l^2}{x} - \frac{4x^2}{1} \right) \dots \text{VIII.}$$

Das negative Maximum der Vertikalkräfte im Querschnitt x tritt nach No. 76 bei Belastungen ein, wie sie aus nachstehender Fig. 107b) ersichtlich sind, und erhält man unter Benützung der Gleichungen der No. 73

$$\mathfrak{M}_1 = -\frac{1}{4l^2} \left[\frac{1}{2}pl^4 + \frac{1}{4}k (l^2 - x^2)^2 \right]$$

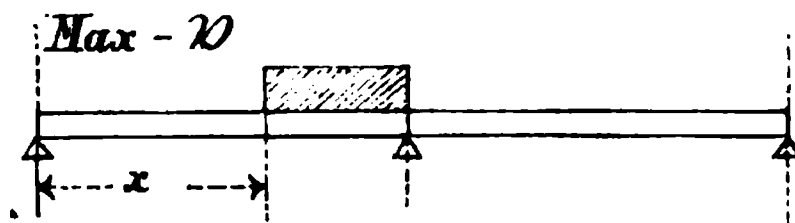
$$\mathfrak{S}_1 = \frac{1}{1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \frac{1}{2}pl^2 - \frac{k}{2} (l - x)^2 \right]$$

und sodann

$$\mathfrak{S}_x = \mathfrak{S}_1 + px$$

*) Vergl. Ott, Baumechanik, wo diese und die folgenden Gleichungen in anderer Weise hergeleitet sind.

Fig. 107b.



oder nach Einsetzung obiger Werthe von \mathfrak{B}_1 und \mathfrak{M}_1

$$\max - \mathfrak{B}_x = - \frac{3}{8}pl + px + \frac{k}{16l^3} (1-x)^3 \left[-7l^2 + 2lx + x^2 \right] \quad \text{IX.}$$

Für $x = 0$ findet man

$$\mathfrak{B}_1 = - \frac{3}{8}pl - \frac{7}{16} kl,$$

oder da $k = q - p$:

$$\mathfrak{B}_1 = - A = - \frac{1}{16} (7q - p)$$

wie sich aus Gleichung 117^a) ergibt, wenn man $q_1 = q$, $q_2 = p$ setzt. Für $x = l$ wird $\mathfrak{B}_x = \frac{3}{8}pl$, also gleich der Vertikalkraft am Pfeiler, wenn die Brücke nicht belastet ist.

In gleicher Weise erhält man den positiven Maximalwerth von \mathfrak{B}_x unter Zugrundlage der Belastung der Fig. 107^c, und ist für diesen Fall:

$$\mathfrak{M}_1 = - \frac{1}{4l^2} \left[\frac{1}{2}pl^4 + \frac{1}{4}kl^4 + k \left(\frac{l^2x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \right]$$

$$\mathfrak{B}_1 = - \frac{1}{l} \left[- \mathfrak{M}_1 - \frac{1}{2}pl^2 - k \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) \right]$$

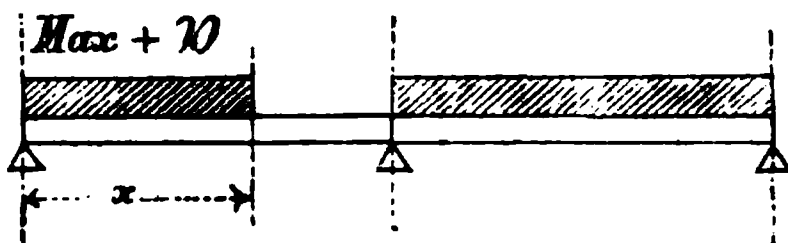
$$\mathfrak{B}_x = \mathfrak{B}_1 + (p + k)x,$$

woraus durch Elimination:

$$\max + \mathfrak{B}_x = - \frac{3}{8}pl + px + \frac{k}{16l^3} (l^4 + 10x^2l^2 - x^4) \quad \dots \quad \text{X.}$$

für $x = 0$ ist $\mathfrak{B}_x = - \frac{1}{16} (7p - q)$, für $x = l$, $\mathfrak{B}_x = \frac{3}{8}ql$, wie auch aus der Gleichung 117^a) sich sofort ergibt.

Fig. 107c.



Will man von der Trennung eines Bahnzugs absehen, bei welcher Annahme allein die für $+$ \mathfrak{B} berechneten Maxima möglich sind, so hat man die Belastung der 2^{ten} Oeffnung wegzulassen und nur das Theilstück x der 1^{ten} Oeffnung belastet anzunehmen. Es ist für diesen Fall im Ausdruck von \mathfrak{M}_1 das Glied $\frac{1}{4}kl^4$ zu streichen und erhält man

$$\max + \mathfrak{B} = - \frac{3}{8}pl + px + \frac{k}{16l^3} (10x^2l^2 - x^4) \quad \dots \quad \text{Xa.}$$

Es ist diess dieselbe Kurve, wie durch Gleichung X. dargestellt, nur um den Werth $\frac{kl}{16}$ nach oben verschoben, und ist diese Kurve in Tafel IV. gleichfalls eingetragen.

Obige Gleichungen reichen nun vollständig aus, für die M und S die Maximalwerthe zu berechnen und aufzutragen; selbstverständlich sind diese Maximas keine gleichzeitigen Werthe und müssen solche in den Fällen besonders berechnet werden, wo die Spannung eines Constructionsglieds von S und M gleichzeitig abhängt. Die gleichzeitigen Werthe von M_x und S_x können mit Hülfe der Werthe von M_1 und S_1 , welche zur Herleitung der Formeln VII.—X. gedient, leicht abgeleitet werden.

Die Resultate, die diese Gleichungen ergeben, bringen wir am besten in einem Zahlenbeispiel zur Anschauung.

Ein continuirlicher Träger von zwei Oeffnungen à 30^m habe ein Eigengewicht $p = 2400$ Kilo pro laufenden Meter. Die zufällige Last werde gemäss Tabelle XVI. zu $k = 6000$ Kilo angenommen, so dass wir erhalten:

$$q = 8400 \text{ Kilo und } \frac{p}{q} = \frac{2}{7}, \quad \frac{k}{q} = \frac{5}{7}.$$

Indem wir die in N^o. 80 angenommenen Belastungen N^o. 1—4 zu Grunde legen, erhalten wir die zum Auftragen der S und M erforderlichen Werthe aus den Gleichungen 116—122, wie sie in nachstehender Tabelle verzeichnet sind:

Art der Belastung.	M_1	$A = -S_1$	S'_1	S_2	$S'_2 = C$	Abscisse $S_x = 0$	$M_x \text{ max}$ $= M_2$
Ganze Brücke mit p belastet.	ql^2 -0,0714	ql 0,10714	ql -0,1786	ql +0,1786	ql +0,10714	1 0,375	ql^2 +0,02009
Ganze Brücke mit q belastet.	-0,125	0,375	-0,625	+0,625	+0,375	0,375	+0,07031
AB belastet mit q, BC " " p.	-0,08035	0,4196	-0,5803	+0,2232	+0,0625	0,4196	+0,08803
AB belastet mit p, BC " " q.	-0,08035	0,0625	-0,2232	+0,5803	+0,4286	0,2187	+0,00685

Ausserdem sind noch zu berechnen die Maxima von M und S nach den Gleichungen VII.—X. dieser N^o. Wir bemerken, dass die Maximalwerthe sich aus zwei Theilen zusammensetzen: dem Beitrag des Eigengewichts p , das für alle Belastungsfälle bei gleichem Gewicht constant, und aus dem Beitrag der Ueberlast k . Wir berechnen wieder wie oben in der Tabelle die einzelnen Werthe nicht nach Kilogramm und Meter, sondern in Vielfachen von q und l , und erhalten

1) für das Maximum $- \mathfrak{M}_x$ aus Gleichung VII.:

$x =$	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0 l.
Beitrag von $k =$	- 0,0357	- 0,0413	- 0,0526	- 0,0689	- 0,0893 ql^2
» » $p =$	- 0,0057	- 0,0121	- 0,0193	- 0,0271	- 0,0357 ql^2
max $- \mathfrak{M}_x =$	- 0,0414	- 0,0534	- 0,0719	- 0,0960	- 0,1250 ql^2

2) für das Maximum $+ \mathfrak{M}_x$ nach Gleichung VIII.:

$x =$	0,8	0,85	0,9	0,95	1,0 l.
Beitrag von $k =$	+ 0,0214	+ 0,0109	+ 0,0044	+ 0,0009	0 ql^2
» » $p =$	- 0,0057	- 0,0121	- 0,0193	- 0,0271	- 0,0357 ql^2
max $+ \mathfrak{M}_x =$	+ 0,0157	- 0,0012	- 0,0149	- 0,0263	- 0,0357 ql^2

3) für das Maximum $- \mathfrak{S}_x$ nach Gleichung IX.:

$x =$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0 l.
Beitrag von $k =$	- 0,3125	- 0,1897	- 0,1022	- 0,0437	- 0,0108	0 ql^2
» » $p =$	- 0,1071	- 0,05	+ 0,0071	+ 0,0643	+ 0,121	+ 0,1785 ql^2
max $- \mathfrak{S} =$	- 0,4196	- 0,2397	- 0,0951	+ 0,0206	+ 0,1102	+ 0,1785 ql^2

4) für das Maximum $+ \mathfrak{S}_x$ nach Gleichung X.:

$x =$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Beitrag von $k =$	+ 0,0446	+ 0,0624	+ 0,1149	+ 0,1936	+ 0,3120	+ 0,4465 ql^2
» » $p =$	- 0,1071	- 0,05	+ 0,0071	+ 0,0643	+ 0,1210	+ 0,1785 ql^2
max $+ \mathfrak{S} =$	- 0,0625	+ 0,0124	+ 0,1220	+ 0,2629	+ 0,4330	+ 0,625 ql^2

Obige Resultate sind nun in der graphischen Darstellung Tafel IV aufgezeichnet, hiebei aber vermehrter Deutlichkeit halber die positiven und negativen Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{S} auf verschiedenen Seiten der Axe aufgetragen.

Wir ersehen aus dieser graphischen Darstellung Folgendes:

1) Bezüglich der Kurven \mathfrak{M} :

Die Maximalwerthe \mathfrak{M} in dem Balkenstücke zwischen dem Inflectionspunkt ($a = 0,8 l$) und der Mittelstütze B, welche für einseitige Belastungen nach Fig. 107 und Fig. 107^a eintreten, weichen nur wenig ab von den Momentenkurven, welche man durch Belastung ganzer Oeffnungen erhält.

Es genügt zur Aufzeichnung dieser Kurven die Berechnung weniger Werthe, auch können die Kurven $\text{max} + \mathfrak{M}$ ganz ausgelassen werden, da sie in der Nähe der Mittelpfeiler stets geringere absolute Werthe geben, als die Kurve $- \mathfrak{M}$. Wir haben diese letzteren Werthe in der graphischen Darstellung der Tafel IV^a für verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{q}$ eingetragen, und geben diese Figuren nunmehr auch die Grenzwerte für alle denkbaren Belastungen an.

Diese zwischen Inflectionspunkt und dem Stützpunkt B eingetragenen Grenzwerte werden aber in Wirklichkeit nie vollständig erreicht, weil, wie oben (N^o. 77 am Schluss) erläutert, die betreffenden Belastungsarten, welche die Trennung der Züge voraussetzen, in Wirklichkeit nur durch Einschaltung leerer (nicht schwerloser) Wagen annähernd dargestellt werden.

2) Bezüglich der Kurven \mathfrak{B} :

Die Maximalwerthe \mathfrak{B} zeigen erhebliche Abweichungen von den Kurven \mathfrak{B} für Belastung ganzer Oeffnungen, in ähnlicher Weise wie wir diess bei freiaufliegenden Trägern gefunden haben (vergl. Kurven max \mathfrak{B} auf Tafel II). Es fallen wie beim freiaufliegenden Träger die Kurven max \mathfrak{B} für die Auflagerpunkte mit der Geraden \mathfrak{B} für Belastung ganzer Oeffnungen zusammen, so dass beispielsweise die Kurve max — \mathfrak{B} beim Auflager A die Gerade berührt, welche dem Werthe von \mathfrak{B} für den Belastungsfall N^o. III entspricht: am Auflager B geht die Kurve max — \mathfrak{B} tangentiell in die Gerade \mathfrak{B} für Belastung der ganzen Brücke mit dem Eigengewicht p über (Fall I). Die grösste Abweichung von den Kurven der Belastungsfälle I—IV tritt, wie man sich leicht überzeugt, ein für die Abscisse $x = \frac{7}{16}l$, und zwar sowohl für max — \mathfrak{B} , als max + \mathfrak{B} ; und findet man diese grösste Abweichung durch einfache Betrachtung mit Hülfe der Gleichungen IX, X und 118)

$$ab = a'b' = 0,1173 \text{ kl,}$$

somit wenig verschieden von dem Werthe 0,125 kl, den wir in N^o. 59 für den freiaufliegenden Träger gefunden haben — da die Kurven max \mathfrak{B} flach verlaufen, so genügt in der Praxis meist zum Auftragen derselben dieser eine Werth, indem man nach bekannten Regeln eine gewöhnliche Parabel substituirt, man wird auch nur einen kleinen Fehler begehen, wenn man von diesem Punkte aus nach den Auflagern zu einfach gerade Linien zieht.

Es sind nun ähnlich wie bei den \mathfrak{M} in den graphischen Darstellungen der Tafel IV^a. die absolut grössten Werthe + \mathfrak{B} resp. — \mathfrak{B} eingetragen, wodurch wiederum — übrigens hier auf die ganze Trägerlänge — Grenzwerte erzielt werden, von welchen die auf der Seite der Mittelstütze befindlichen wiederum nur annähernd erreicht werden, da auch hier die Einschaltung leerer Wagen vorausgesetzt werden muss.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich, dass die früher übliche Methode, wonach nur die Belastung ganzer Oeffnungen in Rechnung genommen wurde, nur wenig abweichende Resultate ergiebt, auch wenn bei der genauen Berechnung nicht nur eine beliebige Länge der Ueberlast, sondern selbst eine Trennung des Zugs (Einschaltung leerer Wagen) berücksichtigt wird. Die max

M bleiben auf die grössere Länge des Trägers (von A bis zum Inflectionspunkt) ganz unverändert, die zwischen letzterem und der Mittelstütze B eintretende Abweichungen sind an sich gering, und finden zudem an Punkten statt, woselbst aus praktischen Gründen, insbesondere aus Rücksicht des Wechsels zwischen Druck und Zug ohnedem eine Verstärkung der Dimensionen erforderlich ist. — Bei den **B** finden etwas grössere Abweichungen statt, welche aber da, wo sie erheblich werden, auf Stellen treffen, an denen, wie erwähnt, die Dimensionen ohnedem stärker genommen werden müssen.

Für die praktische Anwendung genügt es bezüglich der Bestimmung der **M** die Grenzwerte, soweit dieselben von den Kurven der Belastung ganzer Oeffnungen abweichen, nach dem Augenmass nach Anleitung der Tafel IV^a. zu ergänzen, bezüglich der **B** entsprechen die Werthe der Maxima an den Auflagern wiederum den Belastungen ganzer Oeffnungen, die zwischenliegenden Grenzwerte werden, wie aus den graphischen Darstellungen der Tafel IV^a. ersichtlich, nach Anleitung der Tafel IV. unter Bestimmung des Punktes der grössten Abweichung ohne Anwendung der complicirten Formeln mit vollständig ausreichender Genauigkeit auf einfache Weise bestimmt.

82. Wir wollen nunmehr den Einfluss concentrirter Lasten auf continuirliche Träger untersuchen und demnächst feststellen, wie weit wir der Wirklichkeit nahe kommen, wenn wir in ähnlicher Weise wie beim freiaufliegenden Träger statt der Einzellasten eine gleichförmig vertheilte Last substituieren.

Die Formeln, die wir hiebei anzuwenden haben, sind unmittelbar diejenigen der N^o. 73, und erhalten wir für den Fall eines continuirlichen Trägers über zwei Oeffnungen, deren Spannweiten l_1 und l_2 , wenn die Stützen in gleicher Höhe liegen, aus Gleichung 116)

$$R_1 = \frac{1}{2(l_1 + l_2)} R_1 \dots \dots \dots \text{I.}$$

wo nach Gleichung 107) zu setzen:

$$R_1 = - \frac{1}{l_1} \sum_1 Gg(1-g)(1+g) - \frac{1}{l_2} \sum_2 Gg(1-g)(2l-g) \dots \text{II.}$$

wobei die Grössen unter den Summenzeichen mit denselben Indexen zu verstehen sind, wie das Summenzeichen selbst, der Coordinatenursprung der g je am linkseitigen Auflager der betreffenden Oeffnung anzunehmen ist, die der Index angiebt.

Gewöhnlich tritt ausser Einzelkräften noch das Eigengewicht auf und wird, wenn p_1 p_2 die Eigengewichte der Oeffnungen l_1 und l_2 bezeichnen, der Ausdruck für R_1 die Form annehmen:

$$R_1 = - \frac{1}{l_1} \sum_1 Gg(1-g)(1+g) - \frac{1}{4} p_1 l_1^2 - \frac{1}{l_2} \sum_2 Gg(1-g)(2l-g) - \frac{1}{4} p_2 l_2^2 \text{ III.}$$

Nachdem M_1 gefunden, ergeben sich dann alle übrigen Werthe von S und M direct aus den Gleichungen 108)—110) der N°. 73.

Wir bringen die Resultate dieser Gleichungen zur Anschauung, indem wir in dem Zahlenbeispiel der N°. 81 statt gleichförmig vertheilter Last einen Bahnzug von 3 bayerischen Tender-Locomotiven mit angehängten belasteten Wagen substituiren, wie derselbe in Tafel IV^b. aufgezeichnet ist.

Da es uns vorzugsweise auf Vergleichung der Resultate beider Beispiele ankommt, so lassen wir das Eigengewicht, das in beiden dasselbe ist, ausser Berechnung; indem wir in Gleichung I.—III. noch einführen $l_1 = l_2 (= 30^m)$, erhalten wir folgenden Ausdruck für das Stützenmoment M_1 :

$$M_1 = -\frac{1}{4l_2} \left[\sum_1 Gg(1-g)(1+g) + \sum_2 Gg(1-g)(2l-g) \right] \quad . \quad . \quad \text{IV.}$$

Es sei die Brücke mit dem ganzen auf Tafel IV^b aufgezeichneten Zuge belastet, alsdann ergibt sich die Berechnung der Summen in der Parenthese aus folgender Tabelle:

1 ^{te} Oeffnung mit Locomotiven belastet.				2 ^{te} Oeffnung mit Wagen belastet.			
G	g	G(1-g)	Gg(1-g)(1+g)	G	g	G(1-g)	Gg(1-g)(2l-g)
T.	m			T.	m		
10,7	2,3	296,4	22022	9,0	2	252	29232
12,8	3,6	337,9	40886	9,0	5	225	61875
12,8	5,0	320,0	56000	9,0	8	198	82368
12,8	6,4	302,1	70389	9,0	11	171	92169
12,8	10,6	248,3	106868	9,0	14	144	92736
12,8	12,0	230,4	116122	9,0	17	117	85527
12,8	18,4	212,5	123590	9,0	20	90	72000
10,7	14,7	163,7	107567	9,0	23	63	53613
9,7	17,7	119,3	100725	9,0	26	36	31824
12,8	21,6	107,5	119819	9,0	29	9	8091
12,8	23,0	89,6	109222				
12,8	24,4	71,7	95175				
10,7	25,7	46,0	65849				
9,7	28,7	12,6	21227				
166,7 = $\sum_1 G$		2558,0 = $\sum_1 G(1-g)$	1155461	90,0 = $\sum_2 G$		1305 = $\sum_2 G(1-g)$	609435

Diess in Gleichung IV. eingesetzt, ergibt:

$$\mathfrak{M}_1 = - \frac{1}{4 \cdot 30^2} (1'155461 + 609435) = - 490,02^{\text{mT}}$$

und die Vertikalkräfte zunächst den Auflagern:

Vertikalkraft beim Auflager A nach Gl. 108) $m=1$ gesetzt:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1}{1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \Sigma_1 G(1-g) \right] = \frac{1}{30} \left[490,02 - 2558 \right] = - 68,93^{\text{T}}$$

Vertikalkraft links von B nach Gl. 108^a):

$$\mathfrak{B}'_1 = \mathfrak{B}_1 + \Sigma_1 G = - 68,93 + 166,7 = + 97,77^{\text{T}}$$

Vertikalkraft rechts von B nach Gl. 108), indem man $m=2$ setzt:

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1}{1} \left[\mathfrak{M}_1 - \Sigma_2 G(1-g) \right] = \frac{1}{30} \left[- 490,02 - 1305 \right] = - 59,83^{\text{T}}$$

Vertikalkraft bei C nach Gl. 108^a):

$$\mathfrak{B}'_2 = \mathfrak{B}_2 + \Sigma_2 G = - 59,83 + 90 = + 30,17^{\text{T}}$$

Die Momente und Vertikalkräfte im Querschnitt x ergeben sich nun ebenso wie beim einfachen Träger aus den Gleichungen 109) und 110) und kann eine specielle Vorführung der Rechnung unterbleiben.

Ueber die Stellung des Lastzuges, welche in den verschiedenen Querschnitten x die Maxima der Momente \mathfrak{M}_x hervorbringt, geben am besten die Influenzkurven Aufschluss, welche nach Anleitung der N^o. 78 in Tafel IV^b eingetragen sind. Für den Trägertheil zwischen A und dem Inflectionspunkt ($a = 0,81$) wird \mathfrak{M} ein Maximum, wenn neben dem fraglichen Querschnitt selbst die grössten Lasten concentrirt sind, ausserdem die ganze Oeffnung AB belastet, die Oeffnung BC aber unbelastet ist. (Die Influenzkurve hat für AB überall positive, für BC aber negative Ordinaten.)

Es ist desshalb noch ein zweiter Belastungsfall berechnet, für welchen die Belastung der 1^{ten} Oeffnung mit Locomotive bleibt, die Wagenbelastung der 2^{ten} Oeffnung aber wegfällt. Man erhält für diesen Fall:

$$\mathfrak{M}_1 = - 320,96^{\text{mT}} \quad \mathfrak{B}_1 = - 74,57 \quad \mathfrak{B}'_1 = + 92,13$$

Maximalmoment in AB bei $x = 12,0$ $\mathfrak{M}_x = 504,3^{\text{mT}}$.

Es sind nun in Tafel IV^b die Kurven \mathfrak{M} für diese beiden Belastungen aufgetragen, ausserdem auch die Umhüllungskurven \mathfrak{M} für gleichförmig vertheilte Last nach dem Beispiel der N^o. 81 (unter Weglassung des Beitrags von p) und ersieht man aus der Vergleichung der Kurven für concentrirte und gleichförmig vertheilte Last, dass erstere nur ausnahmsweise (im 1^{ten} Drittel der Spannweite) die letzteren überragen. Auffallend erscheint, dass die Kurven $-\mathfrak{M}$ weit unter denen für gleichförmige Belastung bleiben, es rührt diess daher, dass nur die eine Oeffnung mit Locomotiven belastet ist: wäre

diess auch bei der 2^{ten} Oeffnung geschehen, so würden die Kurven näher kommen (M_1 würde, wenn Oeffnung 2 ebenfalls belastet, wie 1 = 642,0, während bei gleichförmiger Belastung $k = 6000$ $M_1 = 675^{mT}$). In der Praxis ist aber ein solcher Fall unwahrscheinlich, ebensowenig denkbar ist es, dass Belastungen vorkommen, welche in dem Trägerstück J₁ bis B die negativen Maximas von M hervorbringen, weil in diesem Falle auf beiden Oeffnungen Locomotiven stehen müssten, die durch nicht belastete Strecken von einander getrennt sind (vergl. die Influenzkurven für den Querschnitt $x = 0,9$). Wir können uns desshalb mit den beiden berechneten Belastungsarten begnügen und ziehen daraus den weiteren Schluss, dass es jedenfalls genügt, auch bei continuirlichen Trägern als stellvertretende Belastung die Werthe der Tabelle XVI. anzunehmen, und sind dann selbst für den ausserordentlichen Fall hinreichend gesichert, dass die ganze Brücke mit Locomotiven belastet ist.

Um den Einfluss concentrirter Lasten auf die Kurven \mathfrak{B} zu untersuchen, sind 4 Zugstellungen berücksichtigt worden (vergl. Tafel IV^b), welche dem Max — \mathfrak{B} entsprechen. Die für \mathfrak{B}_x erhaltenen Werthe kann man sodann vergleichen mit den Max — \mathfrak{B} , welche aus Gleichung IX. und X. der N^o. 81 sich ergeben (indem man dort $p = 0$ setzt) und sind ausserdem mit Hülfe dieser Gleichungen diejenigen k_1 berechnet, welche dieselben Maximalwerthe — \mathfrak{B} hervorbringen würden. Die Resultate der Rechnung zeigt folgende kleine Tabelle.

	Max von — \mathfrak{B}		Werthe von k_1 (stellvertretende gleichförmige Belastung).
	für concentrirte Lasten.	für gleichförmige Belastung $k = 6000$.	
$x = 0,0$	84,77	78,75	6488 Kil.
0,2	53,6	47,81	6726
0,4	29,52	25,76	6875
0,6	12,87	11,02	7031

Auf Berechnung der max + \mathfrak{B} können wir verzichten, weil dieselben (nach Fig. 107^c) eine Trennung des Zuges voraussetzen, die in Wirklichkeit nicht vollständig möglich ist; eine für den Querschnitt $x = 0,4$ berechnete Zugstellung IV^a, wenn nämlich der Bahnzug von A aus gegen B vorrückend gedacht ist, zeigt, dass max + \mathfrak{B} bedeutend unter dem max für gleichförmige

Belastung bleibt, was daher rührt, dass bei Berechnung der letzten vorausgesetzt ist, dass gleichzeitig die ganze 2^{te} Oeffnung belastet werde.

Vergleichen wir die obigen Werthe für k_1 mit den in N^o. 67 für die Spannweite von 30^m erhaltenen, so sehen wir, dass sie hinter diesen eher zurückbleiben, wir werden also auch bezüglich der \mathfrak{B} sicher gehen, wenn wir die für freiaufliegende Träger gewonnenen Werthe von k_1 einfach auch bei continuirlichen Trägern in Anwendung bringen.

83. Gehen wir nunmehr zu dem Fall über, dass die 3 Stützpunkte nicht in einer Ebene liegen, beide Spannweiten seien gleich gross = 1, die Endstützen liegen in gleicher Höhe, die Mittelstütze B aber sei um s gegen die Endstützen gesenkt.

Dieses Beispiel lässt sich benützen, um die Vortheile zu beleuchten, welche durch Senkung der Mittelstütze erreicht werden können, andererseits lässt sich daraus der Einfluss bestimmen, den eine nicht beabsichtigte Senkung oder Hebung einer Stütze hervorbringt.

Wir erhalten für diesen Fall direct aus der allgemeinen Gleichung 107), indem wir $c_{m-1} = c_{m+1} = 0$ $c_m = s$ setzen:

$$R_1 = 6E\Theta \frac{2s}{1} - \frac{1}{1} \left[\Sigma_1 Gg (1-g) (1+g) + \Sigma_2 Gg (1-g) (21-g) \right] \quad \text{I.}$$

und für die gleichförmigen Belastungen q_1 und q_2

$$R_1 = 12E\Theta \frac{s}{1} - \frac{1^3}{4} (q_1 + q_2) \\ = \frac{1^3}{4} \left[48E\Theta \frac{s}{1^4} - q_1 - q_2 \right] \quad \dots \dots \dots \text{II.}$$

folglich nach Gleichung 116) (Seite 182):

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{R_1}{41} = - \frac{1^3}{16} \left[q_1 + q_2 - 48E\Theta \frac{s}{1^4} \right] \quad \dots \dots \dots \text{III.}$$

Setzen wir zur Vereinfachung wie in Gleichung VIII. der N^o. 21

$$x_1 = \frac{24E\Theta s}{1^4} \quad \dots \dots \dots \text{IV.}$$

so folgt:

$$\mathfrak{M}_1 = - \frac{1^3}{16} (q_1 + q_2 - x_1) \quad \dots \dots \dots 123).$$

Nachdem \mathfrak{M}_1 bekannt, kann alles Uebrige bestimmt werden, wie für den Fall gleichhoher Auflager, und man erhält:

Vertikalkraft am Endpfeiler A

$$\mathfrak{B}_1 = -A = - \frac{1}{16} (7q_1 - q_2 + 2x_1) \quad \dots \dots \dots 124)$$

dessgleichen am Mittelpfeiler

$$\mathfrak{B}'_1 = \frac{1}{16} (9q_1 + q_2 - 2x_1) \quad \dots \dots \dots 124^a)$$

Vertikalkraft rechts vom Mittelpfeiler

$$\mathfrak{B}_2 = -\frac{1}{16} (9q_2 + q_1 - 2x_1) \quad . \quad . \quad . \quad 124^b)$$

dessgleichen am Endpfeiler C

$$\mathfrak{B}_2' = C = \frac{1}{16} (7q_2 - q_1 + 2x_1) \quad . \quad . \quad . \quad 124^c)$$

und die Auflagerreaction in B

$$B = \mathfrak{B}_1' - \mathfrak{B}_2 = \frac{1}{16} (10q_1 + 10q_2 - 4x_1) \quad 125)$$

Es ergeben sich nun die Momente und Vertikalkräfte im Querschnitt x nach früheren Vorgängen (vergl. N^o. 79) und kann in gleicher Weise, wie für gleichhohe Stützen eine graphische Darstellung der Kurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} angefertigt werden.

Die über Maxima der Vertikalkräfte und Momente aufgestellten Sätze sind für Träger mit gesenkten Stützen genau in gleicher Weise gültig, wie für gleichhohe Stützenlage; indem wir in den Formeln 116)–122) die Werthe von \mathfrak{M} aus Gleichung 123) statt aus N^o. 116^b einführen, erhalten wir die Maxima \mathfrak{M}_x und \mathfrak{B}_x auch bei partieller Belastung der Oeffnungen.

Die Lage der Inflectionspunkte der durch Gleichung II. der N^o. 81 ausgedrückten Beitragstrecke g_x erleiden hiebei keine Veränderung, es können somit die graphischen Darstellungen leicht in gleicher Weise vervollständigt werden, wie diess oben in N^o. 81 geschehen ist.

Wenn man in den Gleichungen 123)–125) die Grössen s und somit $x_1 = 0$ setzt, so müssen die genannten Gleichungen in die Gleichungen 116)–120) übergehen, da dann sämtliche Stützpunkte gleich hoch angenommen sind, d. h. die Senkung des Mittelstützpunktes aufgehoben ist; es kann diess als Probe für die Richtigkeit der Gleichungen 123)–125) betrachtet werden.

84. Den wichtigsten Einfluss übt die Senkung der Mittelstützen auf die Angriffsmomente \mathfrak{M} , welche aus den nunmehr bekannten Auflagerdrücken gefunden werden.

Durch Combination der Gleichungen 124) und 122) findet man (indem jetzt immer die Weite l beider Oeffnungen gleich gross angenommen wird) unter Beibehaltung der seitherigen Bezeichnungen:

grösstes Angriffsmoment, innerhalb der Oeffnungen

$$\max \mathfrak{M}_a = \frac{l^2}{512q_1} (7q_1 - q_2 + 2x_1)^2 \quad . \quad . \quad 126)$$

In dieser Gleichung bezeichnet q_1 die Belastung der Oeffnung AB, q_2 die Belastung der Oeffnung BC; der Werth x_1 ist durch Gleichung IV der N^o. 83 gegeben.

Das Angriffsmoment auf dem Mittelpfeiler B ist wie oben gefunden:

$$M_1 = -\frac{l^2}{16} (q_1 + q_2 - 2x_1) \dots \dots \dots 123)$$

Die Anschauung der Gleichungen 126) und 123) zeigt, dass M_1 seinen grössten Werth hat

$$\text{für } q_1 = q \quad q_2 = p$$

während M_1 sein Maximum erreicht

$$\text{für } q_1 = q_2 = q$$

und folgt hieraus:

$$M \max M_1 = \frac{l^2}{512q} (7q - p + 2x_1)^2 \dots \dots \dots 126^a)$$

$$\max M_1 = -\frac{l^2}{8} (q - x_1) \dots \dots \dots 123^a)$$

Man sieht, dass $M \max M_1$ zunimmt, je grösser x_1 , d. h. je grösser die Senkung der Zwischenstützen ist, während $\max M_1$, absolut genommen, gleichzeitig abnimmt.

Der Vorthail der Senkung der Zwischenstützen wird nun darin gesucht, dass man solche Werthe der Senkung s , beziehungsweise der Grösse x_1 , aussucht, wonach die aus Gleichung 126^a) und 123^a) gefundenen Maximalwerthe einander gleich werden; es wird dadurch der kleinste Werth für das absolute Maximum von M erhalten. — Indem man nun die Werthe

$M \max M_1$ (nach Gleichung 126^a) und

$\max M_1$ (nach Gleichung 123^a)

einander gleichsetzt, erhält man

$$x_1 = \frac{q}{2} \left(\frac{p}{q} - 23 \pm \sqrt{544 - 32 \frac{p}{q}} \right) \dots \dots \dots \text{I.}$$

und indem man für x_1 seinen Werth aus N^o. 83 Gl. IV. einsetzt: günstigste Senkung der Mittelstütze B

$$s = \frac{ql^4}{48E\Theta} \left(\frac{p}{q} - 23 \pm \sqrt{544 - 32 \frac{p}{q}} \right) \dots \dots \dots \text{II.}$$

E ist der Elasticitätsmodul des fraglichen Materials, Θ das Trägheitsmoment des betrachteten Querschnittes.

Ist für einen bestimmten Träger x_1 nach Gleichung I. berechnet, so finden sich die Auflagerdrücke und die wichtigsten Angriffsmomente nach den Gleichungen 123)—126). Insbesondere erhält man $\max M_1$ unmittelbar aus Gleichung 123^a).

Wir haben auf diese Weise die nachstehende Tabelle XXI. für eine Reihe schmiedeiserner Brücken verschiedener Spannweite gebildet; die Verhältnisse $\frac{p}{q}$ sind der Tabelle XVII. entnommen (vergl. N^o. 83); hienach sind für die vortheilhafteste Senkung des Mittelstützpunktes der Werth $\max M_1$ und die Grösse der Senkung selbst bestimmt.

Letztere ist wesentlich vom Trägheitsmoment des Trägers abhängig. Wir stellen die Bedingung, dass die grösste Spannung \mathfrak{M} der Gurtungen 600 Kilo per \square^{cm} betragen solle.

Nun ist nach Gleichung 31) bei gleicher Stärke beider Gurtungen

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} \cdot \frac{H}{2} \dots \dots \dots \text{III.}$$

Indem wir nun ausserdem die Trägerhöhe H gleich $\frac{1}{10}$ der Spannweite l annehmen, erhält man durch Wertbeinsetzung in Gleichung II.

$$s = \frac{ql^3}{7200 \text{ Max } \mathfrak{M}_1} \left(\frac{p}{q} - 23 \pm \sqrt{544 - 32 \frac{p}{q}} \right) \dots \text{IV.}$$

und sind die Werthe von s gleichfalls in Tabelle XXI eingetragen.

Aus Tabelle XXI. ist insbesondere ersichtlich, wie kleine Senkungen hinreichen, um grosse Differenzen in den Angriffsmomenten hervorzurufen.

Tabelle XXI (für 2 Oeffnungen).

Spannweite.		10	15	20	30	40.	60	100
Verhältniss $\frac{p}{q}$		$\frac{1}{6,03}$	$\frac{1}{4,85}$	$\frac{1}{4,3}$	$\frac{1}{3,5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2,5}$	$\frac{1}{1,9}$
Bei gleicher Höhenlage der Stützpunkte.	max \mathfrak{M}^a inner den Oeffnungen.	ql^3 0,0912	0,0901	0,0894	0,0876	0,0868	0,0851	0,0819
	max \mathfrak{M}_1 auf dem Mittelpfeiler.	ql^3 0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125
Vortheilhafteste Senkung des Mittelstützpunktes.	$x,$	$\frac{q}{l}$ 0,1878	0,1940	0,1981	0,2068	0,2187	0,2289	0,2430
	Gleichzeitiges Max \mathfrak{M} auf dem Mittelpfeiler und innerhalb der Oeffnungen.	ql^3 0,1015	0,1007	0,1002	0,0992	0,0983	0,0970	0,0946
	Senkung des Mittelstützpunktes = s .	cm. 0,514	0,803	1,098	1,733	2,483	3,848	7,523

Die Senkung kann nicht allein dadurch hervorgerufen werden, dass man das mittlere Auflager tiefer herstellt, sondern insbesondere auch dadurch, dass man den Träger ebendasselbst überhöht; anderseits ist eine ungleiche Höhe der Auflager ohne Einfluss, sobald der Träger dem Längenprofil der Auflager sich anschliesst.

Selbstverständlich soll der Träger die verlangte Form haben, ehe er durch sein Eigengewicht eingebogen ist; man kann übrigens die durch das Eigengewicht hervorgerufene Biegung berechnen und mit der wirklichen Krümmung vergleichen.

Die Berechnung der in den continuirlichen Trägern thätigen Kräfte wird daher durch verhältnissmässig kleine Fehler in der Höhenlage der Stützpunkte wesentlich alterirt und giebt Tabelle XXI. ein Bild von den Aenderungen, die durch kleine Senkungs-differenzen entstehen können.

Bei kleineren Spannweiten kann daher die Continuität der Träger nur mit grosser Vorsicht und mit Berücksichtigung vorstehend bezeichneter Eventualitäten angewendet werden; da zudem die Vortheile der Continuität hier weit geringer sind (vergl. auch Tabelle XX.), so wird man bei kleineren Weiten meist auf die Continuität ganz verzichten. — Bei grössern Spannweiten, wo die vortheilhafteste Senkung der Zwischenstützen immer mehrere Centimeter beträgt, wird man bei sorgfältiger Ausführung die beabsichtigte Gestalt der Gurtungen mit hinreichender Sicherheit herstellen können; eine Senkung der Zwischenstützen hätte dann insbesondere den Vortheil, dass man die Trägerstärke gleichmässiger herstellen kann und damit den Voraussetzungen, welche bei Berechnung der elastischen Linie gemacht werden, nachkommt.

Jede Senkung der Zwischenstützen, sei sie nun absichtlich oder durch einen Fehler entstanden, kann, insofern sie genau erhoben ist, durch vorstehende Formeln berücksichtigt werden; man berechnet zunächst x_1 nach Gleichung IV. der N^o. 83 und findet dann die Auflagerdrücke und eine Reihe von Angriffsmomenten unmittelbar nach den Gleichungen 123)–126).

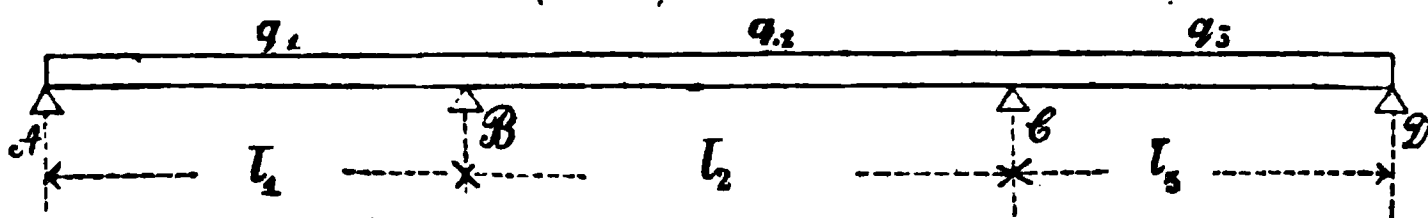
Unabsichtliche Differenzen in der Höhenlage können insbesondere auch in der Weise eintreten, dass die Zwischenstützen höher zu liegen kommen, als die Endstützen; das ohnedem grosse Angriffsmoment auf den Zwischenstützen wird dann weiterhin vermehrt. — Es ist diess, wie oben bemerkt, ein wesentlicher Grund gegen die Continuität der kleineren Brücken; indem bei letzteren der Einfluss eines kleinen Fehlers in der Höhenlage sehr bedeutend wird.

85. Auch für drei Oeffnungen betrachten wir zunächst den Fall, dass einzelne Oeffnungen durch die zufällige Last gleichmässig belastet sind, und haben wir folgende Belastungsarten in den Kreis unserer Betrachtung zu ziehen:

- 1) Belastung sämtlicher 3 Oeffnungen mit p .
- 2) Belastung sämtlicher Oeffnungen mit q (Gesammtlast).
- 3) Belastung je einer Aussenöffnung und der Mittelöffnung mit q (Fall I und II der Tafel IV^a. Fig. c).
- 4) Belastung beider Aussenöffnungen mit q (Fall III).
- 5) Belastung der Mittelöffnung mit q (Fall IV).
- 6) Belastung je einer der Aussenöffnungen mit q (Fall V und VI Fig. c).

Wir nehmen vorerst sämtliche 4 Auflagerpunkte in gleicher Höhe an, es seien aber der Allgemeinheit halber die Spannweiten verschieden, der Reihe nach $= l_1, l_2, l_3$ und mit q_1, q_2, q_3 pro Längeneinheit belastet (vergl. Fig. 108).

Fig. 108.



Die Gleichungen 107^a) schreiben sich für diesen Fall, da $M = M_3 = 0$, folgendermassen an:

$$\left. \begin{aligned} 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 &= R_1 \\ M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) &= R_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{I.}$$

woraus man durch Elimination erhält:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{2R_1(l_2 + l_3) - l_2 R_2}{4(l_1 + l_2)(l_2 + l_3) - l_2^2} \\ M_2 &= \frac{2R_2(l_1 + l_2) - l_2 R_1}{4(l_1 + l_2)(l_2 + l_3) - l_2^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{II.}$$

worin nach Gl. 107) analog der Entwicklung in N^o. 79 zu setzen ist:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= -\frac{1}{4}(q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3) \\ R_2 &= -\frac{1}{4}(q_2 l_2^3 + q_3 l_3^3) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{III.}$$

Nachdem M_1 und M_2 gefunden, ist alles Uebrige nach den Gleichungen der N^o. 73 gegeben.

In der Praxis werden meist die Endöffnungen gleich gross gewählt, so dass $l_1 = l_3$; die Formeln vereinfachen sich hiedurch in etwas; eine weitere Vereinfachung ergibt sich aber dadurch, dass man nur für die eine Brückenhälfte die Werthe zu berechnen und die Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} aufzuzeichnen braucht.

Für diesen speciellen Fall erhalten wir der Reihe nach:

Momente am Auflager B nach Gleichung I. und Gleichung III.
nach entsprechender Reduction:

$$M_1 = - \frac{q_1 (2l_1^3 l_2 + 2l_1^4) + q_2 (l_2^4 + 2l_1 l_2^3) - q_3 l_2 l_1^3}{16(l_1 + l_2)^2 - 4l_2^2} \quad 126).$$

Das Moment M_1 am Auflager C erhält man einfach durch Vertauschung von q_1 mit q_3 .

Die Vertikalkraft bei A ergibt sich aus Gleichung 108)

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_1 &= \frac{1}{l_1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \frac{q_1 l_1^2}{2} \right] \\ &= \frac{-q_1 (14 l_1^3 l_2 + 6 l_1^2 l_2^2 + 6 l_1^4) + q_2 (l_2^4 + 2 l_1 l_2^3) - q_3 l_1^3 l_2}{l_1 [16 (l_1 + l_2)^2 - 4 l_2^2]} \quad 127). \end{aligned}$$

Die Vertikalkraft links vom Auflager B könnte aus Gleichung 108*) bestimmt werden, einfacher ist aber sie aus \mathfrak{B}_1 abzuleiten, und erhält man:

$$\mathfrak{B}'_1 = \mathfrak{B}_1 + q_1 l_1 \quad \dots \dots \dots 127^*)$$

Gleichung 108) giebt sodann die Vertikalkraft rechts von B, und erhält man nach gehöriger Reduction:

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{-q_1 (3 l_1^3 l_2 + 2 l_1^4) - q_2 (16 l_1 l_2^3 + 6 l_2^4 + 8 l_1^2 l_2^2) + q_3 (3 l_1^3 l_2 + 2 l_1^4)}{l_2 [16 (l_1 + l_2)^2 - 4 l_2^2]} \quad 128).$$

Nachdem \mathfrak{M}_1 und die Vertikalkräfte an den Pfeilern bekannt sind, dienen die allgemeinen Gleichungen der N^o. 73 zur Bestimmung von \mathfrak{M}_x und \mathfrak{B}_x in beliebigem Querschnitt, da jedoch, wie wir gesehen haben, die Kurven \mathfrak{B} gerade Linien, die Kurven \mathfrak{M} Parabeln vorstellen, so reichen zum Auftragen der \mathfrak{B} die oben berechneten Werthe vollständig aus, zum Aufzeichnen der Kurven \mathfrak{M} genügen aber die Scheitelpunkte der Parabeln in den Oeffnungen.

Wie im Falle von 2 Oeffnungen erhält man die Abscisse des Scheitelpunkts (\mathfrak{M}_a) in der 1^{ten} Oeffnung

$$x_0 = - \frac{\mathfrak{B}_1}{q_1} \quad \dots \dots \dots 129)$$

und ist für diese Abscisse

$$\mathfrak{M}_a = \frac{\mathfrak{B}_1^2}{2 q_1} \quad \dots \dots \dots 130)$$

ebenso für die 2^{te} Oeffnung:

$$x_0 = - \frac{\mathfrak{B}_2}{q_2} \quad \dots \dots \dots 129^*)$$

und das Moment \mathfrak{M}_b für diese Abscisse nach Gl. 110) der N^o. 73

$$\mathfrak{M}_b = \mathfrak{M}_1 - \frac{q_2 x_0^2}{2} - \mathfrak{B}_2 x_0 \quad \dots \dots \dots 130^*)$$

wo für x_0 der Werth aus Gleichung 129*) einzusetzen ist.

Der grösste (negative) Werth von \mathfrak{M}_1 auf dem Pfeiler B findet nach Gleichung 126) statt, wenn $q_1 = q_2 = q$ und $q_3 = p$, wenn somit die beiden ersten Oeffnungen belastet, die letzte leer ist. Es stimmt diess mit der allgemein in N^o. 77 gefundenen Regel überein (vergl. Fig. 100, Seite 177), und erhält man für diesen Maximalwerth:

$$\max \mathfrak{M}_1 = - \frac{q (2 l_1^3 l_2 + 2 l_1^4 + 2 l_1 l_2^3 + l_2^4) - p l_1^3 l_2}{16 (l_1 + l_2)^2 - 4 l_2^2} \quad \dots \quad 126^*).$$

In der Aussenöffnung findet das (positive) Maximum des Moments statt, wenn beide Aussenöffnungen belastet sind, die Mittelöffnung aber leer ist, was aus unsern allgemeinen Betrachtungen (Nº. 77), aber auch aus Gleichung 127) hervorgeht, indem dann \mathfrak{B}_1 seinen grössten Werth hat. Man erhält hiefür:

$$\max \mathfrak{M}_a = \frac{\mathfrak{B}_1^2}{2q} = \frac{1}{2q} \left[\frac{ql_1^2(3l_1 + 6l_2) - pl_2^3}{8l_1^2 + 12l_1l_2} \right]^2 \quad . \quad . \quad 131).$$

Für die Mittelöffnung finden die grössten (positiven) Momente statt, wenn diese belastet, die Aussenöffnungen aber nicht belastet sind. Der grösste Werth fällt in die Brückenmitte, und erhält man hiefür aus Gleichung 130^a)

$$\max \mathfrak{M} = \frac{ql_2^2(2l_1 + l_2) - 2pl_1^2}{16l_1 + 24l_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 131^a).$$

Da man gewöhnlich nur mit den grössten (positiven und negativen) Momenten zu thun hat, so hat man meist nur die Belastungsfälle I, III und IV der Fig. c, Tafel V, zu berücksichtigen, und genügen dann die Gleichungen 126)—131) zur Bestimmung der Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} .

86. Wir haben für ein Beispiel in Beziehung auf das Verhältniss $\frac{l_1}{l_2}$ eine Wahl zu treffen. Man kann hier von verschiedenen Gesichtspunkten ausgehen, man könnte die Bedingung stellen, dass das Moment \mathfrak{M}_1 auf der Mittelstütze, das stets das absolute Maximum sämtlicher Momente darstellt, ein Minimum werde. Diess führt aber zu unpraktischen Verhältnissen, indem die Mittelöffnung kleiner werden müsste, als die Seitenöffnungen. Besser ist es, das Verhältniss $\frac{l_1}{l_2}$ so zu wählen, dass die Maximalmomente in den Oeffnungen, wie sie durch Gleichung 131) und 131^a) gegeben sind, nahezu gleich werden. Es ergiebt diese Bedingung je nach dem Verhältniss von $\frac{p}{q}$ verschiedene Werthe, durch Gleichsetzung der Ausdrücke für \mathfrak{M}_a und \mathfrak{M}_b (Gleichung 131) und 131^a) erhält man eine Gleichung 6^{ten} Grades, deren Lösung annähernd

$$\frac{l_2}{l_1} = 1,206 + 0,052 \frac{p}{q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 132)$$

somit schwankt das Verhältniss $\frac{l_2}{l_1}$ zwischen $\frac{5}{4}$ und $\frac{6}{5}$, und nehmen wir für das nachfolgende Beispiel

$$l_1 = \frac{4}{5} l_2.$$

Wir berechnen nach den Gleichungen der Nº. **85** die zum Auftragen der Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} nöthigen Werthe und erhalten hiefür folgende Tabelle unter Zugrundlage des Verhältnisses von $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$.

Tabelle XXII $\frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5}$ $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$.

Belastungsfall (siehe Fig. c der Tafel V.)	\mathfrak{R}_1 = — A	Vertikalkräfte am Auflager B		Auflager- druck B	M o m e n t e			Abscissen $\mathfrak{R} = 0$	
		links = \mathfrak{R}_1	rechts = \mathfrak{R}_2		auf den Pfeiler B \mathfrak{M}_1	1te Oeffnung \mathfrak{M}_a	2te Oeffnung \mathfrak{M}_b	in AB	in BC
3 Oeffnungen leer (p)	$q l_2$ — 0,0991	$q l_2$ + 0,1676	$q l_2$ — 0,1667	$q l_2$ 0,3348	$q l_2^2$ — 0,02739	$q l_2^2$ + 0,01478	$q l_2^2$ + 0,0143	$q l_2^2$ 0,297	l_2 0,5
3 Oeffnungen belastet mit q	0,2978	0,5027	0,5	1,0027	— 0,08217	0,04419	0,0428	0,297	0,5
1 und 2 mit q belastet (I.)	0,2884	0,5116	0,5328	1,0444	0,08931	0,04158	0,0526	0,288	0,533
2 und 3 mit q belastet (II.)	0,0627	0,2040	0,4671	0,6711	0,05649	0,0069	0,0526	0,188	0,467
1 und 3 mit q belastet (III.)	0,3426	0,4574	0,1667	0,6241	0,04594	0,0687	— 0,0043	0,343	0,5
2 mit q belastet (IV.)	0,0537	0,2130	0,5	0,713	0,06362	0,00493	+ 0,0614	0,161	0,5
3 mit q belastet (V.)	0,1077	0,1590	0,1389	0,2929	0,02025	0,0174	0,0066	0,323	0,402
1 mit q belastet (VI.)	0,3336	0,4663	0,1995	0,6658	0,05810	0,0557	0,0066	0,334	0,598

Die Werthe dieser Tabelle haben dazu gedient, die Kurven \mathfrak{S} und \mathfrak{M} für die verschiedenen Belastungsfälle auf Tafel V. aufzutragen; wie man sieht, giebt die Belastung der ganzen Brücke mit p und desgleichen mit q an keiner Stelle weder ein Maximum, noch ein Minimum, wir haben diese Curven aber gleichfalls eingezeichnet, weil später von denselben anderweitiger Gebrauch gemacht werden soll.

Um die Unterschiede der Kurven \mathfrak{S} und \mathfrak{M} für verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{q}$ anschaulich zu machen, ist noch nachstehende Tabelle gerechnet, welche diejenigen Belastungsfälle enthält, welche den absolut grössten Werthen von \mathfrak{M} und \mathfrak{S} (unter Annahme der Belastung ganzer Oeffnungen) entsprechen, und sind hienach die Kurven \mathfrak{S} und \mathfrak{M} für 6 verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{q}$ in Tafel V^a. aufgetragen, in ähnlicher Weise wie diess bei Trägern über 2 Oeffnungen in Tafel IV^a. geschehen ist.

Tabelle XXII^a $\frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5}$.

$\frac{p}{k}$	$\frac{p}{q}$	A	B	max \mathfrak{M} für AB	\mathfrak{M} für B	max \mathfrak{M} für BC	Abscisse $\mathfrak{S} = 0$ für AB für BC	
I. Belastung der Mittelöffnung.								
∞	1	$0,297 \frac{l_2 q}{l_1}$	$1,008 \frac{l_2 q}{l_1}$	$0,044 \frac{q l_1^2}{l_2}$	$0,0824 \frac{q l_1^2}{l_2}$	$0,0430 \frac{q l_1^2}{l_2}$	$0,297 \frac{l_2}{l_1}$	$0,5 \frac{l_2}{l_1}$
2	$\frac{2}{3}$	0,175	0,858	0,0229	0,0728	0,0520	0,262	0,5
1	$\frac{1}{2}$	0,114	0,785	0,013	0,0688	0,0566	0,220	0,5
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,078	0,742	0,0076	0,0656	0,0594	0,195	0,5
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,054	0,713	0,00433	0,0635	0,0614	0,161	0,5
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,005	0,655	0,00006	0,06	0,0650	0,025	0,5
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	-0,027	0,617	0,0033	0,0578	0,0675	-0,243	0,5

Fortsetzung von Tabelle XXII* $\frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5}$.

$\frac{p}{k}$	$\frac{p}{q}$	A	B	max \mathfrak{M} für AB	\mathfrak{M} für B.	max \mathfrak{M} für BC	Abscisse $\mathfrak{B} = 0$ für AB für BC	
II. Belastung beider Aussenöffnungen.								
∞	1	$0,297^{l_2 q}$	$1,003^{l_2 q}$	$0,0440^{ql_2^2}$	$0,0824^{ql_2^2}$	$0,0430^{ql_2^2}$	$0,297^{l_2}$	$0,5^{l_2}$
2	$\frac{2}{3}$	0,32	0,814	0,0512	0,0680	0,0191	0,32	0,5
1	$\frac{1}{2}$	0,331	0,719	0,0547	0,0550	0,0073	0,331	0,5
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,338	0,662	0,0571	0,0496	0,0000	0,338	0,5
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,342	0,624	0,0587	0,0459	−0,0043	0,343	0,5
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,351	0,549	0,0612	0,0400	−0,0139	0,351	0,5
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$	0,357	0,498	0,0637	0,0340	−0,0200	0,357	0,5
III. Belastung der Mittelöffnung und einer Aussenöffnung (A B).								
∞	1	$0,297^{l_2 q}$	$1,003^{l_2 q}$	$0,044^{ql_2^2}$	$0,0824^{ql_2^2}$	$0,0430^{ql_2^2}$	$0,297^{l_2}$	$0,5^{l_2}$
2	$\frac{2}{3}$	0,2928	1,0238	0,0429	0,0858	0,0482	0,293	0,517
1	$\frac{1}{2}$	0,2906	1,0342	0,0423	0,0875	0,0507	0,291	0,525
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	0,2893	1,0405	0,0418	0,0886	0,0520	0,289	0,53
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0,2884	1,0444	0,0415	0,0893	0,0526	0,288	0,533
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	0,2866	1,0530	0,0412	0,0907	0,0554	0,287	0,54
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{9}$	0,2854	1,0586	0,0411	0,0917	0,0562	0,285	0,544

87. Aus den graphischen Darstellungen der Tafel V^a. ist ersichtlich, wie die in Gleichung 126^a), 131) und 131^a) berechneten Momente für die Oeffnungen, beziehungsweise Mittelpfeiler die grössten Werthe darstellen. Um die Verhältnisse $\frac{l_1}{l_2}$ zu vergleichen, berechnen wir diese 3 Maximalwerthe für verschiedene Anordnungen, indem wir das Verhältniss $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$ zu Grunde legen. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle XXIII. zusammengestellt.

Tabelle XXIII.

Maximalwerthe für 3 Oeffnungen. $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$

Verhältniss $\frac{l_1}{l_2} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
Mmax \mathfrak{M} in BC	ql^2 0,0595	ql^2 0,0613	ql^2 0,0612	ql^2 0,0610	ql^2 0,0606	ql^2 0,0593	ql^2 0,0584
Mmax \mathfrak{M} in B	0,0729	0,0852	0,0893	0,0922	0,0963	0,0991	0,1111
Mmax \mathfrak{M} in AB	0,0146	0,0509	0,0641	0,0584	0,0711	0,0745	0,0937

Um aber diese Werthe richtig mit einander vergleichen zu können, muss man sie auf eine gleiche Gesamtweite L sämtlicher Oeffnungen reduciren. Wir haben $L = 2 l_1 + l_2$, woraus

$$l_2 = \frac{L}{2 \frac{l_1}{l_2} + 1}$$

Nimmt man als Massstab eine gleiche Weite sämtlicher Oeffnungen, so dass $l = \frac{L}{3}$, so ist

$$l_2 = \frac{3l}{2 \frac{l_1}{l_2} + 1}$$

und um unsere in Function von l_2 ausgedrückten Werthe nunmehr in Function von l auszudrücken, müssen wir sämtliche

Werthe der Tafel mit $\left(\frac{3}{2 \frac{l_1}{l_2} + 1} \right)^2$ multipliciren.

Hiedurch erhält man folgende Zusammenstellung:

Tabelle XXIV. $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$.

$\frac{l_1}{l_2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
Mmax \mathfrak{M} in BC	ql^2 0,1338	ql^2 0,088	ql^2 0,0814	ql^2 0,0769	ql^2 0,0721	ql^2 0,0679	ql^2 0,0584
Mmax \mathfrak{M} in B	0,1640	0,1231	0,1188	0,1172	0,1146	0,1134	0,1111
Mmax \mathfrak{M} in AB	0,0328	0,0733	0,0777	0,0808	0,0845	0,0858	0,0937

Aus der letzern Tabelle ersehen wir, dass das Verhältniss $\frac{l_1}{l_2} = 1$ die niedrigsten Máximalmomente giebt; dass dagegen die Verhältnisse $\frac{4}{5} - \frac{5}{6}$ wie zu erwarten, die geringsten Differenzen in den Momentenwerthen zeigen. — Im Allgemeinen stehen sich nach dieser Anschauung die einzelnen Verhältnisse bezüglich des Materialverbrauchs ziemlich nahe und werden andere Rücksichten die Wahl der Spannweiten entscheiden; wir haben schon in N°. 86 entwickelt, warum wir, insolange nicht andere Bedingungen die Einteilung vorschreiben, das Verhältniss $\frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5} - \frac{5}{6}$ vorziehen.

Zur Beurtheilung der grössten Angriffsmomente bestehender Brücken von beliebiger Spannweite und verschiedenen Verhältnissen der Oeffnungen dient nebenstehende Tabelle XXV., auf welche wir auch bei Beurtheilung des Einflusses der Continuität zurückkommen werden.

88. Bei den oben angenommenen Belastungen ganzer Oeffnungen erhalten wir die grössten Maximas der \mathfrak{M} und \mathfrak{B} wieder nur für einzelne Trägertheile oder Punkte, und haben wir noch zu untersuchen, welche Ergänzungen in unseren graphischen Darstellungen Tafel V. und V*. in dieser Beziehung noch vorzunehmen sind.

Bezüglich der Vertikalkräfte geben nach früheren Regeln die Figuren d und e der Tafel V. diejenigen Belastungen, bei welchen im Querschnitt x der 1^{ten}, beziehungsweise 2^{ten} Oeffnung Minima oder Maxima \mathfrak{B} eintreten.

Wir könnten wieder wie diess bei 2 Oeffnungen geschehen, Formeln für max \mathfrak{B}_x aufstellen, es ist aber ebenso einfach, nach Massgabe des Entwicklungsganges der N°. 73 die Werthe R_1 , \mathfrak{M}_1 , \mathfrak{B}_1 , \mathfrak{B}_x der Reihe nach zu berechnen, wobei wir die weitere Vereinfachung eintreten lassen, dass wir vom Eigengewicht absehen, und dieses dadurch berücksichtigen, dass wir die für \mathfrak{B}_x max gefundenen Werthe nicht von der Abscissenaxe aus, sondern von der Kurve der \mathfrak{B} für das Eigengewicht an abtragen, wesshalb letztere Kurve in die graphische Darstellung aufgenommen ist.

Tabelle XXV.
Werthe von Max M_B für 3 Oeffnungen.

$\frac{l_1}{l_2} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
$\frac{p}{q} = 1$	$0,0703^{ql_2^2}$	$0,0789^{ql_2^2}$	$0,0824^{ql_2^2}$	$0,0845^{ql_2^2}$	$0,0879^{ql_2^2}$	$0,0900^{ql_2^2}$	$0,1000^{ql_2^2}$
$\frac{2}{4}$	0,0713	0,0813	0,0848	0,0874	0,0911	0,0934	0,1042
$\frac{2}{3}$	0,0716	0,0821	0,0858	0,0882	0,0921	0,0946	0,1055
$\frac{1}{2}$	0,0723	0,0836	0,0875	0,0903	0,0943	0,0968	0,1083
$\frac{2}{5}$	0,0725	0,0846	0,0886	0,0915	0,0956	0,0981	0,1100
$\frac{1}{3}$	0,0729	0,0855	0,0893	0,0922	0,0964	0,0991	0,1111
$\frac{1}{4}$	0,0732	0,0860	0,0902	0,0932	0,0974	0,1002	0,1125
$\frac{1}{5}$	0,0734	0,0865	0,0907	0,0938	0,0981	0,1009	0,1133
$\frac{1}{7}$	0,0737	0,0870	0,0914	0,0945	0,0988	0,1017	0,1143
$\frac{1}{9}$	0,0738	0,0873	0,0917	0,0948	0,0993	0,1021	0,1148

a) Berechnung der Max — M der 1ten Oeffnung:

Wir erhalten zunächst aus Gleichung II. der No. 85 welche für jede Belastung eines continuirlichen Trägers über 3 Oeffnungen gültig ist, indem wir $l_1 = l_2$ einsetzen:

$$M_1 = \frac{3,6 R_1 - R_2}{11,96} \quad \dots \quad I$$

und ist zu setzen, da die 1te Oeffnung von x bis l mit k , die 2te Oeffnung nicht, die 3te ganz mit k belastet ist, nach Gleichung 107) (vergl. Fig. d Tafel V.):

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= - \int_x^l k dg \cdot g (1+g) (1-g) = - \frac{k}{4l_1} \left[l_1^4 - x^2 (2l_1^2 - x^2) \right] \\ R_2 &= - \frac{kl_1^3}{4} \end{aligned} \right\} \quad II.$$

sodann ist nach Gleichung 108

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{1}{l_1} \left[-\mathfrak{M}_1 - \frac{k}{2} (1-x)^2 \right] = \mathfrak{B}_x \dots \dots \dots \text{III.}$$

womit Alles gefunden ist.

Die Resultate der Rechnung zeigt folgende kleine Tabelle:

Max — \mathfrak{B} 1^{te} Oeffnung.

x	R ₁	R ₂	\mathfrak{M}_1	$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_x$
0,0 l ₂	— 0,0853	— 0,0853	— 0,01855	— 0,2435
0,2 >	0,0750	>	— 0,0154	— 0,1307
0,4 >	0,0480	>	— 0,0073	— 0,0575
0,6 >	0,0163	>	+ 0,0022	— 0,0195
0,8 >	0,0	>	+ 0,00713	— 0,0089

Die durch die \mathfrak{B}_x dargestellte Kurve schliesst sich für die Abscisse $x = 0$ an die Kurve \mathfrak{B} des Belastungsfalls III tangentiell an, für $x = l$ an die Kurve \mathfrak{B} des Falls V (s. Fig. b, Tafel V.).

Ganz in ähnlicher Weise könnte man die Kurve max + \mathfrak{B} ableiten, man erhält dieselbe aber direct durch die Betrachtung, dass die Belastungen für max — \mathfrak{B} und max + \mathfrak{B} sich nach Fig. d zur Gesamtbelastung aller 3 Oeffnungen mit q ergänzen. Man braucht also nur die Werthe \mathfrak{B}_x der eben berechneten Tabelle als Ordinaten von der Kurve \mathfrak{B} für die Gesamtbelastung nach abwärts zu tragen, um sofort die gesuchte Kurve max + \mathfrak{B} zu erhalten. Die Kurve max + \mathfrak{B} schliesst sich an den Auflagern tangentiell an die Kurve \mathfrak{B} für Belastungsfall IV und I an.

b) Berechnung max — \mathfrak{B} der 2^{ten} Oeffnung.

Wir erhalten unter Zugrundlage von Fig. e der Tafel V. der Reihe nach aus den Formeln No. II der No. 85 und 107) folgende Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M}_1 &= \frac{3,6 R_1 - R_2}{11,96} \\ \mathfrak{M}_2 &= \frac{3,6 R_2 - R_1}{11,96} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= -\frac{1}{4} k l_1^3 - \frac{k}{4 l_2} \left[l_2^4 - x^2 (2 l_2 - x)^2 \right] \\ R_2 &= -\frac{k}{4 l_2} \left[l_2^4 - x^2 (2 l_2^2 - x^2) \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{V.}$$

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{1}{l_2} \left[\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2 - \frac{k}{2} (l_2 - x)^2 \right] = \mathfrak{B}_x \dots \dots \dots \text{VI.}$$

Es ergeben sich folgende Zahlenwerthe:

Max = \mathfrak{S} 2^{te} Oeffnung:

$x =$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0 $\cdot l_2$
max $\mathfrak{S}_x =$	-0,3661	-0,2429	-0,1454	-0,0788	-0,0429	-0,0328

und können diese Werthe wieder zum Auftragen der Kurve $-\mathfrak{S}$ max und $+\mathfrak{S}$ max benützt werden, je nachdem man dieselben zur Kurve \mathfrak{S} vom Eigengewicht herrührend addirt, resp. von der aus der Gesamtbelastung herrührenden abzieht.

Die Kurven Max + \mathfrak{S} und $-\mathfrak{S}$ liegen in Folge symmetrischen Anordnung des Trägers symmetrisch zur Trägermitte.

Die Maximalmomente für theilweise Belastung einzelner Oeffnungen treten nur ein in den Trägerstücken zwischen den Inflectionspunkten und der Mittelstütze, also für die 1^{te} Oeffnung im Theile J'_1B , für die 2^{te} im Abschnitt BJ_2 (Fig. a der Tafel V.) und ist zunächst die Lage der Inflectionspunkte J zu bestimmen.

Man erhält aus Gleichung 113^b) und 113^c) (Seite 168), indem wir $l_1 = l_2 = 0,8l_2$ setzen:

$$\mu'_3 = \infty \quad \mu_2 = 2 \left(1 + \frac{l_1}{l_2} \right) = 3,6 \quad \mu_3 = 2 + \frac{l_2}{l_3} \left(2 - \frac{1}{\mu_2} \right) = 4,152,$$

ebenso

$$\mu'_3 = \infty \quad \mu'_2 = 3,6 \quad \mu'_1 = 4,152,$$

und hieraus die Abscissen der Inflectionspunkte nach den Gleichungen 114) und 114^a) (Seite 171)

$$a_1 = l_1 \frac{1}{1 + \mu_1} = 0, \quad a_2 = l_2 \frac{1}{1 + \mu_2} = 0,21736l_2, \quad a_3 = 0,1941l_3,$$

ebenso

$$a'_1 = l_1 \frac{\mu'_1}{1 + \mu'_1} = 0,8059l_1, \quad a'_2 = 0,78264l_2, \quad a'_3 = l_3.$$

Wie zu erwarten liegen die Inflectionspunkte symmetrisch zur Trägermitte.

Das Max $-\mathfrak{M}$ im Trägerstück J'_1B der ersten Oeffnung tritt ein (Fig. f Tafel V.), wenn das Stück g_x der 1^{ten} Oeffnung und die 2^{te} Oeffnung belastet sind. Für die Beitragstrecke g_x erhalten wir aus Gleichung 115^b (Seite 179)

$$g_x = l_1 \sqrt{1 + \mu'_1 - \mu'_1 \frac{l_1}{x}} = l_1 \sqrt{5,152 - 4,152 \frac{l_1}{x}} \quad \text{VII.}$$

Indem wir wieder bloss wie bei Berechnung der Vertikalkräfte den Einfluss der Ueberlast k in Betracht ziehen, erhalten wir nach bekannter Weise die folgenden Gleichungen:

$$\mathfrak{M}_1 = - \frac{3,6 R_1 - R_2}{11,96} \quad \text{VIII.}$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= - \frac{k}{l_1} \frac{g^2}{4} (2l_1^2 - g^2) - \frac{1}{4} k l_2^2 \\ R_2 &= - \frac{1}{4} k l_2^2 \end{aligned} \right\} \quad \text{IX.}$$

wo der Einfachheit halber g statt g_x gesetzt ist.

$$\mathfrak{S}_1 = \frac{1}{l_1} \left[-\mathfrak{M}_1 - k \frac{g}{2} (2l_1 - g) \right] \quad \text{X.}$$

$$\mathfrak{M}_x = -\mathfrak{S}_1 x - k g \left(x - \frac{g}{2} \right)$$

und den Werth von \mathfrak{S}_1 substituirt:

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_1 \frac{x}{l_1} - \frac{k g^2}{2} \left(\frac{x}{l_1} + 1 \right) \quad \text{XI.}$$

woraus folgende Tabelle:

max — \mathfrak{M}_x 1^{te} Oeffnung:

x	g_x	R_1	R_2	\mathfrak{M}_1	\mathfrak{M}_x
$0,6447l_2$ ($=0,8059l_1$)	$0,0l_2$	$-0,1667$	$-0,1667$	$-0,086$	$-0,029$
0,7	0,514	0,2225	>	$-0,053$	$-0,0854$
0,75	0,68	0,2453	>	$-0,0599$	$-0,0465$
$0,8l_2$ ($=l_1$)	0,8	0,2519	>	$-0,0619$	$-0,0619$

Die Werthe der letzten Kolonne ergeben die gesuchten Kurven max — \mathfrak{M}_x , indem man dieselben von den Kurvenpunkten für Belastung des ganzen Trägers mit p nach unten aufrägt. — In gleicher Weise erhält man aber noch mit Hülfe derselben die Kurve max + \mathfrak{M}_x indem man von der Kurve für Belastung des ganzen Trägers mit q ausgehend, die Werthe nach oben zuschlägt. Es trifft nämlich, auch bezüglich der \mathfrak{M}_x zu, dass die Belastungen, welche dem max — \mathfrak{M} und max + \mathfrak{M} entsprechen, sich zur Gesamtbelastung ergänzen. (vergl. Fig. f.)

In ähnlicher Weise ergeben sich auch die Maxima — \mathfrak{M} für die 2^{te} Oeffnung; dasselbe tritt im Querschnitt x des Trägerstücks BJ_2 (vergl. Fig. g) dann ein, wenn die 1^{te} Oeffnung ganz, in der 2^{ten} Oeffnung das Stück von g_x bis zur Stütze C, die 3^{te} Oeffnung nicht belastet ist, und erhält man zunächst aus Gleichung 115) (Seite 176) indem man $\mu = \mu' = 3,6$ setzt, für g_x die Gleichung:

$$g_x^2 (9,2x - 4,6l_2) + g_x l_2 (6,2l_2 - 4,6x) - 11,96 x l_2^2 = 0 \quad \text{. . . XII.}$$

sodann wie oben der Reihe nach

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= -\frac{1}{4} k l_1^2 - \frac{k}{4 l_2} \left[l_2^4 - g^2 (2l_2 - g)^2 \right] \\ R_2 &= -\frac{k}{4 l_2} \left[l_2^4 - g^2 (2l_2^2 - g^2) \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{. XIII.}$$

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{3,6 R_1 - R_2}{11,96} \quad \mathfrak{M}_2 = \frac{3,6 R_2 - R_1}{11,96} \quad \text{. XIV.}$$

$$\mathfrak{S}_2 = \frac{1}{l_2} \left[\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2 - \frac{k}{2} (l_2 - g)^2 \right] \quad \text{. XV.}$$

$$\mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_1 - \mathfrak{S}_2 x$$

oder nach einigen Reductionen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_x &= \mathfrak{M}_1 - \frac{x}{l_2} \left[\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_2 - \frac{k}{2} (l_2 - g)^2 \right] \\ &= \mathfrak{M}_2 - \frac{x}{l_2} \left[0,3846 (R_1 - R_2) - \frac{k}{2} (l_2 - g)^2 \right] \quad \text{. . . XVI.} \end{aligned}$$

woraus folgende Tabelle:

max — \mathfrak{M}_x 2te Oeffnung:

x	g_x	R_1	R_2	\mathfrak{M}_1	\mathfrak{M}_x
0,0 l_2	0	—0,252	—0,1667	0,0619	0,0619
0,05	0,103	0,245	0,1628	0,0601	0,0453
0,1	0,248	0,2205	0,1468	0,0541	0,0324
0,15	0,438	0,1740	0,1089	0,0416	0,02204
0,21736	1,0	0,0853	0	0,02567	0,0185

Die Werthe \mathfrak{M}_x dienen in gleicher Weise zur Bestimmung von max — \mathfrak{M} , wie + \mathfrak{M} , indem man wie bei der ersten Oeffnung von den Kurven für Minimal- und Maximalbelastung der 3 Oeffnungen ausgeht.

Die Resultate obiger Berechnungen sind nun in Tafel V eingetragen, ebenso sind in Tafel V^a die absolut grössten Werthe der Maxima \mathfrak{M} und \mathfrak{B} für verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{q}$ zur Anschauung gebracht und ersieht man hieraus, dass ganz in ähnlicher Weise, wie bei 2 Oeffnungen die Kurven max \mathfrak{M} nur sehr wenig von der Kurve \mathfrak{M} für Belastung ganzer Oeffnungen abweichen, dass aber für die Kurve \mathfrak{B} die Abweichung bedeutender ist.

Aus den in N^o. 81 näher entwickelten Gründen genügt es desshalb für die praktische Anwendung auch im Falle von 3 Oeffnungen, wenn die Grenzwerte für \mathfrak{M} , soweit dieselben von den Kurven für Belastung ganzer Oeffnungen abweichen, (nämlich auf den Trägerstücken zunächst der Mittelstütze zwischen den Inflectionspunkten), nach dem Augenmass nach Anleitung der Tafel V^a. ergänzt werden. Bezüglich der \mathfrak{B} genügt wieder die Bestimmung des Punktes der grössten Abweichung, welcher für das

Verhältniss $\frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5}$ folgende Werthe erhält:

1^{te} Oeffnung, Abscisse = $0,352 l_2 = 0,44 l_1$
grösste Abweichung vom Belastungsfall III, V,
respective IV, I = $0,118 kl_1$.

2^{te} Oeffnung, Abscisse = $0,5 l_2$
grösste Abweichung vom Belastungsfall I, VI,
respective V, II = $0,113 kl_2$.

Für andere Verhältnisse $\frac{l_1}{l_2}$ sind diese Werthe aus den Gleichungen III und VI, 127) und 128), zu berechnen.

89. Liegen bei einem Träger über 3 Oeffnungen die Stützpunkte nicht in gleicher Höhe, so ergeben unsere allgemeinen Formeln der N^o. **73** ebenso einfach die Grössen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} , indem wir nur für die R die modificirten Werthe einführen:

Nehmen wir an, der Träger sei symmetrisch unterstützt, somit $l_1 = l_3$, und ist ferner die Senkung der beiden Mittelstützen gleich gross, so dass $c_1 = c_2 = s$, $c = c_3 = 0$, so erhalten wir aus der Gleichung 107), indem man die Belastungen der Fig. 108 zu Grund legt:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 6E\Theta \frac{s}{l_1} - \frac{1}{4}q_1 l_1^3 - \frac{1}{4}q_3 l_3^3 \\ R_2 &= 6E\Theta \frac{s}{l_1} - \frac{1}{4}q_2 l_2^3 - \frac{1}{4}q_3 l_1^3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{I.}$$

und wenn man zur Vereinfachung setzt:

$$s = \kappa_1 \frac{l_1^4}{24E\Theta} \dots \dots \dots \text{II.}$$

so reduciren sich diese Ausdrücke auf folgende:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{4}(\kappa_1 l_1^3 - q_1 l_1^3 - q_3 l_1^3) \\ R_2 &= \frac{1}{4}(\kappa_1 l_1^3 - q_2 l_2^3 - q_3 l_1^3) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \text{III.}$$

und diess in die für 3 Oeffnungen allgemein gültige Gleichung II. der N^o. **85** eingesetzt giebt

$$\mathfrak{M}_1 = - \frac{q_1 (2l_1^4 + 2l_1^3 l_2) + q_2 (2l_2^3 l_1 + l_2^4) - q_3 l_1^3 l_2 - \kappa_1 (2l_1^4 + l_1^3 l_2)}{16 (l_1 + l_2)^2 - 4l_2^2} \quad 133).$$

\mathfrak{M}_2 erhält man durch Vertauschung von q_1 mit q_3 . Sodann erhält man die Vertikalkraft am Auflager A nach Gleichung 108):

$$\mathfrak{S}_1 = -A = - \frac{q_1 (14l_1^3 l_2 + 6l_1^2 l_2^2 + 6l_1^4) - q_2 (l_2^4 + 2l_1 l_2^3) + q_3 l_1^3 l_2 + \kappa_1 (l_1^3 l_2 + 2l_1^4)}{l_1 [16 (l_1 + l_2)^2 - 4l_2^2]} \quad 134$$

ferner die Vertikalkraft am Pfeiler B links desselben

$$\mathfrak{S}'_1 = \mathfrak{S}_1 + q_1 l_1 \dots \dots \dots 134^a)$$

und die Vertikalkraft rechts am Pfeiler B

$$\mathfrak{S}_2 = - \frac{q_1 (3l_1^3 l_2 + 2l_1^4) - q_3 (3l_1^3 l_2 + 2l_1^4) + q_2 (16l_1 l_2^3 + 6l_2^4 + 8l_1^2 l_2^2)}{l_2 [16 (l_1 + l_2)^2 - 4l_2^2]} \quad 135)$$

somit unabhängig von der Senkung der Stützpunkte und gleich dem Werth der Gleichung 128, was mit der symmetrischen Anordnung des Trägers zusammenhängt.

Nachdem obige Werthe bekannt, findet man durch die gleiche Betrachtung wie bei gleichhohen Stützen (N^o. 85) die Abscissen und Ordinaten der Maxima \mathfrak{M} in den Oeffnungen, und ist hienach im Stande eine graphische Darstellung analog der in Tafel V resp. V^a gegebenen aufzutragen, und sollte bei Berechnung eines bestimmten Beispiels eine solche nicht versäumt werden, da sie bei den etwas complicirten Rechnungen als Kontrolle dient und ein klareres Bild giebt, als blosse Formeln, oder die Werthe einzelner Momente.

90. Aus Gleichung 133) überzeugt man sich, dass gerade wie bei horizontaler Stützlage das Moment \mathfrak{M}_1 dann am grössten ist, wenn q_1 und q_2 den grössten Werth q , und q_3 seinen kleinsten Werth p hat und ist für diesen Fall

$$\text{Max } \mathfrak{M}_1 = \frac{q(2l_1^3 l_2 + 2l_1^4 + l_2^4 + 2l_1 l_2^3) - pl_1^3 l_2 - x_1(l_1^3 l_2 + 2l_1^4)}{16(l_1 + l_2)^2 - 4l_2^2} \quad 136)$$

durch die Senkung der Stütze B wird das Moment verringert und geht in den Werth der Gleichung 126) über, wenn $x_1 = 0$ gesetzt wird.

Ganz ebenso wie im Falle der horizontalen Lage sämtlicher Stützen lässt sich nachweisen, dass das grösste Moment in AB dann am grössten ist, wenn beide Aussenöffnungen belastet sind, das Moment in BC dann, wenn nur die Mittelöffnung belastet ist.

Man erhält für diese beiderlei Fälle

Grösstes Angriffsmoment in AB

$$\text{Mmax } \mathfrak{M}_a = \frac{A^2}{2q_1} = \frac{1}{2q} \left[\frac{ql_1^2(3l_1 + 6l_2) - pl_2^3 + x_1 l_1^3}{8l_1^3 + 12l_1 l_2} \right]^2 \quad 137)$$

Grösstes Moment in BC

$$\text{Mmax } \mathfrak{M}^b = \frac{ql_2^2(2l_1 + l_2) - 2pl_1^3 + 2x_1 l_1^3}{16l_1 + 24l_2} \quad 138)$$

Diese beiden Maximalmomente nehmen mit der Senkung der Stützpunkte zu und gehen in den Werth der Gleichung 131) und 131^a) über, wenn man $x_1 = 0$ setzt. Den grössten Vortheil der Senkung der Stützpunkte hat man dann, wenn man das Verhältniss der Spannweiten $l_1 : l_2$ und die Senkung so wählt, dass die durch die Gleichungen 136)–138) bestimmten 3 Maximalwerthe einander gleich werden. — Herr Mohr (Hannov. Bauzeitung 1860) hat hiefür die Näherungs-Formel berechnet

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{1,13} + \frac{1}{25} \frac{p}{q} \quad 139)$$

bei Annahme dieses Verhältnisses kann man durch Combination vorstehender Gleichungen 136) und 138) denjenigen Werth der Grösse x_1 finden, für welchen die günstigste Senkung der Mittelstützen eintritt. Diese Senkung selbst findet sich dann nach Gleichung II der N^o. 89.

Wenn ein anderes Verhältniss der Spannweiten besteht, so muss man sich auf diejenige Senkung der Mittelstützen beschränken, durch welche die beiden grössten der 3 Maximalmomente einander gleich werden, ist $\frac{l_1}{l_2} > \left(\frac{1}{1,13} + \frac{1}{25} \frac{p}{q} \right)$, so ist $M_{\max} \mathfrak{M}_a > M_{\max} \mathfrak{M}_b$, und es wird dann durch Combination der Gleichungen 136) und 137) die Bedingungsgleichung für x_1 erhalten:

$\text{Max } \mathfrak{M}_a > M_{\max} \mathfrak{M}_b$ oder

$$(2l_1 + l_2) [ql_1^2 (3l_1 + 6l_2) - pl_2^3 + x_1 l_1^3]^2 = 8l_1^2 q (2l_1 + 3l_2) [q (2l_1^3 l_2 + 2l_1^4 + l_2^4 + 2l_1 l_2^3) - pl_1^3 l_2 - x_1 (l_1^3 l_2 + 2l_1^4)] \quad . \quad . \quad 140)$$

Ist $\frac{l_1}{l_2} < \left(\frac{1}{1,13} + \frac{1}{25} \frac{p}{q} \right)$, so ist $M_{\max} \mathfrak{M}_b > M_{\max} \mathfrak{M}_a$ und es wird durch Combination der Gleichungen 133) und 135) die Bedingung erhalten:

$\text{Max } \mathfrak{M}_a = M_{\max} \mathfrak{M}_b$ oder

$$x_1 = \frac{4ql_1^4 + 4pl_1^4 + 4ql_1^3 l_2 - 4ql_1^2 l_2^2 + ql_2^4}{4 (2l_1^4 + l_2 l_1^3)} \quad . \quad . \quad 140^a)$$

In der folgenden Tabelle XXVI. sind für verschiedene Verhältnisse $\frac{l_1}{l_2}$ und $\frac{p}{q}$ die Hilfsgrösse x_1 und das grösste Angriffsmoment \mathfrak{M}_1 aus den Gleichungen 136) - 140) berechnet.

Eine Vergleichung der Tabellen XXV. und XXVI. ergibt, dass bei der vortheilhaften Senkung der Stützpunkte das Moment auf der Mittelstütze um 10–25% sich verringert. Aus Tabelle XXVI. ist auch der Werth der Grösse x_1 zu entnehmen, für welchen je 2 der grössten Momente gleich werden. Die zugehörige Senkung der Mittelstützen erhält man aus der Gleichung II. der N^o. 89.

$$s = x_1 \frac{l_1^4}{24E\Theta} = x_1 \frac{l_2^4}{24E\Theta} \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^4 \quad . \quad . \quad . \quad 141)$$

Als Beispiel wählen wir, wie in N^o. 84 geschehen, einen Träger von der Höhe H , dessen Trägheitsmoment darnach bemessen ist, dass das grösste Angriffsmoment in der äussersten Faser eine Spannung $\mathfrak{A} = 600$ Kilo hervorbringt. Nun ist nach Gleichung 31)

$$\Theta = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{A}} \frac{H}{2}$$

und indem wir $H = \frac{1}{10} \frac{2l_1 + l_2}{3}$, d. h. gleich $\frac{1}{10}$ der mittleren Spannweite der 3 Oeffnungen setzen, erhalten wir nach einigen Reductionen

$$s = x_1 l_2^3 \frac{\left(\frac{l_1}{l_2} \right)^4}{1200 \mathfrak{M} \left(2 \frac{l_1}{l_2} + 1 \right)}$$

Tabelle XXVI.

Grösstes Angriffsmoment M_1 bei günstigster Senkung der Auflager einer Brücke von 3 Oeffnungen.

$\frac{l_1}{l_2} =$		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
$\frac{p}{q} = 1$	Max $\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	ql_2^2 0,0625 1,009	ql_2^2 0,0625 0,704	ql_2^2 0,0625 0,707	ql_2^2 0,0625 0,712	ql_2^2 0,0625 0,72	ql_2^2 0,0665 0,62	ql_2^2 0,0859 0,284
$\frac{3}{4}$	Max $\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0639 0,95	0,0665 0,63	0,0673 0,63	0,0676 0,64	0,0681 0,65	0,0718 0,57	0,0907 0,27
$\frac{2}{3}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0644 0,92	0,0681 0,60	0,0691 0,60	0,0696 0,61	0,0706 0,61	0,0737 0,55	0,0925 0,26
$\frac{1}{2}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0654 0,875	0,0708 0,55	0,0722 0,55	0,0730 0,56	0,0745 0,56	0,0771 0,52	0,0958 0,25
$\frac{2}{5}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0660 0,85	0,0724 0,52	0,0741 0,52	0,0751 0,53	0,0768 0,53	0,0792 0,50	0,0980 0,24
$\frac{1}{3}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0665 0,82	0,0735 0,50	0,0754 0,50	0,0765 0,51	0,0785 0,51	0,0805 0,49	0,0997 0,23
$\frac{1}{4}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0670 0,80	0,0748 0,47	0,0771 0,47	0,0781 0,48	0,0805 0,48	0,0824 0,47	0,1010 0,23
$\frac{1}{5}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0672 0,80	0,0757 0,46	0,0777 0,46	0,0793 0,47	0,0815 0,47	0,0834 0,46	0,1018 0,23
$\frac{1}{7}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0675 0,78	0,0767 0,44	0,0791 0,44	0,0809 0,44	0,0829 0,45	0,0846 0,45	0,1033 0,22
$\frac{1}{6}$	$\mathfrak{M}_1 =$ $x_1 =$	0,0675 0,78	0,0772 0,43	0,0797 0,43	0,0815 0,43	0,0837 0,44	0,0854 0,44	0,1148 0,22

Nachstehende Tabelle XXVII. ist nach dieser Formel berechnet und sind zugleich in derselben diejenigen Spannweiten eingetragen, welche aus Gleichung 104) sich ableiten. Es werden zwar

für verschiedene Verhältnisse $\frac{l_1}{l_2}$ die Gewichte der Brücken bei gleicher Weite der Mittelöffnung verschiedene sein, sonach die Verhältnisse $\frac{p}{q}$ nicht immer denselben Spannweiten l_2 entsprechen,

Tabelle XXVII.
Günstigste Senkung für 3 Oeffnungen.

Weite der Mit- telöff- nung l_2	$\frac{l_1}{l_2} =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{9}{10}$	1
—	$\frac{p}{q} = 1$	$0,00042 \frac{l_2}{s}$	$0,00119 \frac{l_2}{s}$	$0,00148 \frac{l_2}{s}$	$0,00171 \frac{l_2}{s}$	$0,00205 \frac{l_2}{s}$	$0,00182 \frac{l_2}{s}$	$0,00092 \frac{l_2}{s}$	—
—	$\frac{3}{4}$	0,00039 —	0,00100 —	0,00123 —	0,00142 —	0,00169 —	0,00155 —	0,00083 —	—
175m	$\frac{2}{3}$	0,00037 6,58 C.	0,00093 16,27	0,00114 19,98	0,00132 23,09	0,00153 26,77	0,00146 25,32	0,00078 13,65	—
100	$\frac{1}{2}$	0,00035 3,50 C.	0,00082 8,20	0,00100 10,00	0,00115 11,5	0,00133 13,3	0,00132 13,20	0,00072 7,25	—
70	$\frac{2}{5}$	0,00033 2,31 C.	0,00076 5,32	0,00092 6,44	0,00106 7,42	0,00123 8,61	0,00123 8,61	0,00068 4,76	—
45	$\frac{1}{3}$	0,00032 1,44 C.	0,00072 3,24	0,00087 3,91	0,00100 4,50	0,00115 5,17	0,00119 5,45	0,00064 2,88	—
25	$\frac{1}{4}$	0,00031 0,78 C.	0,00066 1,65	0,00080 2,00	0,00092 2,30	0,00106 2,65	0,00111 2,78	0,00063 1,58	—
18	$\frac{1}{5}$	0,00031 0,56 C.	0,00064 1,15	0,00078 1,40	0,00089 1,60	0,00102 1,84	0,00108 1,94	0,00063 1,13	—
12	$\frac{1}{7}$	0,00030 0,36 C.	0,00061 0,73	0,00073 0,87	0,00082 0,98	0,00099 1,19	0,00104 1,25	0,00059 0,71	—
8	$\frac{1}{9}$	0,00030 0,24 C.	0,00059 0,47	0,00071 0,57	0,00079 0,63	0,00093 0,74	0,00101 0,81	0,00053 0,42	—

doch ist für vorläufige Rechnungen und (durch Interpolation) für die meisten praktischen Fälle die günstigste Senkung genau genug bestimmt.

Die Tabellen XXV.—XXVII. geben zugleich wieder ein Bild von dem Einfluss, den eine absichtliche oder fehlerhafte Differenz in der Auflagerhöhe auf die Grösse der Angriffsmomente M ausübt. Es bestimmen sich hiedurch (wie in N°. 84 für 2 Oeffnungen) gewisse Grenzen, innerhalb welcher die Continuität der Träger unbedenklich ist. Indem man nämlich für die Grenzen, zwischen denen s in der Ausführung schwanken kann, die Momente M berechnet, erhält man Verhältnisszahlen für die Schwankungen der grössten Längenspannung, und können diese Grenzwerte annähernd aus den Tabellen XXV.—XXVII. abgeleitet werden. Durch Benützung der Gleichung 139) finden sich in Tabelle XXVI. und XXVII. auch diejenigen Momente, beziehungsweise Senkungen, wofür die 3 Maximalwerthe der Angriffsmomente gleichzeitig (ganz oder nahezu) gleich gross werden und sind die betreffenden Verhältnisse $\frac{l_1}{l_2}$ im Allgemeinen vorzuziehen, wenn die Senkung der Stützpunkte angewendet werden will.

91. Die Vortheile der Continuität der Brückenträger sind:

- 1) Material-Ersparniss in den Gurtungen;
- 2) leichte Aufstellung, insbesondere bei bedeutenden Wasserläufen und hohen Thalübergängen, sowie bei rasch herzustellenden provisorischen Ueberbrückungen;
- 3) geringere Einbiegung in Folge eintretender Belastung, sowie eine bei kleineren Spannweiten nach Umständen in Betracht kommende grössere Stabilität.

Die Nachteile sind:

- a) Veränderungen der Angriffsmomente der Vertikalkräfte in Folge von Abweichungen in der Höhenlage der Auflagerpunkte;
- b) Wechsel von Druck und Zug, sowohl in den Gurtungen, als in den Seitenwandungen;
- c) eventueller Mehrbedarf an Material in den Seitenwandungen.

Letzter Nachtheil kommt nur dann in Betracht, wenn ein grösserer Theil der Seitenwandglieder, (Fachwerkglieder) abwechselnd auf Zug und Druck in Anspruch genommen ist, und deshalb eine entsprechend geringere zulässige Spannung gestattet. Auch die sub a) und b) aufgeführten Nachteile können häufig auf einen ganz unbedenklichen Umfang reducirt werden.

Bei grösseren Spannweiten üben unvermeidliche, kleine Ungenauigkeiten der Höhenlage, der Stützpunkte verhältnissmässig wenig Einfluss, während es immer möglichst, grössere Abweichungen durch genaue Ermittlung der Gestalt der unbelasteten Träger und entsprechende Regulirung der Stützpunkte zu vermeiden. Ferner ist

bei diesen grossen Spannweiten der Wechsel von Druck oder Zug verhältnissmässig unbedeutend und nur an wenigen Punkten der Einfluss auf die Bestimmungen der Querschnitt-Dimensionen (insofern die Festigkeits-Coefficienten nur dann erheblich modificirt werden, wenn Druck oder Zug an demselben Constructionsglied annähernd dieselbe Intesität erreichen).

Im Gegensatz hiezu treten bei kleinen Spannweiten die Vortheile der Continuität gegen die Nachtheile zurück; doch giebt es auch hier specielle Fälle, in welchen die Continuität sich gleichwohl entschieden empfiehlt. — So ist z. B. da, wo Säulen als Zwischenstützen angewendet werden, die Continuität der Träger aus constructiven Gründen der Anwendung getrennter Auflagerpunkte häufig vorzuziehen, während bei schiefer Stellung der Brücke die oben sub 3) angeführten Vortheile noch hinzutreten. Bei solchen kleinen Spannweiten ist zwar der Einfluss geringer Distanzen in der Höhenlage der Stützpunkte verhältnissmässig gross, dagegen ist es auch immer leicht thunlich, sich von der Gestalt der unbelasteten Träger ganz genaue Kenntniss zu verschaffen und hienach die Höhenlage der Stützpunkte zu reguliren. Ist man in der Lage, eine beabsichtigte oder nicht beabsichtigte Senkung oder Hebung der Zwischenstützen berücksichtigen zu müssen, so bieten hiezu die im Vorstehenden entwickelten Formeln alle Bequemlichkeit, und haben wir nur noch hinzuzufügen, dass die für gleiche Stützhöhe angefertigten graphischen Darstellungen und insbesondere die Umhüllungskurven der Momente und Vertikalkräfte sich direct übertragen lassen, indem nun eine parallele Vertheilung der einzelnen Kurven stattfindet.

Vortheile bei der Aufstellung bietet der continuirliche Träger hauptsächlich dann, wenn die Hauptträger sammt den Querverbindungen als Ganzes auf festem Boden aufgestellt und demnächst über die Pfeiler geschoben werden.

Unter Anwendung der vorerwähnten Untersuchungen über Senkung der Stützpunkte ist darauf zu achten, dass durch das Schieben der Brücke keine zu grossen Aenderungen in der Gestalt der Gurtungen eintreten, wie überhaupt ausserordentliche Anstrengungen einzelner Constructionsglieder vermieden werden müssen.

Ob die Materialersparniss — der hauptsächlichste Vortheil der Continuität — im betreffenden Falle von Werth ist, soll noch näher untersucht werden.

Wenn man die Gurtungen proportional den Angriffsmomenten an Stärke wechseln lässt, so ist aus den graphischen Darstellungen der Tafeln IV. und V. ersichtlich, dass durch die Continuität eine Verringerung der Momente erzielt werden kann, welche bei 2 Oeffnungen etwa so gross ist wie bei 3 Oeffnungen; es kann hiedurch am Gewicht der Gurtungen 15—20 Prozent erspart werden.

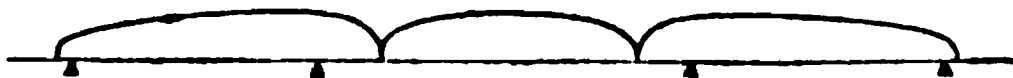
Eine Vergleichung der Tabellen XXV. und XXVI. zeigt ferner, dass bei 3 Oeffnungen bei gegebener Spannweite das **Maximalmoment** gegenüber dem Werth von $0,125ql_2^2$, welcher dem grössten Moment des frei aufliegenden Trägers entspricht, bei Anwendung der Senkung der Stützpunkte um 25—45 %, ohne diese Senkung um 10—30 % vermindert wird. Dieselben Prozentansätze gehen aber bis auf 9, beziehungsweise 6 % herab, wenn die mittlere Spannweite wie in Tabelle XXIV. in Rechnung genommen wird. — Bei 2 Oeffnungen kann das grösste Moment ohne Senkung des Zwischenstützpunktes nicht vermindert werden, durch letztere Vorkehrung nach Tabelle XXI. um 24—28 %. — Diese Vergleichung der Maximalwerthe hat aber meist weniger praktischen Werth, da man bei grösseren Brücken die Trägerstärke mit dem Momente abnehmen lässt; bei kleineren Brücken soll aber die Continuität nur in besondern Fällen angewendet werden.

In No. 23 haben wir schon darauf hingewiesen, dass die für continuirliche Träger entwickelten allgemeinen Regeln nicht mehr in aller Strenge richtig sind, wenn, wie diess in der Praxis meist zutrifft, der Querschnitt auf der ganzen Trägerlänge nicht constant ist. Genauere Untersuchungen, welche in neuerer Zeit in dieser Richtung angestellt worden sind, (vergl. Weyrauch, Continuirliche Träger §§ 51 und 52), zeigen, dass die Momente sich wenig, (im Max. c. 6%) die Vertikalkräfte sich fast gar nicht verändern, so dass unbedenklich in den gewöhnlichen Fällen der Praxis so gerechnet werden darf, als ob auf die ganze Länge des Trägers der Querschnitt unveränderlich wäre.

92. Hr. H. Gerber, Director der Brückenbauanstalt von Klett & Cie., hat die (übrigens häufig zu sehr hervorgehobenen) Nachtheile der continuirlichen Brücken dadurch umgangen, dass er Balkenträger mit freiliegenden Stützpunkten anordnete (s. Fig. 109); in der von Hr. Gerber gefällig mitgetheilten Patentbeschreibung ist gesagt:

„Denkt man sich einen zwischen 2 Pfeilern liegenden Balken über diese Pfeiler hinaus um eine bestimmte Grösse verlängert, so kann der Endpunkt jeder Verlängerung auch als Stützpunkt für einen weiteren (freien) Balken dienen, dessen zweites Ende entweder auf einem Pfeiler oder, wie das erste, auf der Verlängerung (dem Stützbalken) einer dritten Oeffnung gestützt ist.

Fig. 109.



„Der an beiden Enden gestützte freie Balken ist in Berechnung und Construction wie ein einfacher Träger zu behandeln, da er mit dem Stützbalken (oder Pfeiler) nur durch einen Punkt

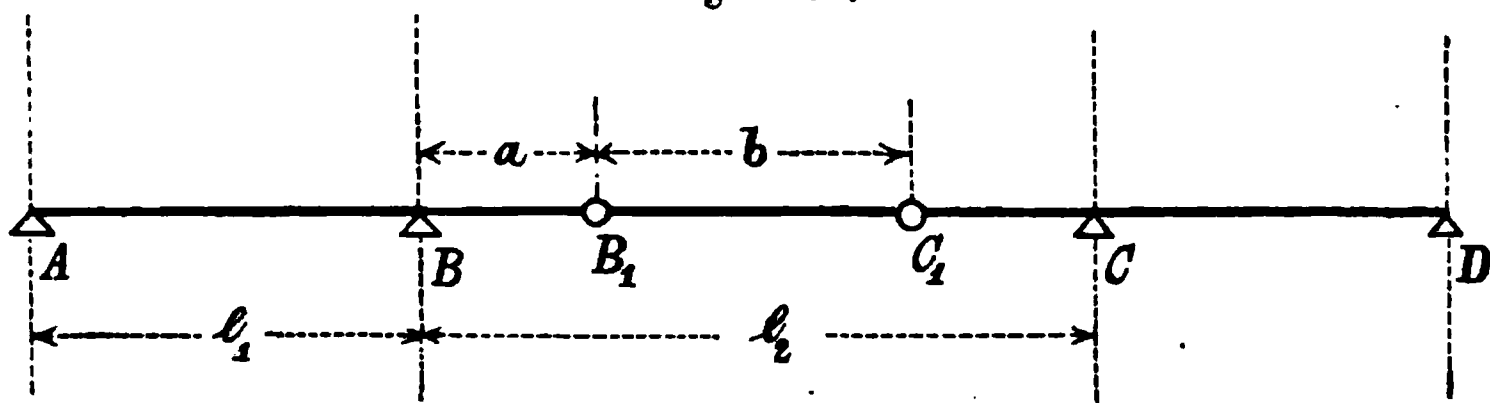
verbunden sein soll, der über seinen Pfeiler verlängerte Balken hat an seinen Enden die Auflagerkräfte der anliegenden freien Balken, welche aus der Belastung ohne Weiteres gegeben sind, und seine eigene Belastung zu tragen, und wirken diesen Kräften nur die zwei Pfeilerreaktionen entgegen, die somit aus den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen ohne jede Beachtung der Biegung vollkommen sicher und einfach bestimmt werden können. — Ebenso sind nun die inneren Spannungen dieses Balkens leicht und mit derselben Sicherheit, wie die des einfachen Balkens zu berechnen.

„Da nach dem eben Entwickelten die Pfeilerreaktionen durchaus nicht von der Biegung, sondern nur von der Grösse und Vertheilung der Last abhängig sind, so kann auch die Senkung eines Pfeilers keinen Einfluss auf die inneren Spannungen der Träger ausüben.

„Aus der Anordnung der Träger mit freitragenden Stützpunkten ergibt sich, dass immer auf eine Oeffnung mit freiem Balken eine solche mit durchlaufendem (steifem) Träger folgen muss.“

Die in N^o. 66 und 67, ferner 76 und 77 gegebenen Regeln können auch für Gelenkträger benützt werden, um diejenigen Laststellungen aufzufinden, für welche in einem gegebenen Querschnitt x die grössten Momente und Vertikalkräfte auftreten.

In nachstehender Fig. 109^a bezeichnen A, B, C, D die Auflager des Trägers, B_1 , C_1 die Gelenke der mittleren Oeffnung, dann ist das Trägerstück B_1C_1 wie schon oben erwähnt, als freiauf liegender Träger zu behandeln, für welchen im Querschnitt x (von B_1 aus gerechnet) $\max M$ dann eintritt, wenn B_1C_1 vollständig belastet, und ausserdem bei concentrirten Lasten Gl. 103) erfüllt ist, ferner $\max V$, wenn das Stück x bis C_1 belastet, und bei concentrirten Lasten die erste derselben bis x vorgerückt ist.

Fig. 109^a.

Das Trägerstück $AB B_1$ dagegen ist insofern als continuirlicher Träger zu behandeln, als am Auflagerpunkt B ein Moment und eine Vertikalkraft auftreten, welche die M und V in der Oeffnung, AB modificiren. Es darf dieses Stück aber nicht etwa als continuirlicher Träger über 2 Oeffnungen mit gleichhohen Stützen berechnet werden, da die Höhenlage von B_1 veränderlich ist.

In der Oeffnung AB treten die Maxima $+M$ offenbar dann ein, wenn AB ganz belastet, BB_1 und B_1C_1 dagegen nicht belastet sind, die negativen Maxima von M finden bei entgegengesetzter Belastung statt.

Für einen Querschnitt x (von A gerechnet) tritt $\max - S$ dann ein, wenn das Stück x bis B belastet, BC_1 aber nicht belastet ist, ferner $\max + S$, wenn Ax und BC_1 belastet sind.

Das Trägerstück BB_1 schliesslich weist nur positive S und negative M auf, welche beide ihren grössten Werth erhalten, wenn BB_1 und B_1C_1 ganz belastet sind: ohne Einfluss auf diese Grössen ist die Art der Belastung der Oeffnung AB , unter der Voraussetzung, dass der Träger vom Stützpunkte A sich nicht abheben kann, falls der Auflagerdruck nach unten gerichtet sein sollte.

Die Berechnung der M und S für eine bestimmte Belastung hat keine Schwierigkeit: Für die Trägertheile B_1C_1 und BB_1 erhält man dieselben direct mittelst des Hebelgesetzes nach Anleitung der N^o. 59 und 63. Für die Endöffnung AB bestimmt man zunächst den Auflagerdruck A nach Gleichung 4) und nachdem dieser bekannt, das Uebrige nach den Gleichungen 91)–95) respective 100)–102^a).

Rechnen wir als Beispiel einen Träger, dessen Eigengewicht pro Einheit $= p$, die zufällige Last $= k$, so dass $q = p + k$ und setzen wir (Fig. 109^a) die Spannweite $AB = l_1$, $BB_1 = a$, $B_1C_1 = b$, so erhalten wir in den verschiedenen Trägerstücken folgende Maxima der M und S :

1^{te} Oeffnung:

$$\max \text{ Auflagerdruck } A = \frac{ql_1}{2} - \frac{pa}{2l_1} (b + a)$$

$$\max M \text{ in der Oeffnung } AB = \frac{A^2}{2q}$$

und findet dasselbe statt für die Abscisse

$$x_0 = \frac{A}{q} = \frac{l_1}{2} - \frac{p}{q} \frac{a}{2l_1} (b + a)$$

2^{te} Oeffnung Trägerstück BB_1

$$\max \text{ Vertikalkraft in } B = - \frac{q}{2} (b + 2a)$$

$$\max M \text{ in } B = - \frac{qa}{2} (b + a)$$

Trägerstück B_1C_1

$$\max S \text{ in } B_1 = \frac{qb}{2}$$

$$\max M \text{ in der Mitte} = \frac{qb^2}{8}$$

§. 9. Anordnung der Auflager und Einfluss der Träger-Anzahl.

93. Es ist bis dahin angenommen worden, dass die Auf-

Bei den einfacheren Fällen wendet man sogenannte Gleit-

Nur in seltenen Fällen hat man versucht, die Reibung durch

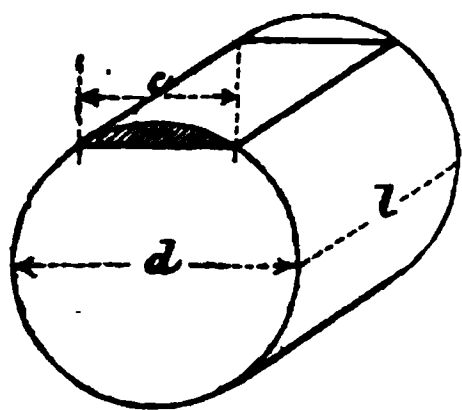
Während der Coefficient ϕ der gleitenden Reibung für Schmied-

$$\varphi = \frac{0,25}{d} \dots\dots\dots \text{I.}$$

Hieraus folgt, dass bei zunehmendem Trärgewicht auch

Letzteres vorausgesetzt, nimmt man an, dass der Druck, den

Fig. 110.



Zusammenpressung entstehende Berührungsfläche $c \cdot l$ desto grösser wird, je grösser der Durchmesser d ist.

Nennt man ferner n die Anzahl der Walzen, P die je auf ein Rolllager treffende Belastung, und endlich K einen durch die Erfahrung zu bestimmenden Coefficienten, so erhält man

$$P = n \cdot l \cdot d \cdot K \quad \dots \quad \text{II.}$$

Nach Massgabe von Beispielen ausgeführter Brücken darf man K für gusseiserne Rollen zu 20—30 Kilogramm nehmen, wenn l und d in Centimetern ausgedrückt sind*).

Nach Vorstehendem kann man die Zahl und den Durchmesser der anzuwendenden Walzen oder Stelzen bestimmen, welche bei grösseren Spannweiten an jedem der beweglichen Auflager eine erhebliche Breite einnehmen. Die Uebertragung des auf thunlich kleine Flächen reduzierten Trägerdruckes geschieht alsdann mittelst lagerschuhförmigen Zwischenstücken, welche mit den Trägerenden charnierartig verbunden sind. Aehnliche Lagerschuhe sind aber auch an den festen Auflagern grösserer Brücken deshalb nothwendig, weil der am Trägerende auf eine kleine Fläche concentrirte Auflagerdruck auf eine verhältnissmässig grössere Fläche des Auflagerquaders vertheilt werden muss.

Wenn im Vorstehenden angenommen wurde, dass die Auflagerfläche der Trägerenden möglichst eingeschränkt werde, so ist dabei vorausgesetzt, dass die Träger dem entsprechend construirt sind, der Art, dass die Auflagerreaction durch bestimmte Constructionsglieder (in der Regel Endständer) direct aufgenommen werden, und dass diese Glieder stark genug sind, die Auflager-Reaction ohne Nachtheil direct aufzunehmen.

Wenn solche besondere, hinreichend starke Constructionsglieder zunächst den Auflagern fehlen, muss die Seitenwandung selbst auf irgend eine Weise den Auflagerdruck aufnehmen. Besteht diese Seitenwandung z. B. aus einer vollen Blechwand, so kann der Fall eintreten, dass diese Blechwand auf eine bestimmte Länge zur Aufnahme des Auflagerdrucks mitwirken muss.

Durch letztere Anordnung kann bei continuirlichen Trägern mit vollen Wandungen der immerhin etwas zweifelhafte Vortheil entstehen, dass die freie Spannweite in Folge erheblicher Breite der Zwischenauflager reduzirt wird. Da es aber sehr schwierig ist, ein nur annähernd gleichförmiges Auflagern auf solchen breiten Zwischenstützen zu erzielen, so wurde schon vorgeschlagen, auf den Zwischenpfeilern continuirlicher Träger je 2 Auflager anzuordnen,

*) Die Aufstellung einer genauen Formel ist versucht hannover. Bauzeitung 1875, S. 291. Für die Praxis dürfte die empirische Formel II. genügen.

und so in directer und scheinbar sicherer Weise die Reduzirung der freien Spannweite zu erzielen. Bei der Rechnung wären solche mit doppelten Auflagerpunkten versehenen Zwischenpfeiler als besondere Spannweiten zu behandeln, so dass z. B. eine Brücke mit zwei Zwischenpfeilern nicht drei, sondern fünf Spannweiten zeigen würde. Die Rechnung bietet nach den oben entwickelten allgemeinen Formeln keine besonderen Schwierigkeiten, wohl aber zeigt sich bald, selbst bei grösseren Spannweiten, dass der continuirliche Träger in Folge Bewegung der Ueberlast von einzelnen Auflagerpunkten sich abhebt, und dadurch theilweise grössere Spannweiten erhält, als wenn auf jeder Pfeilermite ein einziges Auflager angebracht ist. — Wollte man aber das Abheben der Träger durch Anheften verhindern, so entstünden noch grössere Angriffsmomente als in Folge der durch Abheben vom betreffenden Auflager veranlassten Vergrösserung der Spannweiten. Durch diese doppelten Stützen wird also eine Verminderung der Angriffsmomente und dem entsprechend eine Material-Ersparniss nicht erzielt, und kann nur empfohlen werden, die Zwischenauflager ebenso wie an den Endauflagern auf möglichst kleine Flächen zu vertheilen und dieselben je in der Mitte der Zwischenpfeiler anzubringen.

94. Unsere Berechnung der Angriffsmomente M , der Vertikalkräfte S , der Eigengewichte p , der Gesamtlasten q , wie sie seitdem und insbesondere in Tab. XVII. gegeben wurde, bezieht sich immer auf ein Eisenbahngleise.

Wenn ein Geleise durch zwei Hauptträger aufgenommen wird, so hat jeder der letzteren die Hälfte der für ein Geleise berechneten Gewichte oder Momente aufzunehmen.

Es kann aber auch der Fall vorkommen, dass 3 oder mehr Träger sich in die Last eines Geleises theilen, und zwar nicht immer in gleichförmiger Weise. — Das Eigengewicht der Brücke wird dadurch nicht wesentlich alterirt; es bedarf aber einer besonderen Betrachtung, wie viel von diesem Eigengewicht und wie viel von der zufälligen Last auf jeden Träger fällt.

Häufiger kommt der Fall vor, dass 2 Geleise von denselben Hauptträgern gemeinschaftlich aufgenommen werden.

Wenn nur zwei Hauptträger vorhanden sind, so sind für jeden derselben die für ein Geleise antreffenden Gewichte p , q , S und Angriffsmomente M zu rechnen. Denn immer ist der Fall der gleichzeitigen Belastung beider Geleise ins Auge zu fassen. — Am Eigengewicht p kann zwar durch Verminderung der Trägeranzahl eine Ersparniss realisirt werden, doch hängt dies wesentlich von der Constructionsweise und der Spannweite ab.

Wenn drei Träger zur Aufnahme von zwei Geleisen dienen, so hat der mittlere etwa die Hälfte der zufälligen Last aufzunehmen und zwar mehr oder weniger, je nach dem Hebelverhältniss,

das durch die Anordnung der Querträger gegeben ist. — Es ist nicht rathsam, den Querträger als continuirlichen Träger über den mittleren Hauptträger hinweggehen zu lassen; denn es wird derselbe bei Belastung der einen Brückenseite doch wenig verschieden von einem einfachen Träger wirken (weil das Gegengewicht der Belastung des andern Geleises fehlt), während bei gleichzeitiger Belastung beider Geleise die Aussenträger verhältnissmässig weniger, der Mittelträger mehr als die Hälfte der Last auszuhalten hat. — Man könnte eine solche Tieferlegung des Mittel-Hauptträgers vorschlagen, dass dieser Misstand vermieden würde; — es ist jedoch zu bedenken, dass hiedurch die Steifigkeit und Unverrückbarkeit der ganzen Construction wesentlich leiden und dass der Nachweis von dem steten Vorhandensein der beabsichtigten Tieferlegung schwer fallen würde.

Vorausgesetzt, dass die Querträger je über zwei Hauptträger frei gespannt sind, so kann die Vertheilung der Last keinen Zweifel lassen: dieselbe erfolgt nach dem Hebelgesetz, wobei wieder beide Geleise gleichzeitig belastet angenommen werden.

95. Wenn die zwei Geleise einer Brücke durch 2 oder 3 Hauptträger aufgenommen werden, so wird bei dem am häufigsten vorkommenden Falle der Belastung des einen Geleises eine verschiedene Einbiegung der einzelnen Hauptträger stattfinden.

Es wird diese Senkungsdifferenz bei frei aufliegenden Trägern am grössten sein. — Die Einbiegung f ist für einen mit der Maximalast q behafteten Träger nach Gleichung 42)

[illegible]

wo l die Spannweite des Trägers bezeichnet. — Es ist aber nach Gleichung 31)

$$m = \frac{x}{a} \theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad I.$$

ferner ist für den mittleren Querschnitt (wo die grösste Senkung stattfindet)

[illegible]

und

$$a = \frac{H}{2} \dots \dots \dots \text{III.}$$

d. h. gleich der halben Trägerhöhe zu setzen; aus den Gleichungen I.—III. folgt:

$$\theta = \frac{M \cdot H}{2 \cdot \mathfrak{A}} = \frac{q \cdot l^2}{16} \cdot \frac{H}{\mathfrak{A}} \quad \dots \dots \dots \text{IV.}$$

und durch Wertheinsetzung in Gleichung 42)

$$f = \frac{5}{24} \cdot \frac{\mathfrak{N}}{E} \cdot \frac{l^2}{H} \cdot 144).$$

§. 10. Kleine Träger.

96. Im Brückenbau wird man bei kleineren Spannweiten vorzugsweise concentrirte Belastungen in Betracht zu ziehen haben; die Berechnung der Angriffsmomente M und Vertikalkräfte S geschieht dann nach Gleichung 100)—102), insolange die Träger an beiden Enden frei aufliegen.

Solche Träger continuirlich herzustellen, ist, wie schon mehrfach angeführt, im Allgemeinen nicht rathsam. — Denn einmal ist der erwartete Vortheil gering, sodann ist in N^o. **84** und **90** nachgewiesen, wie kleine Differenzen in der Höhenlage der Zwischenstützen sehr erhebliche Aenderungen in den Angriffsmomenten verursachen können; dass es aber Ausnahmen giebt, dass man insbesondere bei Anwendung von eisernen Säulenstellungen häufig von der Continuität auch bei kleinen Spannweiten zweckmässigen Gebrauch machen kann, haben wir schon oben entwickelt. Kleine Träger kommen im Brückenbau hauptsächlich auch zur Anwendung als Zwischenträger, welche den Zweck haben, das Gewicht oder die Belastung der Fahrbahn, beziehungsweise der Fahrgeleise auf die Hauptträger-Construction zu übertragen, und meist in der Form von Quer- und Längenträgern (Schwellenträgern) auftreten. Bei letzteren ist die Anwendung der Continuität besonders bedenklich, weil die Stützpunkte durch die Einbiegungen der Hauptträger und Querträger ohnedem diverse Senkungen erleiden, welche bei der geringen Spannweite von um so grösserem Einflusse sind.

Träger, welche in derselben Längenrichtung liegen, wie die vorerwähnten Längsträger einer grösseren Eisenbahnbrücke (Fig. 95^a) können desshalb an den Enden doch eine Verbindung erhalten, es dient diess nicht nur zur Solidität, sondern hat auch auf die Tragfähigkeit einen günstigen Einfluss, namentlich wenn man die Vorsicht gebraucht, diese Verbindung erst dann anzubringen, nachdem die Brücke vollständig aufgestellt ist; der schädliche Einfluss unvermeidlicher Differenzen in der Höhenlage der Auflager dieser Zwischenträger wird hiedurch eliminirt. Uebrigens dürfte angezeigt sein, diese Verbindungen nur mässig stark zu halten, so dass eher eine geometrische Continuität hergestellt wird, als eine solche im Sinne des §. 8.

Bei den statischen Berechnungen wird man dann meist von diesen Endverbindungen absehen können, indem dann die Momente, die an der Verbindungsstelle eintreten, nach Massgabe der Stärke der Verbindungsglieder nur klein sein können.

Eine ausgedehnte Anwendung finden kleine Träger im Hochbau, bei Deckenconstructionen als Balken und Unterzüge, bei Dächern als Pfetten etc. und hat man es hier meist mit gleichförmig vertheilten Lasten zu thun. Insofern bei Balkenlagen gewöhnlich die Balken über mehrere Unterzüge in einem Stück weggehen, und öfters die Balken an dem Ende in die Mauern eingreifen,

haben wir es hier vielfach mit continuirlichen Trägern zu thun, deren Berechnung nach Anleitung der N°. 20 oder aber mit noch grösserer Leichtigkeit unter Benützung der allgemeinen Formeln der N°. 73 durchzuführen ist.

Für die praktische Anwendung genügt es meist anzunehmen, dass die Balken da, wo sie in die Mauer eingreifen, oder wo sie auf Unterzügen durchgehen, horizontal eingespannt sind, wo diess wegen ungenügenden Eingreifens in die Umfassungsmauern nicht angenommen werden darf, wird man hinreichend genau rechnen, wenn man zwischen den Resultaten bei freier Auflage und vollständiger Einspannung das Mittel nimmt.

97. Bei kleinen Trägern darf bei der Berechnung der Querschnittsdimensionen das Eigengewicht der Träger selbst in der Regel vernachlässigt werden. Meist erhalten diese Träger auf die ganze Länge denselben Querschnitt, und ist für die verschiedenen Arten der Belastung desshalb nur das Maximalmoment zu bestimmen, das für die Querschnittsdimensionen massgebend ist.

Es sind nun in nachstehender Tabelle XXVIII. diese Maximalmomente für verschiedene in der Praxis vorkommende Fälle bestimmt, und zwar für frei aufliegende Träger nach Gl. 100)—102) resp. 103), für eingespannte Träger unter Anwendung der Formeln der N°. 73.

Es sind übrigens insbesondere auch in Rücksicht auf eventuelle Aenderung des Querschnitts in die Tabelle alle diejenigen Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} aufgenommen, welche zur Herstellung einer graphischen Darstellung analog der Fig. 29 (der N°. 20) dienen, so dass für jeden Querschnitt x die \mathfrak{B} und \mathfrak{M} ersichtlich sind — die in Tabelle XXVIII. enthaltenen Formeln sind somit zur allgemeinsten Anwendung geeignet.

Ist ein Träger gleichzeitig durch concentrirte und gleichförmig vertheilte Last (Eigengewicht) angegriffen, so sind die Werthe der Tabelle in gleicher Weise anwendbar, indem man nur für einen bestimmten Querschnitt x die Werthe \mathfrak{B} resp. \mathfrak{M} , für concentrirte Last und gleichförmig vertheilte Last zu addiren braucht.

Eine Modification erleiden in diesem Falle die Werthe für den Ort des Maximalmoments, indem letzteres nicht nothwendig mit demjenigen für concentrirte Last allein zusammenfällt. Um diesen Ort zu finden, hat man den Werth für \mathfrak{M}_x , wie er aus der Belastung durch concentrirte Last und gleichförmig vertheilte Last sich zusammensetzt, nach x zu differenziren und das Differenzial $= 0$ zu setzen, und aus dem hieraus erhaltenen Werthe x_0 das zugehörige \mathfrak{M} zu berechnen. Nur für den Fall, dass die Maxima für concentrirte Last und gleichförmig vertheilte Last auf dieselbe Abscisse treffen (wie in N°. 3 und 4 der Tabelle), kann die Berechnung von x_0 unterbleiben, und erhält man das Maximum \mathfrak{M} durch einfache Summirung der in der Tabelle enthaltenen Maximalmomente.

Ein Zahlenbeispiel möge diess erläutern:

Ein beiderseits frei aufliegender Träger von 5^m Länge sei im Abstand von 1,0^m von der Stütze A durch eine concentrirte Last $P = 1200$ Kil. angegriffen, ausserdem mit 800 Kil. pro laufenden Meter belastet. Wir erhalten für das Moment am Angriffspunkt von P nach Fall 9 der Tabelle:

$$\mathfrak{M}_\lambda = \frac{P\lambda}{1} (1 - \lambda) = 1200 \cdot \frac{1,0}{5,0} \cdot 4,0 = 960 \text{ km.}$$

Hiezu das Moment an derselben Stelle durch die gleichförmig vertheilte Last q

$$\mathfrak{M}_\lambda = \frac{q\lambda}{2} \cdot x - \frac{qx^2}{2} = 400 (5 \cdot 1,0 - 1,0^2) = 1600 \text{ km.}$$

zusammen 2560 km.

In ähnlicher Weise findet man das Moment für die Mitte $x = \frac{1}{2}$ (wo \mathfrak{M} ohne Zutritt von P ein Maximum wäre):

$$\text{Beitrag von P} = \frac{P\lambda}{1} \cdot \frac{1}{2} = 600 \text{ km.}$$

$$\text{Beitrag von q} = \frac{ql^2}{8} = 2500 \text{ km.}$$

zusammen 3100 km.

Das Maximum \mathfrak{M} trifft aber offenbar ein in einem Punkte zwischen λ und $\frac{1}{2}$ und ist allgemein für einen Punkt x zwischen Angriffspunkt der Kraft und der Trägermitte nach Fall 9 und 4 der Tabelle

$$\mathfrak{M}_x = \frac{P\lambda}{1} (1 - x) + \frac{qx}{2} (1 - x)$$

hieraus $\frac{d\mathfrak{M}_x}{dx} = -\frac{P\lambda}{1} + \frac{ql}{2} - qx = 0$

somit $x_0 = \frac{1}{q} \left[\frac{ql}{2} - \frac{P\lambda}{1} \right] = \frac{1}{2} - \frac{P}{q} \frac{\lambda}{1}$

und für obiges Zahlenbeispiel:

$$x_0 = 2,5 - \frac{1200}{800} \cdot \frac{1,0}{1,5} = 2,2^m$$

und ist für diese Abscisse das Moment \mathfrak{M}_x nach Gleichung 102^a)

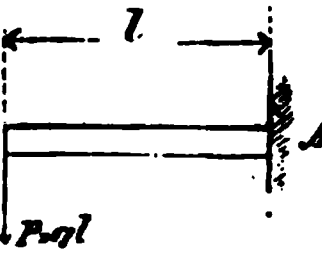
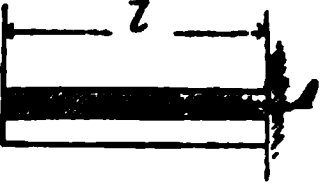
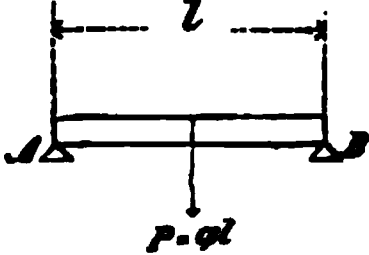
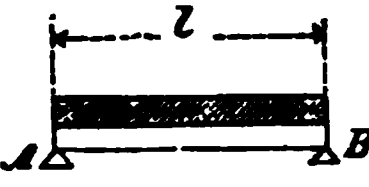
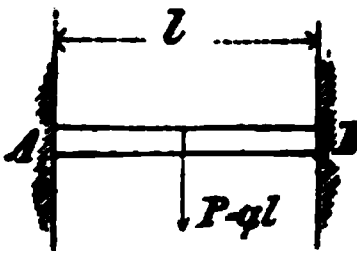
$$\max \mathfrak{M}_x = \frac{1200 \cdot 1,0}{5} \cdot 2,8 + \frac{800 \cdot 2,2}{2} \cdot 2,8 = 3136 \text{ km}$$

somit, wie vorauszusehen, grösser, als in beiden obigen Fällen.

Aus diesem Beispiel ist ersichtlich, dass auch für besondere Belastungsfälle leicht die Maxima der Momente bestimmt werden können und gestattet desshalb die Tabelle XXVIII. die allgemeinste Anwendung.

Für die in der Praxis am meisten vorkommenden Fälle sind in der Tabelle ausserdem noch die grössten Einbiegungen berechnet worden, da deren Kenntniss in manchen Fällen von Werth sein kann.

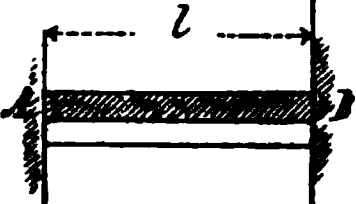
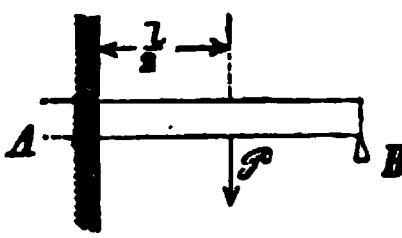
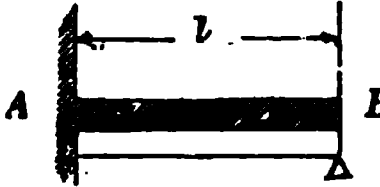
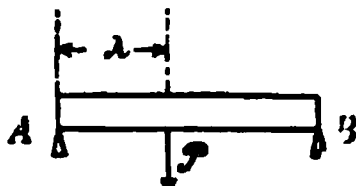
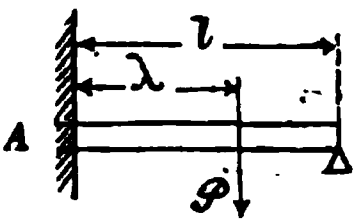
Tabelle

Nro.	Anordnung des Trägers.	Moment im Querschnitt $x = 0$ (v. A gerechnet).	Moment im Querschnitt $x = l$.	Vertikalkraft zunächst der Stütze	
				A.	B.
1		$- Pl$	0	P	—
2		$-\frac{ql^2}{2}$	0	ql	—
3		0	0	$-\frac{P}{2}$	$+\frac{P}{2}$
4		0	0	$-\frac{ql}{2}$	$+\frac{ql}{2}$
5		$-\frac{Pl}{8}$	$-\frac{Pl}{8}$	$-\frac{P}{2}$	$+\frac{P}{2}$

XXVIII.

Moment in beliebigem Querschnitt x (von A gerechnet).	Ort des positiven Maximal- momentes.	Positives Maximal- moment.	Ort der grössten Einsenkung (von A gerechnet).	Grösste Einsenkung.
$-P(1-x)$	sämmtliche Momente sind negativ.	—	1	$\frac{1}{3} \frac{Pl^3}{E\Theta}$
$-\frac{q}{2}(1-x)^2$	sämmtliche Momente sind negativ.	—	1	$\frac{1}{8} \frac{ql^4}{E\Theta}$
für $x < \frac{1}{2}$ $= \frac{P}{2} \cdot x$ für $x > \frac{1}{2}$ $= \frac{P}{2}(1-x)$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{Pl}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{48} \frac{Pl^3}{E\Theta}$
$\frac{qx}{2}(1-x)$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{ql^3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{384} \frac{ql^4}{E\Theta}$
für $x < \frac{1}{2}$ $-P\left(\frac{1}{8} - \frac{x}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{Pl}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{192} \frac{Pl^3}{E\Theta}$

Tabelle

Nro.	Anordnung des Trägers.	Moment im Querschnitt $x = 0$ (von A gerechnet).	Moment im Querschnitt $x = l$.	Vertikalkraft zunächst der Stütze	
				A.	B.
6		$-\frac{ql^2}{12}$	$-\frac{ql^2}{12}$	$-\frac{ql}{2}$	$+\frac{ql}{2}$
7		$-\frac{3}{16} Pl$	0	$-\frac{11}{16} P$	$+\frac{5}{16} P$
8		$-\frac{ql^2}{8}$	0	$-\frac{5}{8} ql$	$+\frac{3}{8} ql$
9		0	0	$-P \frac{l-\lambda}{l}$	$+P \frac{\lambda}{l}$
10		$-\frac{1}{2l^2} P \lambda (1-\lambda) (2l-\lambda)$ *)	0	$-\frac{P}{2l^3} [2l^3 - \lambda^2 (3l-\lambda)]$	$+\frac{P}{2l^3} \lambda^2 (3l-\lambda)$

*) M_0 wird Maximum für $\lambda = 0,423 l$ und ist $M_{0, \max} = 0,193 Pl$.

XXVIII. (Fortsetzung.)

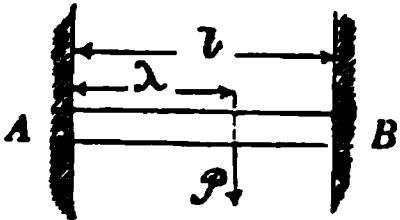
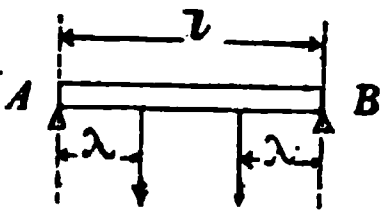
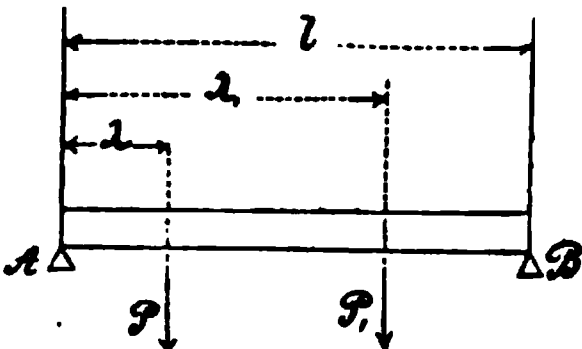
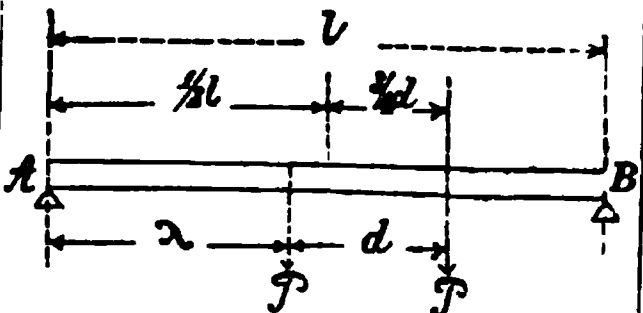
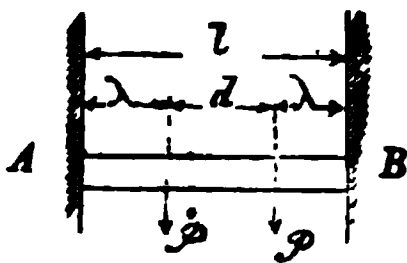
Moment in beliebigem Querschnitt x (von A gerechnet).	Ort des positiven Maximalmomentes.	Positives Maximalmoment.	Ort der grössten Einsenkung (v. A gerechnet).	Grösste Einsenkung.
$\frac{q}{2} \left[lx - x^2 - \frac{l^2}{6} \right]$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{ql^2}{24}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{384} \frac{ql^4}{E\Theta}$
für $x < \frac{1}{2} = \frac{P}{16}(11x - 3l)$ für $x > \frac{1}{2} = \frac{5P}{16}(l - x)$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{5}{32} Pl$	0,553 l	0,00932 $\frac{Pl^3}{E\Theta}$ *)
$\frac{q}{8} \left[5lx - l^2 - 4x^2 \right]$	$\frac{5}{8} l$	$\frac{9}{128} ql^2 = 0,0703 ql^2$	0,578 l	0,0054 $\frac{ql^4}{E\Theta}$
für $x < \lambda = P \frac{1-\lambda}{1} \cdot x$ für $x > \lambda = P \frac{\lambda}{1}(l - x)$	λ	$P \frac{\lambda}{1} (l - \lambda)$	für $\lambda < \frac{1}{2}$ $\sqrt{\frac{l^2 - \lambda^2}{8}}$	$\frac{P \lambda (l^2 - \lambda^2)}{9l} \sqrt{\frac{l^2 - \lambda^2}{8}}$ **)
für $x < \lambda$ $+\frac{P}{2l^3} \left[-2l^3(\lambda - x) + \lambda^2(l - x)(3l - \lambda) \right]$ für $x > \lambda$ $\frac{P}{2l^3} (l - x)\lambda^2(3l - \lambda)$	λ	$\frac{P(1-\lambda)}{2l^3} \lambda^2 (3l - \lambda)$ ***)	$1 - \lambda \sqrt{\frac{1-\lambda}{3l-\lambda}}$	$\frac{Pl^2}{6E\Theta} (1-\lambda) \sqrt{\frac{1-\lambda}{3l-\lambda}}$

*) Für $x = \frac{1}{2}$ ist die Einsenkung $= 0,0091 \frac{Pl^3}{E\Theta}$.

**) Für $x = \lambda$ ist die Einsenkung $= \frac{P}{3E\Theta} \frac{(1-\lambda)^2 \lambda^2}{1}$.

***) M_λ wird Maximum für $\lambda = 0,684 l$ und ist $M_\lambda \max = 0,174 Pl$.

Tabelle

Nro.	Anordnung des Trägers.	Moment im Querschnitt $x = 0$ (v. A gerechnet).	Moment im Querschnitt $x = l$.	Vertikalkraft zunächst der Stütze	
				A.	B.
11		$-\frac{1}{12} P l (1 - \lambda)^2$ ^{*)}	$-\frac{1}{12} P \lambda^2 (1 - \lambda)$	$-\frac{P}{12} (1 - \lambda)^2 (1 + 2\lambda)$	$+\frac{P}{12} \lambda^2 (31 - 2\lambda)$
12		0	0	- P	- P
13		0	0	$-\frac{P}{l} (2l - \lambda - \lambda_1)$	$-\frac{P}{l} (\lambda + \lambda_1)$
14		0	0	$-\left(P - \frac{Pd}{2l}\right)$	$-\left(P + \frac{Pd}{2l}\right)$
15		$-P \lambda \frac{l - \lambda}{l}$	$-P \lambda \frac{l - \lambda}{l}$	- P	- P

*) M_0 wird Maximum für $\lambda = 1/3 l$ und ist $M_0, \max = 0,1481 Pl = \frac{4}{27} Pl$.

IXVIII. (Fortsetzung.)

Moment in beliebigem Quer- schnitt x (von A gerechnet).	Ort des positiven Maximal- momentes.	Positives Maximal- moment.	Ort der grössten Einsenkung (v. A gerechnet).	Grösste Einsenkung.
für $x < \lambda$ $P \frac{(1-\lambda)^2}{l^2} \left[\frac{1+2\lambda}{1} x - \lambda \right]$	λ	$\frac{2 P \lambda^2}{l^2} (1-\lambda)^2$	für $\lambda < \frac{1}{2}$ $= \frac{2l\lambda}{1+2\lambda}$ für $\lambda > \frac{1}{2}$ $= \frac{l^2}{3l-2\lambda}$	für $\lambda < \frac{1}{2}$ $= \frac{2 P \lambda^3 (1-\lambda)^2}{3 E \Theta (1+2\lambda)^2}$ für $\lambda > \frac{1}{2}$ $= \frac{2 P \lambda^3 (1-\lambda)^2}{6 E \Theta (3l-2\lambda)^2}$
für $x < \lambda$ $= P \cdot x$ für $x > \lambda$ und $< l-\lambda$ $= P \lambda$	λ bis $l-\lambda$	$P \cdot \lambda$	$\frac{l}{2}$	$\frac{\lambda (3l^2 - 4\lambda^2)}{24} \cdot \frac{P}{E \Theta}$
nach Gl. 102).	λ λ_1	$P \frac{\lambda}{l} (2l-\lambda-\lambda_1)$ $P \frac{l-\lambda_1}{l} (\lambda+\lambda_1)$	—	—
nach Gl. 102).	$\lambda = \frac{l}{2} - \frac{d}{4}$	*) $\frac{P (2l-d)^2}{8l}$	—	—
für $x < \lambda$ $P \left[x - \frac{\lambda}{l} (l-\lambda) \right]$	λ bis $\lambda + d$	$P \frac{\lambda^2}{l}$	$\frac{l}{2}$	$\frac{\lambda^2 (3l-4\lambda)}{24} \cdot \frac{P}{E \Theta}$

*) Fall 14 ist die ungünstigste Laststellung (vgl. No. 65).

Vierter Abschnitt.

Entwicklung der praktischen Regeln für Brückenträger mit vollen Wandungen.

§. 11. Homogene Träger.

98. Das Widerstandsmoment eines Trägers mit voller Wandung, also insbesondere eines homogenen Trägers findet sich unter Anwendung der Gleichung 31), durch Berechnung des Trägheitsmoments des fraglichen Trägers.

Bezeichnet für einen beliebigen Querschnitt x :

M das Angriffsmoment,

ΣXy das numerisch gleiche Widerstandsmoment,

\mathfrak{A} (\mathfrak{B}) die Spannung (Pressung) in den äussersten Fasern,

a (b) die Entfernung der äussersten gespannten (gepressten) Faser von der neutralen Faser,

Θ das Trägheitsmoment des Trägers-Querschnitts,

so ist

$$M = \Sigma Xy = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta = \frac{\mathfrak{B}}{b} \Theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31).$$

Im vorhergehenden Abschnitte sind die Angriffsmomente M für einzelne Fälle berechnet und ist insbesondere für kleinere Träger, Querträger etc. in Tabelle XXVIII. eine besondere Zusammenstellung gegeben. Besondere Fälle sind nach Gleichung 100)—102) (Seite 123) zu berechnen, welche Formeln sich durch Vernachlässigung des Eigengewichts etwas vereinfachen. Besteht die Belastung aus beweglichen Einzellasten (Bahnzügen), so gelten zur Bestimmung der $\max M$ für einen beliebigen Querschnitt x die Regeln der N^o. 65 und 66.

Die für jedes Material zulässigen Spannungen und Pressungen sind im 2. Abschnitt verzeichnet, die Berechnung der Trägheits-

momente Θ ist schon im 1. Abschnitte entwickelt; es ist daselbst in N°. 14 eine Zusammenstellung der häufiger vorkommenden Trägheitsmomente gegeben, während in N°. 16 eine Näherungsformel aufgestellt ist, welche in vielen Fällen rascher und hinreichend genau zu demselben Ziele führt.

99. Die schmiedeisenen Träger werden im Brückenbau am häufigsten angewendet und zeigen auch die grösste Ausbildung. — Für gutes Walzeisen darf für kleinere Träger im Allgemeinen eine zulässige grösste Spannung von 600^k angenommen werden.

Indem wir die Bezeichnungen beibehalten, die in der vorhergehenden Nummer erläutert sind, so haben wir nach Gl. 31)

$$\left. \begin{aligned} M &= \Sigma Xy = \frac{A}{a} \Theta = \frac{B}{b} \Theta \\ A &= M \frac{a}{\Theta} = B \frac{a}{b} \\ B &= M \frac{b}{\Theta} = A \frac{b}{a} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 147).$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll, wie bemerkt, A oder B nicht grösser als 600 genommen werden, es müssen diese Werthe aber niedriger gegriffen werden, wenn die schiefe Wandspannung grösser sein sollte, als die grösste Längenspannung (vergl. N°. 26 und 27).

Die Mittelrippe trägt zum Werth des Trägheitsmoments nur wenig bei; sie wird deshalb bei schmiedeisenen homogenen Trägern thunlich dünn gehalten; doch ist für ihre Stärke durch die Vertikalkraft B ein bestimmtes Minimum gegeben.

Bezeichnet nämlich für einen Vertikalschnitt x

B die im Querschnitt zu übertragende Vertikalkraft,

ΣY den numerisch gleich grossen Vertikalwiderstand,

S_0 die in der neutralen Faser des Trägers an der betrachteten Stelle per Längeneinheit wirkende Schubkraft,

\mathfrak{S}_0 die auf die Quadrateinheit reduzierte Schubspannung ebendasselbst,

\mathfrak{h} die Distanz der Mittelpunkte von Druck und Zug,

δ die Dicke der Mittelrippe,

so ist nach Gleichung 46)

$$S_0 = \frac{\Sigma Y}{\mathfrak{h}} = \frac{B}{\mathfrak{h}} \dots \dots \dots \text{I.}$$

und nach Gleichung 47)

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{S_0}{z} = \frac{S_0}{\delta} \dots \dots \dots \text{II.}$$

und folgt nun aus I. und II. als horizontale Schubspannung in der neutralen Faser

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{B}{\delta \mathfrak{h}} \dots \dots \dots 148).$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{S}_0 nicht grösser als 350 sein, woraus sich die Regel ergibt

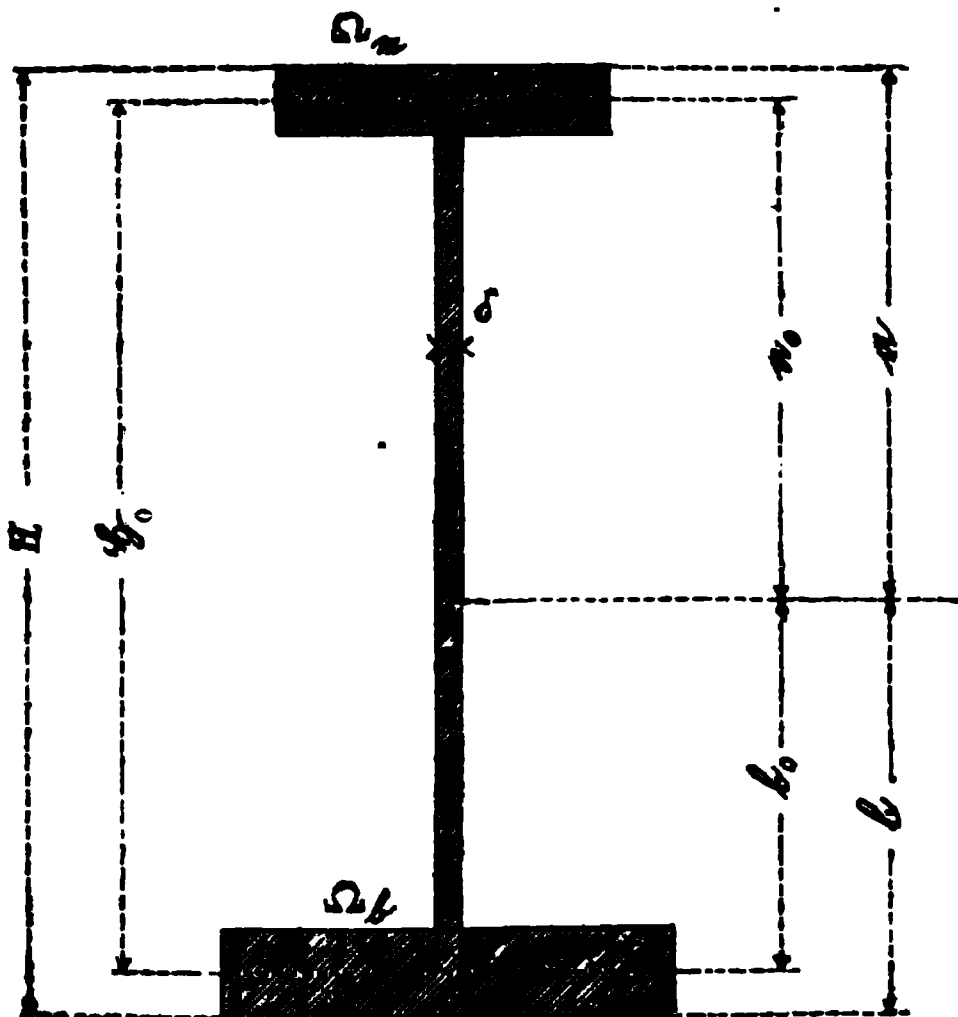
$$\delta \geq \frac{\mathfrak{S}}{350 \mathfrak{S}} \quad 149).$$

Der genaue Werth von \mathfrak{S} ist durch die Gleichung 32) der N^o. 14 gegeben

$$\mathfrak{S} = \frac{\Theta}{\int_0^b z. y. dy} \quad 32).$$

Das Integral bildet das Moment des gepressten Querschnitts in Bezug auf die neutrale Axe und lässt sich meist auf elementarem Wege ableiten (ist übrigens numerisch gleich dem Momente des gespannten Querschnitts).

Fig. 111.



In vielen Fällen wird die nachfolgende Annäherung schneller und mit hinreichender Genauigkeit zum Ziele führen; es ist nämlich die Distanz \mathfrak{S}_0 der beiden Resultanten der in den Gurtungen herrschenden Kräfte insofern bekannt, als dieselbe mit der Distanz der Schwerpunkte der Gurtungen nahezu identisch ist; bezeichnet man nun (s. Fig 111.) mit a_0 und b_0 die Abstände der genannten Resultanten von der neutralen Faser, mit Ω_a (Ω_b) den Querschnitt der gespannten (gepressten) Gurtung, so ist, wenn ferner die Höhe der Mittelrippen oder Mittelwand gleich \mathfrak{S}_0 angenommen wird,

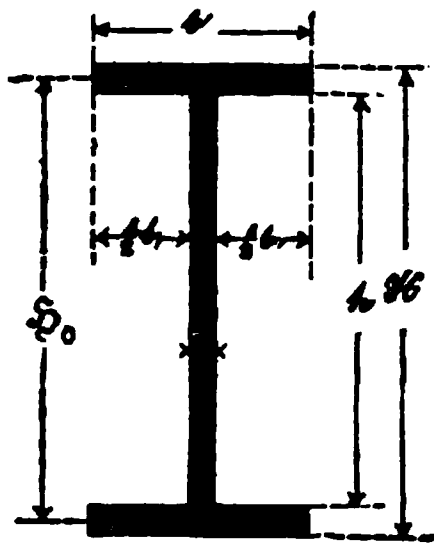
$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 \left\{ 1 - \frac{1}{12} \frac{\delta (a_0^2 + b_0^2)}{b_0 (\Omega_0 + \frac{1}{2} \delta b_0)} \right\} \quad 150)$$

Für symmetrische Querschnitte ist $a_0 = b_0 = \frac{1}{2} \mathfrak{H}_0$, wonach sich diese Formel einfach ausspricht:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 \frac{12\Omega + 2\delta\mathfrak{H}_0}{12\Omega + 3\delta\mathfrak{H}_0} \quad 150^*)$$

bei complicirten Querschnitten, z. B. Schienenprofilen wird zweckmässig ein graphisches Verfahren, etwa das in N^o. 17 erläuterte, zur Bestimmung der Grösse \mathfrak{H} angewendet.

Fig. 112.



Unter Festhaltung vorstehender Regeln wollen wir die grösste schiefe Spannung (Pressung) eines symmetrischen Iförmigen Trägers berechnen; die für die Querschnittsdimensionen desselben angewendeten Bezeichnungen sind aus beistehender Fig. 112 ersichtlich. Die grösste Spannung (Pressung) findet in der Mittelrippe zunächst der Gurtungsrippe statt. Es sei y die Ordinate des Anschlusspunktes zwischen Mittelrippe und Gurtung, dann ist die grösste zulässige Längenspannung daselbst anzunehmen:

$$\mathfrak{A}_y = 550 \frac{h}{H} \quad \text{I.}$$

wenn Alles in Kilo und Centim. ausgedrückt ist. — Die horizontale Schubkraft findet sich nach Gleichung 45)

$$S_y = \frac{\Sigma Y}{\Theta} \int_y^b zy \, dy \quad \text{II.}$$

und durch Wertheinsetzung aus Gleichung 47) wo aber für z die Blechdicke δ zu setzen ist.

Horizontale Schubspannung ebendasselbst

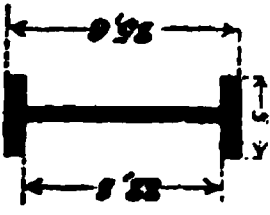
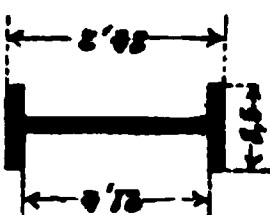
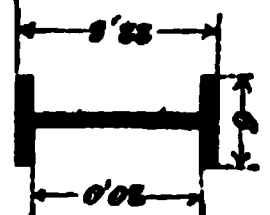
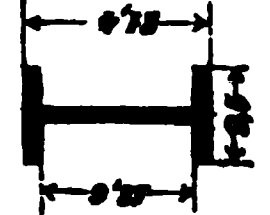
$$\mathfrak{S}_y = \frac{\Sigma Y \int_y^b zy \, dy}{\delta \cdot \Theta} \quad \text{III.}$$

wo das Integral das Moment der obern Gurtung in Bezug auf die neutrale Axe bezeichnet. —

Indem wir nun voraussetzen, dass die Wanddicke gerade so gross ist, wie Gleichung 149) verlangt (wobei zu bemerken, dass im Falle einer einzigen concentrirten Last, sowie bei continuirlichen oder eingespannten Trägern sehr leicht die volle Anstrengung der Seitenwandungen eintritt), so haben wir für $\frac{\Sigma Y}{\delta} = \frac{\mathfrak{S}}{\delta}$ seinen Werth aus Gleichung 149) einzusetzen, und erhält man:

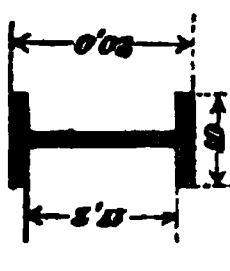
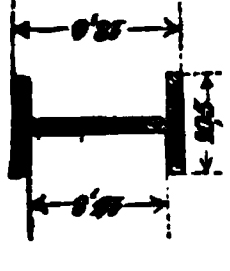
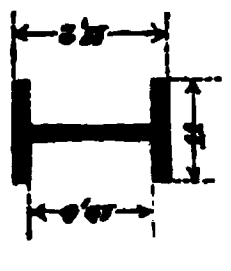
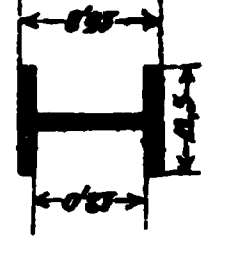
$$\mathfrak{S}_y = \frac{2}{3} \frac{b (H^2 - h^2)}{bH^2 - b,h^2} \cdot 350 \mathfrak{H} \quad \text{IV.}$$

Tabelle XXIX.
Die Coten der Figuren sind Vielfache der Dicke δ der Mittelrippe.

Nro.	Gewicht per lauf. Meter.	δ =	k 8,80	k 12,7	k 17,25	k 22,5	k 28,5	k 35,2	k 42,6	k 50,7	k 59,5	k 69,0	k 79,2	k 90,1	k 101,7	k 114,0
			cm 0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	cm 1,8
1			H = 12,8 $\Sigma Xy = 249$	15,4	17,9	20,5	23,0	25,6	28,2	30,7	33,1	35,8	38,4	41,0	43,5	46,1
2			H = 12,1 $\Sigma Xy = 242$	14,5	16,9	19,4	21,8	24,3	26,6	29,0	31,5	33,9	36,3	38,7	41,1	43,6
3			H = 11,4 $\Sigma Xy = 233$	13,7	16,0	18,2	20,5	22,6	25,1	27,4	29,6	31,9	34,2	36,5	38,8	41,0
4			H = 10,7 $\Sigma Xy = 223$	12,3	15,0	17,1	19,3	21,4	23,5	25,7	27,8	30,0	32,1	34,2	36,4	39,5

Anmerk. Die Spannung in den äussersten Fasern ist zu 600 Kilogr. per \square^{cm} angenommen.
Die Höhe H ist in Centimetern, ΣXy in Kilogramm-Metern ausgedrückt.

Fortsetzung von Tabelle XXIX.
Die Coten der Figuren sind Vielfache der Dicke δ der Mittelrippe.

Nr.	Gewicht per lauf. Meter.	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k
	$\delta =$	8,80	12,7	17,25	22,5	28,5	35,2	42,6	50,7	59,5	69,0	79,2	90,1	101,7	114,0					
		0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8					
5		$H = 10,0$ $\Sigma Xy = 213$	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0	22,0	24,0	26,0	28,0	30,0	32,0	34,0	36,0					
6		$H = 9,3$ $\Sigma Xy = 201$	11,2	13,0	14,9	16,7	18,6	20,6	22,3	24,2	26,0	27,9	29,8	31,6	33,5					
7		$H = 8,6$ $\Sigma Xy = 189$	10,3	12,0	13,8	15,5	17,2	18,9	20,6	22,4	24,1	25,8	27,5	29,2	31,0					
8		$H = 7,9$ $\Sigma Xy = 175$	9,5	11,1	12,6	14,2	15,8	17,4	19,0	20,5	22,1	23,7	25,3	26,9	28,4					

Anmerk. Die Spannung in den äussersten Fasern ist zu 600 Kilogr. per \square cm angenommen.
Die Höhe H ist in Centimetern, ΣXy in Kilogramm-Metern ausgedrückt.

Setzen wir nunmehr $\frac{h}{H} = \frac{9}{10}$, $\frac{b_1}{b} = \frac{9}{10}$, so folgt daraus nach Gleichung 150*) $\xi = 0,84 H$ und durch Wertheinsetzung in Gleichung IV.

$\mathfrak{S}_y = 245 \text{ Kilo} \dots\dots\dots \text{V.}$
und aus Gleichung I.

$$\mathfrak{A}_y = \frac{h}{H} 550 \text{ Kilo} = 495 \text{ Kilo} \dots\dots \text{VI.}$$

Indem man nun schliesslich die Werthe \mathfrak{S}_y und \mathfrak{A}_y aus Gleichung V. und VI. in die Gleichung 55) einsetzt, erhält man als grösste schiefe Spannung oder Pressung

$$\mathfrak{D} \max = \frac{495}{2} \pm \sqrt{245^2 + \left(\frac{495}{2}\right)^2} = 602,5 \text{ Kilo} \dots\dots \text{VII.}$$

Hätte man $\mathfrak{A} = 600 \text{ K.}$ genommen, so wäre \mathfrak{A}_y an der betrachteten Stelle (Grenze zwischen Gurtungen und Mittelrippe) $= 540$ und $\mathfrak{D} \max = 670 \text{ K.}$ geworden, was bei solchen kleinen Trägern, welche den Stössen der Eisenbahn-Fahrzeuge direct ausgesetzt sind, zu hoch geworden wäre.

Die Mittelrippe ist noch weiterhin in Anspruch genommen, wenn die Last oben aufgelegt ist, ohne dass Vertikalrippen angebracht sind; die Mittelrippe ist dann auf eine gewisse Länge einer Vertikalpressung ausgesetzt, welche wie am Schlusse von N°. 25 bemerkt, bei Berechnung der grössten schiefen Pressung nicht mit in Rechnung genommen wurde; letztere Pressung ist also im Falle der aufgelegten Last etwas grösser, als oben nach Gl. 55) berechnet wurde.

100. Am häufigsten kommt bei schmiedeisenernen homogenen Trägern die **I** form vor; in N°. 14 sind für symmetrische und unsymmetrische Form die Trägheitsmomente Θ berechnet und findet man die Widerstandsmomente, wie mehrfach bemerkt, nach Gleichung 31). Zu weiterer Erleichterung der Rechnung ist vorstehende Tabelle XXIX. hergestellt; die berechneten Widerstandsmomente, welche in Kilogramm-Metern ausgedrückt sind, entsprechen einer grössten Längenspannung von 600 Kilo per \square^{cm} ; die Reduktion auf andere Spannungen ist mittelst Gleichung 31) leicht herzustellen, d. h. die Widerstandsmomente sind den angenommenen Spannungen direkt proportional. — Die Dimensionen der Querschnitte 1—8 sind Vielfache der Dicke δ der Mittelrippe; die Gurtungsrippe ist durchweg 1,4mal so dick angenommen als die Mittelrippe; es entspricht diess den durchschnittlichen Verhältnissen der **I** Eisen, wie solche gegenwärtig von den Walzwerken angefertigt werden, und wird man für die meisten vorkommenden **I** Eisen ein annäherndes Profil in der Tabelle auffinden können, wobei Höhe und Gewicht per laufenden Meter vorzugsweise in Betracht zu ziehen sind.

101. Für sämtliche Träger-Querschnitte, welche beiderseits mit Gurtungsrippen versehen sind, sind die Näherungsformeln 38) und 39) gültig.

Bezeichnen ausser den aus Fig. 111 (s. Seite 242) ersichtlichen Dimensionen:

\mathfrak{A} die grösste Spannung in den äussersten Längenfaseren,

\mathfrak{B} die grösste Pressung in den entgegengesetzten äussersten Fasern,

\mathfrak{S}_0 die Distanz der Schwerpunkte der Gurtungen (als Mittelpunkte der dortigen Zug- und Druck-Resultanten), sowie

Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts,

\mathfrak{M} das Angriffsmoment für den betrachteten Querschnitt,

so ist nach N^o. 16:

$$\Theta = \mathfrak{S}_0 a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = \mathfrak{S}_0 b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) . . . 151)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M} &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \mathfrak{S}_0 a_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) = \frac{\mathfrak{A}}{a} \mathfrak{S}_0 a_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) \\ \mathfrak{M} &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \mathfrak{S}_0 b_0 \left(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta b_0 \right) = \frac{\mathfrak{B}}{b} \mathfrak{S}_0 b_0 \left(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta a_0 \right) \end{aligned} \right\} 152).$$

Für symmetrische I-förmige Querschnitte ist diese Gleichung ganz genau (vergleiche Gleichung 37); nennt man nun

b die Breite der Gurtungsrippe,

t die Höhe derselben,

H die ganze Trägerhöhe,

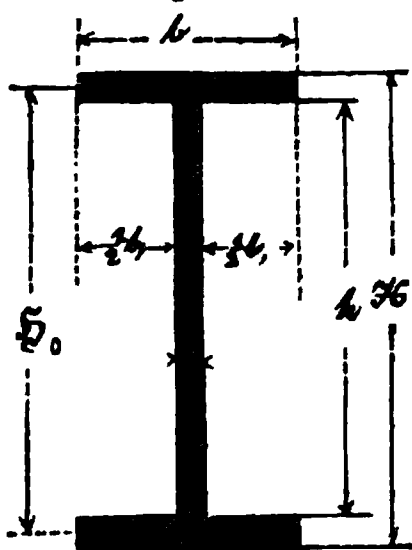
h die lichte Entfernung der Gurtungen,

$\mathfrak{S}_0 = \frac{H+h}{2}$ die Distanz der Gurtungsschwerpunkte;

bedenkt man ferner, dass:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B}, \quad b = a = \frac{1}{2} H, \quad b_0 = a_0 = \frac{1}{2} \mathfrak{S}_0,$$

Fig. 112.



so erhält man aus Gleichung 151) und 152)

$$\left. \begin{aligned} \Theta &= \frac{\mathfrak{S}_0^2}{2} \left(bt + \frac{1}{6} \delta \mathfrak{S}_0 \right) \\ \mathfrak{M} &= \mathfrak{A} \frac{\mathfrak{S}_0^2}{2} \left(bt + \frac{1}{6} \delta \mathfrak{S}_0 \right) \end{aligned} \right\} . . . 152^*).$$

Wenn in vorstehenden Formeln 151) bis 152*) Alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt ist, so soll \mathfrak{A} nicht grösser als 600 genommen werden.

102. Die schmiedeisernen homogenen Träger werden nicht nur für Zwischenträger (Querträger, Schwellenträger etc.), sondern

insbesondere auch als Hauptträger behufs Ueberbrückung kleiner Spannweiten angewendet. Man fertigt neuererzeit diese Träger aus sogenanntem Walzeisen (IEisen) in solchen Dimensionen an, dass Weiten bis zu 10^m überspannt werden können, wobei man häufig mit Rücksicht auf Verminderung der Constructionshöhe für jeden Schienenstrang zwei Träger verwendet. — Wir werden bei den Hauptträgern der Eisenbahnbrücken in Folgendem die Angriffsmomente M je für ein Geleise berechnen; zur Bestimmung der Dimensionen der Träger sind sodann diese Momente durch die Trägeranzahl zu dividiren.

Da der Querschnitt homogener Träger auf die ganze Länge constant ist, so ist in jedem Fall nur je der Maximalwerth von M zu bestimmen; es reichen aber die im Früheren von uns gegebenen Regeln insofern nicht vollständig aus, als die Abscisse, für welche dieses Maximalmoment eintritt, im Voraus nicht bekannt ist.

Wir haben oben in N°. 65 diese Abscisse x_0 für den Fall zweier gleich grosser Lasten bestimmt und gefunden, dass dieselbe um $\frac{1}{4}$ des Radstandes von der Mitte entfernt ist. Für eine grössere Anzahl von Axlasten, namentlich bei einer ungeraden Anzahl derselben ist einleuchtend, dass x_0 weniger von der halben Trägerlänge abweicht, und könnte man x_0 durch Probiren dadurch bestimmen, dass man für die Mitte und einige wenige in der Nähe derselben liegenden Querschnitte nach Anleitung der N°. 66 (unter Anwendung der Gleichung 103) das Maxima von M bestimmt und das grösste dieser Maxima auswählt. Uebrigens hat auch eine theoretische genaue Behandlung der Aufgabe keine Schwierigkeit, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

Wie aus der Entwicklung der Gleichung 103) hervorgeht (N°. 66), fällt $\max M_x$ für jeden Querschnitt im Allgemeinen stets unter eine Axe, es wird diess also auch für das absolute Maximum $M \max M_x$ der Fall sein müssen. Da ferner der Ort des absoluten Maximums nicht weit von der Trägermitte entfernt ist, so steht zu erwarten, dass dasselbe Rad, welches das Max. M in der Trägermitte hervorbringt, auch zur Auffindung des absoluten Maximums führt, d. h. dass dieses Rad sich über dem Punkte befinden muss, in welchem das absolute Maximum stattfindet. Man findet nun leicht für einen bestimmten Lastzug dasjenige Rad heraus, unter welchem für die Trägermitte das Maximum eintritt, es muss nämlich nach Gleichung 103) die Summe der rechts und links dieses Rades liegenden Axlasten gleich gross sein, wobei man das Gewicht der fraglichen Axe selbst, nach Erforderniss nach beiden Seiten hin vertheilt zu denken hat.

Die dem Maximum von M für die Trägermitte entsprechende Axe ist aber auch (Ausnahmefälle abgerechnet) für das Max M der nicht weit von der Mitte entfernt liegenden Querschnitte,

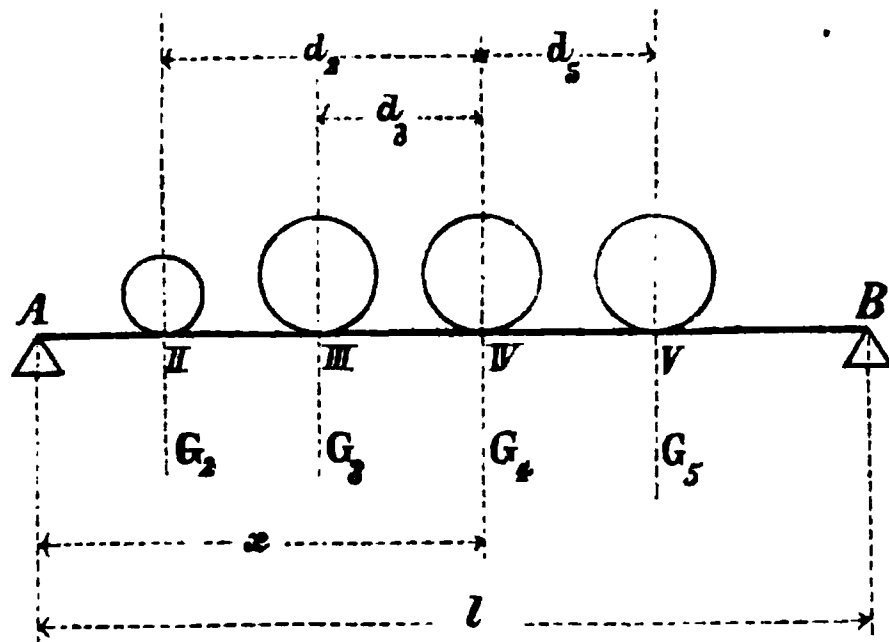
somit für das absolute Max \mathcal{M}_x massgebend, da man das Gewicht dieses Rads in solche Fragmente theilen kann, dass die Summen der rechts und links vom Querschnitt liegenden Lasten nicht mehr ganz gleich sind, sondern sich zu einander verhalten wie $x:l-x$.

Nachdem die Axlast, unter welcher $M \max \mathcal{M}_x$ voraussichtlich eintritt, bekannt ist, bestimmt man für einen beliebigen Querschnitt x den Werth von \mathcal{M}_x nach Gleichung 102*), und erhält man sodann den Werth von x_0 , indem man diese Gleichung nach x differenzirt und den Differentialcoefficienten $\frac{d \mathcal{M}_x}{dx} = 0$ setzt.

Ein Beispiel wird den Gang der Rechnung klar machen. — Es sei für die in Fig. 85 dargestellte Tendermaschine der Ort des absoluten Maximums von \mathcal{M} zu bestimmen, wobei wir voraussetzen, es sei die Spannweite l so klein, dass nur die Axen II bis V auf den Träger treffen. Maximum \mathcal{M} fällt offenbar unter Axe N°. IV: für die Trägermitte hat man vom Axgewicht IV noch $1,55^T$ den Axen II und III zuzurechnen, um die Hälfte des Gesamtgewichts von $49,1^T$ zu erhalten. Rückt die Abscisse $M \max \mathcal{M}_x$ etwas nach rechts, so ist nur ein verhältnissmässig grösserer Theil der Axlast IV nach links zu rechnen.

Um allgemeine Formeln zu erhalten, führen wir die aus untenstehender Fig. 113 ersichtlichen Bezeichnungen ein und

Fig. 113.



nehmen an, es sei der Träger noch mit dem Eigengewicht p per Längeneinheit belastet, dann ist nach Gleichung 100*)

$$A = \frac{pl}{2} + \frac{G_2}{1}(l-x+d_2) + \frac{G_3}{1}(l-x+d_3) + G_4 \frac{l-x}{1} + \frac{G_5}{1}(l-x-d_5) \quad \text{I.}$$

und nach Gleichung 102*)

$$\mathcal{M}_x = Ax - \frac{px^2}{2} - G_2d_2 - G_3d_3$$

und wenn man den Werth von A aus I einsetzt nach einigen Reductionen:

$$\mathfrak{M}_x = \frac{plx}{2} + (G_2 + G_3 + G_4 + G_5) \left(x - \frac{x^2}{l} \right) + \frac{x}{l} (G_2 d_2 + G_3 d_3 - G_5 d_5) - \frac{px^2}{2} G_2 d_2 - G_3 d_3 \dots \dots \dots \text{II.}$$

Differenziert man diese Gleichung und setzt $\frac{d\mathfrak{M}_x}{dx} = 0$, so folgt nach entsprechender Reduktion:

$$x_0 = \frac{1}{2} + \frac{G_2 d_2 + G_3 d_3 - G_5 d_5}{2(G_2 + G_3 + G_4 + G_5) + pl} \dots \dots \dots \text{III.}$$

als Werth für die Abscisse des absolut grössten Moments, und kann diese Formel leicht in allgemeiner Form angeschrieben werden, so dass sie für jede beliebige Anzahl von Radaxen brauchbar ist.

Man kann aus Gleichung III. nachstehende Schlüsse ziehen:

1) Der Ort des Maximalmoments ist abhängig vom Eigengewicht des Trägers; durch den Einfluss von p verringert sich die Abweichung der Abscisse x_0 von der Trägermitte, der Einfluss von p ist aber unbedeutend, namentlich bei kleinen Trägern von geringem Eigengewicht, wie wir solche für homogene Träger im Auge haben.

2) Liegen die Radlasten symmetrisch zu demjenigen Rade, unter welchem $\max \mathfrak{M}$ eintritt, so ist x_0 in aller Strenge $= \frac{1}{2}$.

Sind nur zwei Axen vorhanden, so trifft $\max \mathfrak{M}_x$ unter die schwerere Axe, ist P_1 deren Gewicht, P_2 das der andern Axe, so ist in Formel III. zu setzen

$$G_2 = G_3 = 0 \quad G_4 = P_1 \quad G_5 = P_2$$

und erhält man

$$x_0 = \frac{1}{2} + \frac{P_2 d}{2(P_1 + P_2) + pl} \dots \dots \dots \text{IV.}$$

welche in die Gleichung X. der N^o. 65 übergeht, wenn man $P_1 = P_2 = P$ und $p = 0$ setzt.

Für die beiden Axen III und IV der Fig. 85 erhält man, wenn $l = 3,0^m$ $p = 350^k$ angenommen wird, aus Gl. IV. $x_0 = 1,843^m$ und hieraus $\max \mathfrak{M} = 11,658^{mT}$, während für die Trägermitte, wenn eine Axe über derselben steht, $\max \mathfrak{M} = 10,624^{mT}$ sich ergibt. Das absolute Maximum des Moments ist deshalb um ca. 10% grösser, als das für die Trägermitte. Unter Vernachlässigung von p erhält man $x_0 = 1,85^m$, $\max \mathfrak{M} = 11,25^{mT}$, $\max \mathfrak{M}$ für die Mitte $= 10,23$, somit fast genau dieselbe Abweichung der Momente, wie oben.

Besteht der Lastzug aus 3 oder 5 Axen und sind dieselben bezüglich Lage und Gewicht symmetrisch zur Brückenmitte, so fällt x_0 in letztere, in andern Fällen kann x_0 nur sehr wenig von $\frac{1}{2}$ verschieden sein, weil Axlasten und Radstände in der Praxis nicht stark von einander abweichen.

Ein Lastzug mit 4 Axen lässt eine etwas grössere Abweichung als bei ungerader Axzahl erwarten: Setzen wir in Gleichung III. die Zahlenwerthe der Fig. 85 ein und nehmen im Weiteren $l = 7,0^m$ $p = 1000^k = 1^T$, so folgt:

$$\begin{aligned} x_0 &= 3,5 + \frac{10,7 \cdot 2,7 + 12,8 \cdot 1,4 - 12,8 \cdot 1,4}{2 \cdot 49,1 + 7,0 \cdot 1,0} \\ &= 3,5 + 0,274 = 3,774^m. \end{aligned}$$

Es weicht somit für diesen Fall x_0 um ca. 4% der Länge l von der Trägermitte ab.

Nachdem x_0 gefunden, bestimmt sich das absolute Maximum des Moments aus Gleichung 102^a) oder Gleichung II. und erhält man:

$$M \max \mathfrak{M}_x = 60,28^mT.$$

Für die Trägermitte hätte man für denselben Lastzug, wenn Axe IV auf der Trägermitte steht, erhalten:

$$\max \mathfrak{M}_1 = 59,68^mT,$$

etwa 1% weniger als oben, somit eine wesentlich geringere Abweichung als bei zwei Axen.

Für die praktische Anwendung können wir, gestützt auf vorstehende Beispiele über die Berechnung der Maxima \mathfrak{M} für homogene Träger, folgende Regeln aufstellen:

Ist die Spannweite eines homogenen Trägers, der direct (ohne Vermittlung von Querschwellen) der Einwirkung eines Lastzugs ausgesetzt ist, so gross, dass drei oder mehr Radaxen gleichzeitig auf demselben Platz finden, so ist mit ausreichender Annäherung als Ort des Maximalmoments die Trägermitte anzunehmen: man bestimmt die Stellung des Lastzugs, welche dem Maximalmoment entspricht nach Gleichung 103), d. h. so, dass die Summen der nach links und rechts treffenden Radlasten gleich sind, das Moment selbst sodann nach Gleichung 102^a).

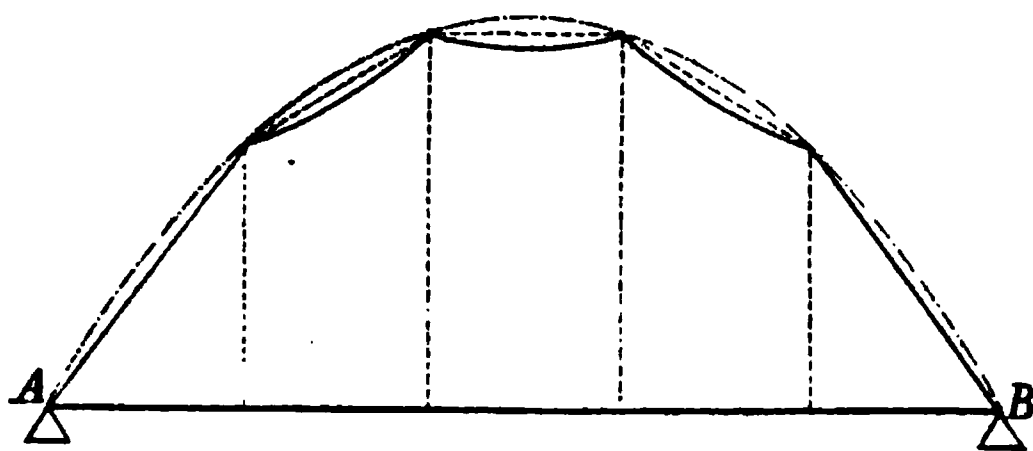
Ist die Spannweite gering, so dass nur zwei Räder auf dem Träger Platz finden, so weicht der Ort des Maximums von der Mitte erheblich ab, man bestimmt die Abscisse x_0 desselben mit Hülfe von Gleichung IV, wobei p meist vernachlässigt werden kann, da das Eigengewicht solcher kleiner Träger gegenüber dem Axgewicht nicht in Betracht kommt. Ist dann x_0 gefunden, so erhält man aus Gleichung 102^a) wieder das Maximalmoment, wobei das Eigengewicht mit in Rechnung gezogen werden kann.

Eine Modification erleidet das Verfahren, wenn die Schienen nicht direct, sondern mit Hülfe von Querschwellen auf den Hauptträgern aufliegen. Die in N^o. 66 und 67 gegebenen Regeln, welche das Maximalmoment für einen bestimmten Querschnitt auffinden lehren, gelten nur für die mit den Querschwellen zusammenfallenden Querschnitte des Trägers, an den zwischen den Querschwellen liegenden Abscissen wird das Moment dadurch be-

einflusst, dass ein Theil desselben in die Schienen übergeht. — Sofern die Schienen wegen Nachgiebigkeit der Schwellen als nicht continuirlich auf den Schwellen aufliegend angenommen werden können, sind die in die Schienen übergehenden ΔM stets positiv, das Maximalmoment somit jedenfalls kleiner, als im Falle der directen Auflage der Räder auf den Trägern.

Es steht desshalb zu erwarten, dass die Maximalmomente, welche bei beweglichem Lastzug in den Abscissen zwischen den Querschwellen eintreten, für die Berechnung der Dimensionen ausser Betracht bleiben können, es ist diess auch in einer Abhandlung von Weyrauch, hannover. Bauzeitung 1875, nachgewiesen, indem die Kurven $\text{Max } M$ zwischen den Knotenpunkten die aus nebestehender Fig. 114 ersichtliche, nach aussen concave Form zeigen, somit zwischen den Knotenpunkten nie Momente stattfinden, welche die ohne Rücksicht auf die Lage der Querschwellen ermittelten Umhüllungskurven überschreiten.

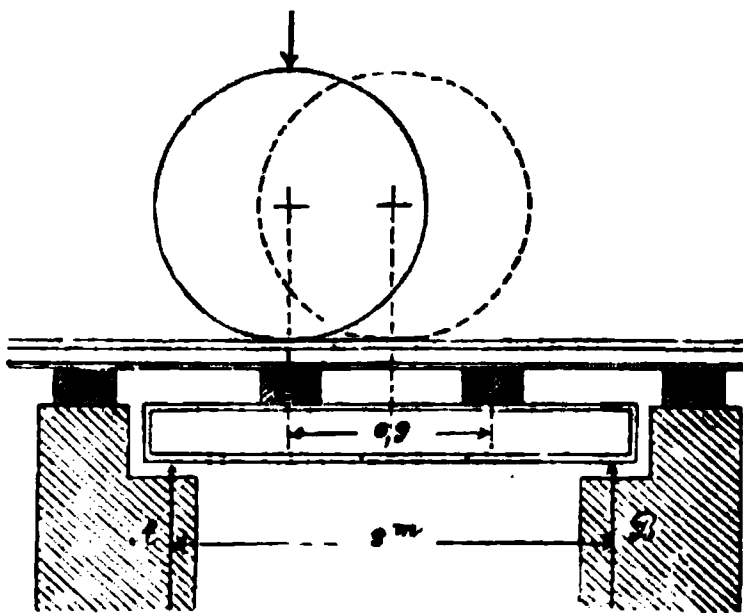
Fig. 114.



Das Zwischentreten der Querschwellen vereinfacht somit das Verfahren, insofern immer nur die der Mitte des Trägers nächstgelegenen Schwellen in Betracht zu ziehen sind.

103. Gestützt auf obige Regeln wollen wir im Folgenden die Angriffsmomente M für eine Reihe von Trägern verschiedener Spannweite berechnen, indem wir zunächst pro Radaxe 12^t Gewicht, und die Distanz zweier Axen $= 2,0^m$ annehmen.

Fig. 115.



Bei 2^m Spannweite ist für unmittelbares Auflager

$$\max M = \frac{12 \cdot 2}{4} = 6^{\text{Tm}}$$

bei Anwendung von Querschwellen findet das grösste Angriffsmoment dann statt, wenn die Axe gerade auf einer Querschwelle sich befindet; es ist

$$\text{Auflagerdruck } A = \frac{12 \cdot 1,45}{2,00} = 8,7^{\text{T}}$$

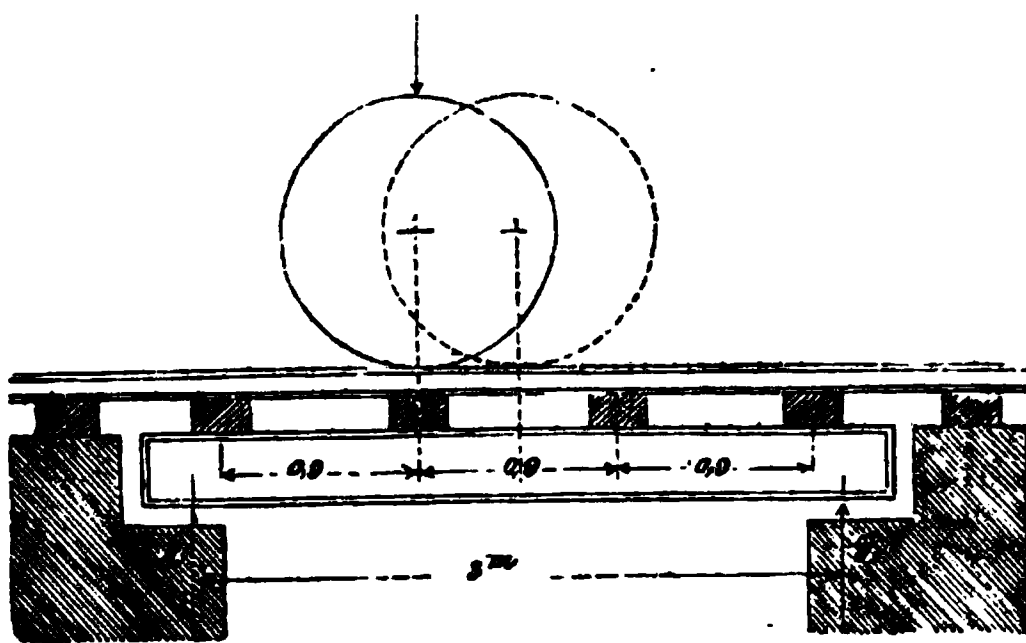
$$\max M = 8,7 \times 0,55 = 4,785^{\text{Tm}}.$$

Bei 3^m Spannweite ist für unmittelbares Auflager

$$\max M = \frac{12 \cdot 3}{4} = 9^{\text{Tm}}$$

bei Anwendung von Querschwellen findet das grösste Angriffsmoment wiederum dann statt, wenn die Radaxe unmittelbar über

Fig. 115^a.



einer Querschwelle steht, hiefür ist (indem die letzte, zunächst B befindliche Querschwelle durch das 2. Locomotivrad gleichfalls eine Belastung erhält)

$$\text{Auflagerdruck } A = \frac{12 \cdot 1,95 + 9,333 \cdot 0,15}{3,0} = 8,266^{\text{T}}$$

$$\max M = 8,27 \times 1,05 = 8,68^{\text{Tm}}.$$

Bei 4^m Spannweite sind zwei Räderachsen auf die Brücke zu rechnen, die ungünstigste Stellung derselben tritt, wenn die Fahrbahn direct auf den Trägern liegt, dann ein, wenn das eine Rad um $\frac{1}{4}$ der Raddistanz d von der Brückenmitte entfernt ist (Fig. 115^b), hiefür ist das Angriffsmoment nach Gleichung XI. der N^o. 65:

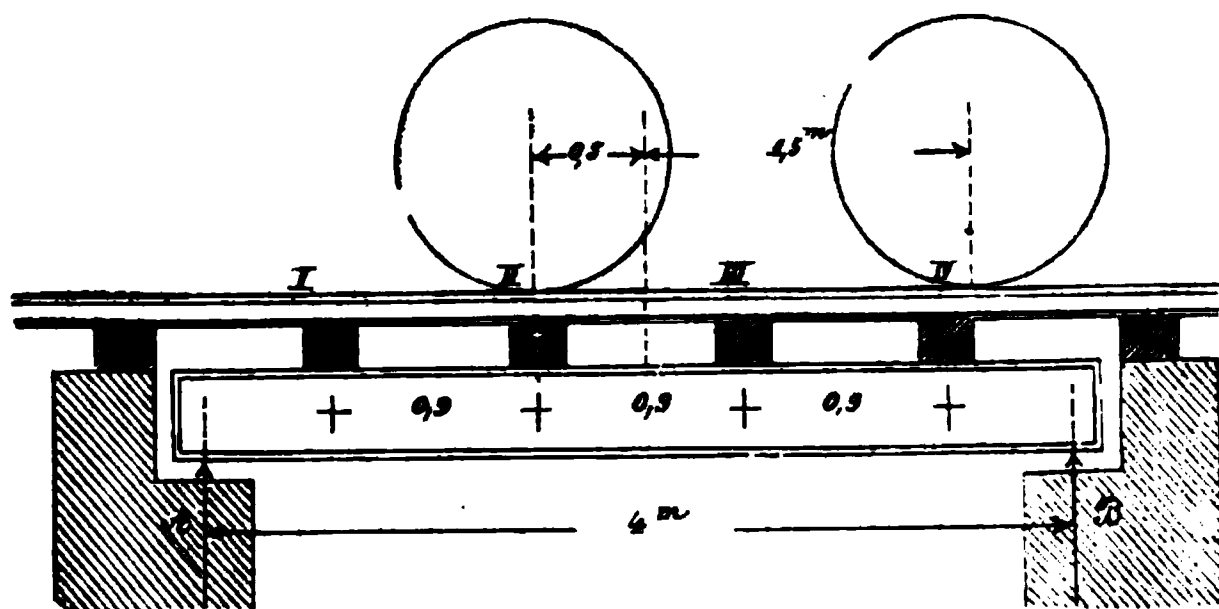
$$\max M = \frac{P (21-d)^2}{81} = \frac{12 \cdot 36}{32} = 13,5^{\text{Tm}}.$$

Bei Anwendung von Querschwellen dagegen erreicht M sein Maximum auf der der Mitte zunächst liegenden Querschwelle II, und zwar dann, wenn das erste Rad auf derselben steht, und ist für diesen Fall:

$$A = \frac{12 (2,45 + 0,45)}{4} = 8,7^T$$

und $\text{Max } M = 8,7 \cdot 1,55 = 13,485^{\text{Tm}}$.

Fig. 115b.



Hätte man für die in Fig. 115^b dargestellte Laststellung, bei welcher das erste Rad über die Querschwelle II um 0,05^m hinaustritt, das Moment im Lastpunkt berechnet, so wäre Schwelle I mit 0,67^T, Schwelle II mit 11,33^T, Schwelle IV mit 10^T belastet anzunehmen, und folgt daraus:

Auflagerdruck

$$A = \frac{2,45 \cdot 11,33}{4} + \frac{0,67 \cdot 3,35}{4} + \frac{0,65 \cdot 10}{4} = 9,125^T$$

$$\text{Max } M = 9,125 \cdot 1,5 - 0,67 \cdot 0,85 = 13,12^{\text{Tm}}$$

somit, wie zu erwarten, geringer, als im vorhergehenden Belastungsfall.

Unter den Eingangs angegebenen Voraussetzungen ist nachstehende Tabelle XXX. gerechnet, welche für jede Spannweite das per Geleise antreffende max M in Kilogramm-Metern ergibt. — Die entsprechenden Widerstandsmomente I förmiger Träger sind in Tabelle XXIX. enthalten.

Die Momente werden wesentlich grösser, wenn bei gleicher Axbelastung die Axendistanz kleiner angenommen wird; in der nachfolgenden Tabelle XXX^a. sind 3 Radaxen von je 12 Tons Belastung und je 1,5^m Distanz berechnet (was etwa der für Tabelle XVII. angenommenen Güterzug-Maschine entsprechend ist).

Die Momente der Tabellen XXX. und XXX^a. beziehen sich durchweg auf ein Geleise; wenn also wie gewöhnlich zwei Träger

Tabelle XXX.

Axbelastung 12 T.

Axdistanz 2^m.

Spannweite:		1,2 ^m	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	3,0
max	mit Querschwellen.	1575	2464	3281	4050	4785	5495	6187	7200	8680
	direkt auflegend.	3600	4200	4800	5400	6000	6600	7500	8100	9000
Spannweite:		3,3 ^m	3,6	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
max	mit Querschwellen.	10180	11310	13475	16319	20034	23419	28236	33000	38000
	direkt auflegend.	9900	11267	13500	16333	21000	25500	30000	34500	39000

per Geleise vorhanden sind, so sind diese Werthe zu halbiren; für die auf einen Träger reduzierten Angriffsmomente der Tabellen XXX. ist dann aus Tabelle XXIX. ein passendes Widerstandsmoment auszusuchen, das dem ersteren numerisch gleich sein soll. Hat ein Träger andere Dimensionen, als sein Angriffsmoment verlangt, so lässt sich mit Hülfe der Tabelle XXIX. die grösste Längenspannung schnell auffinden, indem in der genannten Tabelle eine Längenspannung von 600 Kilo angenommen ist und die

Tabelle XXXa.

Axbelastung 12 T.

Axdistanz 1,5^m.

Spannweite:		1,2 ^m	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	3,0
max	mit Querschwellen.	1650	2643	3587	4500	5390	6164	7552	8400	10080
	direkt auflegend.	3600	4200	4800	5400	6000	6600	7500	8666	10125
Spannweite:		3,3 ^m	3,6	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7
max	mit Querschwellen.	11788	13500	16190	20880	25500	30172	34785	39377	43958
	direkt auflegend.	11823	14400	18000	22500	27000	31500	36000	40500	45000

Widerstandsmomente der jeweils herrschenden grössten Längenspannung direkt proportional sind.

Die grösste Vertikalkraft findet nicht gleichzeitig Statt, sondern stets dann, wenn das Vorderrad der Lokomotive am Brückenende angelangt ist, während von den übrigen Lokomotivrädern so viele auf der Brücke sich befinden, als die Länge der letzteren gestattet. — Hiernach ist die folgende Tabelle XXXI. für die grössten Werthe der Vertikalkraft \mathfrak{B} berechnet. — Die Axenbelastung der Lokomotive ist wieder 12000^k und die Axendistanz 2^m ; die Werthe \mathfrak{B} beziehen sich auf ein Geleise, so dass in der Regel auf einen Träger die Hälfte dieser Last zu rechnen ist.

Tabelle XXXI.

Axbelastung 12^T .Axdistanz 2^m .

Spannweite:	$2,0^m$	2,2	2,4	2,7	3,0	3,3	3,6
Max \mathfrak{B}	12000^k	13091	14000	15111	16000	16727	17833
Spannweite:	$4,0^m$	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
Max \mathfrak{B}	18000^k	20000	21600	22909	24000	24923	25714

Für alle Weiten unter 2^m ist Max \mathfrak{B} gleich 12000^k per Geleise zu rechnen. Für den Fall einer Axendistanz von nur $1,5^m$, während die Axenbelastung 12000^k beträgt, erhält man folgende gleichfalls auf ein Geleise bezogenen Werthe:

Tabelle XXXI^a.Axbelastung 12^T .Axdistanz $1,5^m$.

Spannweite:	$1,6^m$	1,8	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0	3,3
max \mathfrak{B}	12750^k	14000	15000	15810	16500	17333	18000	19636
Spannweite:	$3,6^m$	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
max \mathfrak{B}	21000^k	22500	24000	25200	26182	27000	27692	28285

Für $1,5^m$ und alle geringeren Weiten ist max $\mathfrak{B} = 12000^k$ per Geleise zu rechnen.

In den Tabellen XXXI. und XXXI^a. ist vorausgesetzt, dass die Träger unmittelbar belastet sind; werden besondere Schwellenträger angewendet, so geht ein Theil der Vertikalkraft durch dieselben direkt auf die Widerlager über; letztere Last muss von den Werthen der Tabelle XXXI. in Abzug gebracht werden.

104. Gusseiserne Träger werden seltener angewendet, da ein Bruch durch Erschütterungen leicht hervorgerufen werden kann und schmiedeiserne Träger sehr billig und in mannigfaltigen Formen hergestellt werden.

Das Gusseisen zeigt die Eigenthümlichkeit, dass der Elastizitätsmodul bei stärkeren Belastungen sich sehr ändert und für Druck und Zug nicht mehr derselbe ist (vergl. Tab. IV. u. V.). Innerhalb den bei Brückenbauten zulässigen Belastungen sind jedoch beide Elastizitätsmodule nahezu gleich und haben wir als Mittelwerth 900000^k per □^{cm} gesetzt.

Da die absolute Festigkeit des Gusseisens 5—6mal kleiner ist als seine absolut rückwirkende Festigkeit, so kommt bei homogenen Trägern nur erstere in Betracht und lautet hienach Gleichung 31)

$$M = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta \dots \dots \dots 31).$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{A} gewöhnlich nicht grösser als 200 genommen werden; es gibt jedoch Gusseisen besonders guter Qualität, wo grössere Längenspannungen bis zu 250^k per □^{cm} erlaubt sind.

Da die rückwirkende Festigkeit des Gusseisens die absolute Festigkeit so sehr übersteigt, so gibt man häufig den beiden Flantschen verschiedene Querschnitte, indem man die gedrückte Gurtungsrippe viel kleiner herstellt. — Für solche unsymmetrische Querschnitte mit dünnen Mittelrippen hat E. Hodgkinson folgende empirische Formel gegeben:

$$P = C \frac{ah}{l} \dots \dots \dots 153);$$

hiebei bezeichnet:

- l die Länge eines an beiden Enden frei aufliegenden Stabes,
- h die Höhe desselben,
- a den Querschnitt der gezogenen Flantsche,
- P das Gewicht, das in der Mitte des Stabs wirkend den Bruch hervorbringt,

und ist, wenn alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt ist,

$$C = 4100 \text{ Kilo,}$$

woraus Bruchmoment:

$$M_0 = 1025 \cdot a \cdot h \dots \dots \dots 154)$$

Wir haben in Tafel VIII. die Schienen der London-Metropolitan Bahn gezeichnet, deren Trägheitsmoment Θ , und zugehöriges $\frac{\Theta}{a}$ nach dem in N^o. 17 angegebenen Verfahren bestimmt wurde, wie das Nähere aus Tafel VIII. ersichtlich ist.

M = 8,715 α_0 I.

M = 11,4 u₀ II.

In ähnlicher Weise ergab sich, als der Fuss der Schiene auf Zug in Anspruch genommen wurde, eine Bruchlast von 29,17 tons und hieraus $\mathfrak{A}_0 = 38,4$ tons per Quadratzoll, was 6048 Kilo per Quadratcentimeter entspricht.

Bei Belastung der Schienen durch Locomotivachsen von 12 tons Gewicht und unter der Annahme, dass das Material nicht stärker als mit c. 1000^k per Quadratcentimeter oder 7 tons per Quadratzoll englisch in Anspruch genommen sein soll, ergibt sich als freie Auflagerweite l für obige Schienen:

$$1 = \frac{7 \cdot 11,4 \cdot 4}{6} = 53,2 \text{ Zoll oder } 4,4 \text{ Fuss englisch.}$$

Anmerk. Die Zahlenangaben sind dem Journal *Engineering*, 1868, entnommen, wo auch das Widerstandsmoment in gleicher Weise berechnet ist.

106. Hölzerne homogene Träger haben meist rechteckige Querschnittform, — wodurch Gleichung 31) sich wesentlich vereinfacht.

nach Gleichung 31)

$$\mathfrak{M} = \frac{\mathfrak{A}}{a} \Theta = \frac{\mathfrak{B}}{b} \Theta \quad 31).$$

Bestimmung des Trägheitsmoments Θ ist bei complicirteren Querschnitten oft sehr zeitraubend; es wird daher mit Vortheil Näherungsformel aus N°. 95 angewendet:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{M} &= \frac{\mathfrak{A}}{a} \mathfrak{S}_0 a_0 (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0) \\ \mathfrak{M} &= \frac{\mathfrak{B}}{b} \mathfrak{S}_0 b_0 (\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0) \end{aligned} \right\} \quad 150).$$

Nach Gleichung 31) darf $\frac{\mathfrak{A}}{a}$ jederzeit durch $\frac{\mathfrak{B}}{b}$ ersetzt und umgekehrt; bei ganz oder nahezu symmetrischen Querschnitten ist diese Näherungsformel vollständig genau, und die Gleichung über:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{A} \frac{\mathfrak{S}_0^2}{H} (\Omega_a + \frac{1}{3} \delta \mathfrak{S}_0) \quad 158).$$

Gleichung mit Formel 152*) identisch ist.

Wenn alles in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückt, so soll \mathfrak{B} nicht grösser als 600 Kilogramm genommen werden, δ die Dicke der Mittelrippe. Dies gilt auch, wenn alle Längen und Höhen, und somit in Metern (oder überhaupt andern Längeneinheiten) ausgedrückt sind, die Ausdrücke $(\Omega_a + \frac{1}{3} \delta a_0)$ und $(\Omega_b + \frac{1}{3} \delta b_0)$ nach Centimetern sind.

Bestimmung der Dicke der Mittelrippe hat man nach Gleichung 148)

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{S} \delta} \quad 148),$$

wo wir auf die Bestimmung von \mathfrak{S} in N°. 99 verweisen.

Wenn alles in Kilogrammen und Centimetern ausgedrückt, so soll δ nicht grösser als 350 genommen werden. Hieraus folgt

$$\delta \geq \frac{1}{350} \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{S}} \quad 149).$$

b. Bei Trägern mit gebogenen oder überhaupt parallelen Gurtungen müssen obige Formeln einige Modificationen erleiden, indem wir uns einen Querschnitt denken, in dem alle Längenfaseru normal steht. — Bezeichnen wir mit \mathfrak{S} die Kraft in der gezogenen Gurtung, \mathfrak{S}_v die vertikale Componente dieser Kraft, α den Winkel, den die gezogene Gurtung mit dem Horizont bildet, \mathfrak{S}_n den Querschnitt der gezogenen Gurtung senkrecht zur Gurtungsrichtung,

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{\mathfrak{B} - Q_y' - Q_y''}{\mathfrak{H}\delta} \quad 160)$$

wo Q_y' und Q_y'' aus obigen Gleichungen III. und IV. zu entnehmen sind.

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{S}_0 nicht grösser als 350 sein, wornach

$$\delta > \frac{1}{350} \frac{\mathfrak{B} - Q_y' - Q_y''}{\mathfrak{H}} \quad 161).$$

Bei Bestimmung der Wanddicke müssen gleichzeitige Werthe von \mathfrak{B} und \mathfrak{M} in Rechnung genommen werden, da letztere Grösse für die Werthe Q' und Q'' massgebend ist.

109. Bei den vorstehenden Regeln ist durchaus vorausgesetzt, dass die Abzüge für die Nietlöcher oder ungenügende Stossverbindungen bereits vorgenommen worden sind. — Im Allgemeinen ist hiebei auf die Zusammenstellung in N^o. 54 zu verweisen, wo die Regeln über Nietverbindungen kurz zusammengefasst sind, es lassen sich jedoch einige weitere Betrachtungen anreihen.

Die Nieten, mit denen die einzelnen Theile der Gurtungen verbunden werden, werden schon dieses Zweckes halber meist so nahe zusammengedrückt und von solcher Stärke hergestellt, dass an den Stössen kaum eine weitere Schwächung nothwendig wird. — Dies kann insbesondere noch dadurch erreicht werden, dass die Nieten zunächst dem Stossplattenrande ganz gleich den auf die ganze Länge durchlaufenden Nieten hergestellt werden und erst die innern Nietreihen — welche nicht mehr die ganze Kraft zu übertragen haben, mit stärkern oder zahlreichern Nieten versehen werden; für die Schwächung des gestossenen Bleches ist nur die dem Stossplattenrande zunächst befindliche Nietreihe massgebend (siehe N^o. 54).

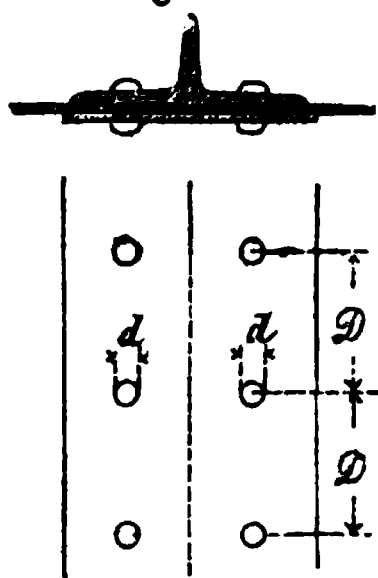
Ob ein beliebiger Stoss genügend hergestellt ist, wird nach Anleitung von N^o. 54 untersucht; im Allgemeinen soll Stossplatte oder Niete nicht mehr in Anspruch genommen sein, als das gestossene Blech; ist jedoch letzteres stärker als nothwendig wäre, so genügt für den Stoss die der Widerstandsfähigkeit des Nietbolzenmaterials entsprechende Stärke.

Die Stösse der Blechwand erfordern eine besondere Beurtheilung. — Die Stärke der Blechwand, wie sie nach den Formeln 149) und 161) sich ergibt, ist meist geringer, als in der Ausführung rathsam erscheint; mit Rücksicht auf das Einknicken zu dünner Bleche sowie auf die Witterungseinflüsse darf unter ein gewisses Minimum (das mit der Trägerhöhe wechselt) nicht gegangen werden; im Allgemeinen wird nur bei kleinen oder sehr grossen Brücken die Dicke der Mittelrippe genau nach der Gleichung 149) bemessen werden können; in den meisten Fällen hat also die Wand eine übermässige Stärke gegen Abscheeren. —

Es kann aber ganz allgemein der für einen vertikalen Wandstoss nothwendige Nietenabstand unabhängig von der Blechwanddicke berechnet werden. — Es ist hiefür die horizontale Schubkraft in der neutralen Faser massgebend (nach Gleichung 48 ist in demselben Wandelement horizontale und vertikale Schubkraft per Längeneinheit gleich gross). — Die horizontale Schubkraft in der neutralen Faser ist nach Gleichung 46) per Längeneinheit:

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{\Sigma Y}{\mathfrak{H}} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} \dots \dots \dots 46)$$

Fig 116.



wo \mathfrak{H} den Abstand der Mittelpunkte von Druck und Zug des ganzen Querschnitts bezeichnet. Diese Kraft nimmt bis zu den Gurtungen hin wenig ab und wird daher auf die ganze Höhe constant angenommen; es muss daher diese Kraft durch die per Längeneinheit angebrachten Wandnieten übertragen werden; diese Nieten sind als doppelschnittig zu rechnen, da stets beiderseits Stossplatten (oder T-Eisen) angebracht sind; bezeichnet

d den Durchmesser der Nietbolzen,

\mathfrak{C} die zulässige Schubspannung derselben,

n die Anzahl der Nieten per Längeneinheit,

D die Distanz der Nieten, welche $\frac{1}{n}$ der Längeneinheit beträgt, so folgt

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{S}_0 &= \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} = 2n \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \mathfrak{C} \\ D &= \mathfrak{C} \frac{2\mathfrak{H}}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 162).$$

Ist alles in Centimetern und Kilogrammen ausgedrückt, so soll \mathfrak{C} nicht grösser als 600 genommen werden. (Es ist gestattet, \mathfrak{B} und \mathfrak{H} gleichzeitig anstatt in Centimetern in andern Maassen, z. B. in Metern auszudrücken.) Hierbei ist jedoch sehr gutes Nieteisen und gute Ausführung vorausgesetzt.

Wird die Stärke der Blechwand durch den Widerstand gegen Abscheeren bedingt, somit nach Formel 149) bestimmt, so ist für die Verschwächung durch die Nieten ein Zuschlag in der Blechdicke zu geben, den wir uns durch eine vorläufige Rechnung gemacht denken; diese Rechnung geschieht dadurch, dass man Entfernung, beziehungsweise Durchmesser der Nieten nach Gleichung 162) aufsucht. Ist nun die Dicke des Bleches (unter Berücksichtigung der Abzüge der Nietlöcher) nach

Gleichung 149) berechnet, so kann direkt gefunden werden; da nun Wanddicke so bemessen ist, dass 350 K. beträgt, während für d lässig ist, so ist auf die Dist behaltung der obigen Bezeichnu
Widerstand eines

$$\text{Nietbolzen} = 2 \cdot 600$$

Widerstand des zwischen li
Wandtheils = $(D -$
und folgt aus I. und II.

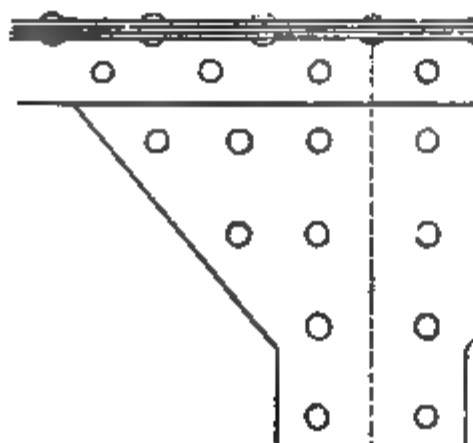
$$D = \frac{\pi d^2 + 1,16 \delta}{1,16 \delta}$$

Ist z. B. $d = 2\delta$, so folgt
das Blech um $\frac{1}{6,3}$ verschwächt
und 163) geben denselben Ab
messer d beidemale gleich gross
terem Falle δ nach Gleichung 1

In der Nähe der Gurtungen
nicht mehr zutreffend, indem
spannung der Gurtung mitmac
welche nach Vorstehendem die S
haben, ausserdem durch die L
nommen sind; es sollen dessh
gleichzeitig vollständig in Ansp
der Wandbleche beiderseits dop

Diese doppelten Nietreihen
der Nähe der Gurtung nothwen
Figur 117 skizzirte, schon me

Fig



werden; die stärkeren Ständer dienen insbesondere zur Befestigung der Querträger und werden häufig durch die Befestigung der letzteren bedingt; in der Praxis handelt es sich somit oft darum, ob zwischen den durch die Querträger bestimmten Ständern eine oder mehrere Vertikalrippen nothwendig werden.

Wenn zunächst nur die obere Gurtung eines Trägers belastet ist, so muss die Hälfte der Belastung durch die Wand auf die untere Gurtung übertragen werden, was ein weiterer Grund des Ausbauchens dünner Wände ist. — Zur Uebertragung dieser Kräfte können aber wiederum dieselben Vertikalrippen dienen oder nach Umständen hiezu besonders angeordnet werden; so z. B. bei Querträgern, welche durch die Fahrbahn in bestimmten Punkten belastet werden und dann gerade hier ihre Vertikalrippen erhalten.

Besondere Betrachtungen erfordern die Endständer. Dieselben haben die in der Wand nach allen Richtungen thätigen (theilweise jedoch sich gegenseitig neutralisirenden) Kräfte aufzunehmen und deren vertikale Composante auf die Auflager zu übertragen. Ist an jedem Ende ein einziger Endständer vorhanden, so hat derselbe in seinem unteren Theile die gesammte Vertikalkraft, beziehungsweise den Auflagerdruck aufzunehmen; hienach ist also der Querschnitt zu berechnen (da wir im Früheren die Vertikalkräfte stets für ein Geleise berechnet haben, so müssen dieselben zunächst je auf einen Träger reduzirt werden). Auf die Breite des Endständers darf ein entsprechender Theil der Mittelwand dem Endständer zugerechnet werden. Die Breite der letztern soll übrigens, wie in N°. 93 dargelegt, thunlich eingeschränkt werden.

Sind mehrere Endständer vorhanden, so entsteht sofort Unsicherheit darüber, wie die Vertikalkraft sich unter die einzelnen Ständer vertheilt: Frei aufliegende Träger haben in Folge der Durchbiegung des Trägers das Bestreben, auf die Auflagerkante zu drücken, wodurch die der Auflagerkante nahe liegenden Endständer mehr belastet werden als die übrigen. Bei continuirlichen Trägern endlich würde bei Anwendung von 2 Endständern auf den Mittelpfeilern in Folge wechselnder Belastung der einzelnen Oeffnungen nur je der eine belastet, der andere ganz entlastet sein (vergl. N°. 93). Es ist desshalb zu empfehlen, die Endständer nur je einfach zu construiren, man ist dann über den Angriffspunkt der Auflagerreaction nicht im Zweifel, und ist eine sicherere und gleichmässige Vertheilung des Druckes auf die Auflager möglich, als im andern Fall.

Wo die Endständer ganz fehlen, da hat die Wand auf die Auflagerbreite den ganzen Druck selbst aufzunehmen; wenn dieser Druck zudem ungleich vertheilt ist, z. B. vorzugsweise auf die Kante wirkt, wird leicht ein Ausbiegen der Wand eintreten; bei grösseren Trägern sind daher die Endständer unentbehrlich; ebenso

muss eine ungenügende Stärke der Endständer als ein entschiedener Constructionsfehler bezeichnet werden.

Bei den Blechwandbrücken werden die Endständer durch aufgenietete Winkel und Γ -Eisen gebildet, wobei derjenige Theil der Mittelwand, der direkt über der Auflagerfläche sich befindet, zum Querschnitt des Endständers zu rechnen ist. — Selbstverständlich sind auch hier die nothwendigen Abzüge für die Nietlöcher zu machen.

Die Endständer sind, insbesondere bei bedeutenden Spannweiten, auch erheblichen horizontalen Anstrengungen ausgesetzt, sobald die horizontalen Windverstreбungen sich nicht in der Ebene der unteren Gurtung, sondern oberhalb der letzteren befinden. Man hat zu diesem Zwecke die Kräfte zu berechnen, welche die Windverstreбung aufzunehmen hat, und findet hieraus die dem Auflagerdruck analoge, auf den Endständer in horizontalem Sinne wirkende Resultante, welche eine Verwindung des Brücken-Querschnitts am Auflager anstrebt. Wenn die Fusspunkte der Endständer als feststehend betrachtet werden dürfen, so werden die letzteren durch die Wirkungen der horizontalen Componenten der Windstösse etc. auf relative Festigkeit in Anspruch genommen. Bei grösseren Trägerhöhen, wo in der Höhe der oberen Gurtung eine zweite Horizontalverstreбung nothwendig wird (wie dies übrigens mehr bei Fachwerksbrücken, als bei Blechwandbrücken eintritt), sind die beiderseitigen Träger, beziehungsweise Endständer am Auflager durch geeignete Querverbindungen zu einem unverrückbaren Viereck zu vereinigen. Liegt jedoch die Fahrbahn zwischen beiden Gurtungen, so kann mit Rücksicht auf die Passage der Fuhrwerke eine etwaige Einschaltung fester Dreiecke nicht erzielt werden, und muss dann der Querschnitt der Endständer so angeordnet werden, dass sie mittelst ihrer relativen Festigkeit die Unverrückbarkeit des Brücken-Querschnitts herstellen.

112. Bei den kleineren Spannweiten bis 7^m haben wir es vorzugsweise mit Lastzügen aus concentrirten Lasten zu thun und sind für die Bestimmung von Max M und S die Regeln massgebend, die wir in N^o. **102** für homogene Träger entwickelt haben. Wir haben in den Tabellen XXX. und XXXI. die Maximalwerthe für M und S für verschiedene Radbelastungen und Radstände zusammengestellt, für die Berechnung besonderer Fälle dienen die im 3^{ten} Abschnitt in N^o. **63** bis **66** und **102** gegebenen Regeln.

Für die grössern Spannweiten haben wir oben in N^o. **63** bis **67** nachgewiesen, dass im Allgemeinen die concentrirten Lasten der Bahnzüge mit grosser Annäherung durch eine gleichförmig vertheilte Last ersetzt werden können, wodurch man im Stande ist, die Werthe von M und S für jeden Querschnitt schnell aufzufinden. Wir haben als Aequivalent eines Eisenbahntrains die

1 Belastungen q und q_1 berechnet, von denen erstere Totalbelastung der ganzen Brücke entspricht und bei Berechnung der M in Betracht kommt. Man erhält die der Maximallast entsprechenden Werthe M und S (z. 92*) und 93*); der absolut grösste Werth von M

Der Werth q_1 entspricht der grössten einseitigen Belastung und dient vorzugsweise zur Bestimmung der Vertikalflection (Gleichung 96), die zugehörigen M findet man sodann (z. 97).

Es sich sodann um einseitige Belastungen, die zwischen einseitigen Belastung (Belastung der einen Brückenhälfte) und Totalbelastung in der Mitte liegen, so ist die Fig. 97 massgebend, welche durch die Fig. 94 genügend erläutert wird, auf welche für jede Abscisse das in Rechnung zu vertretende q_1 leicht auffinden lehrt.

Man erhält nun die Werthe von q (Totallast) und q_1 (grösste einseitige Belastung) für den frei aufliegenden Träger in den Tafeln XVI. und XVII. für verschiedene Spannweiten zu entnehmen und lassen sich in der oben angegebenen Weise M und S für jeden Querschnitt leicht berechnen. Die graphischen Darstellungen der Tafel II. geben die Anschauung der Aenderungen der Werthe S

verschiedene Verhältnisse $\frac{P}{q}$.

Concentrirte Lasten durch eine gleichförmig vertheilte Last ersetzt werden können, hat man sich der Gleichungen (z. 63) zu bedienen unter Berücksichtigung der Verhältnisse, welche die Max von M und S hervorbringen (z. 66 und 67).

Continuirlichen Trägern sind in gleicher Weise wie den frei aufliegenden Trägern die Werthe von q und q_1 , welche man für einen Eisenbahnzug sich ergeben, ebenfalls in den Tafeln XVI. oder XVII. zu entnehmen; wir haben in N°. 82, dass für continuirliche Träger mit genügender Annäherung dieselben stellvertretende q und q_1 eingeführt werden können. Für frei aufliegende Träger von gleicher Spannweite bestimmt man sodann zunächst die Momente auf den Mittelpunkten der Oeffnungen (nach Gleichung 116), für 3 Oeffnungen (nach Gleichung 126), die Werthe von M_x und S_x im Querschnitt ergeben sich sodann aus den Gleichungen (z. 127) für 2 Oeffnungen, resp. Gleichung 127) bis 131) für 3 Oeffnungen.

Die Berechnung der M ist in diese Gleichungen der Werth q_1 einzusetzen; für continuirliche Träger grossen Spannweiten, bei welchen q_1 von q nicht

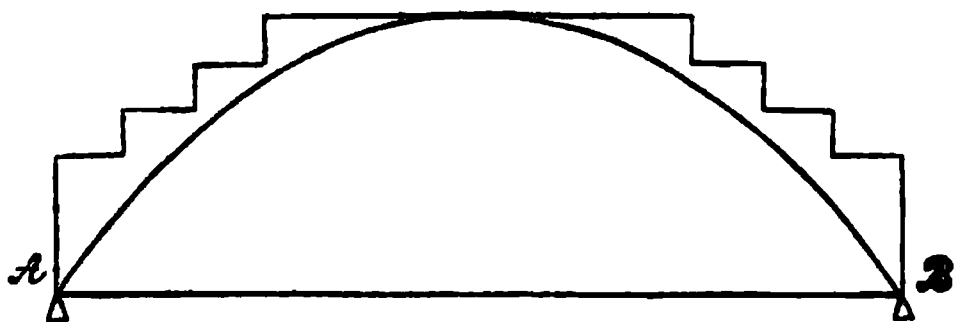
bedeutend abweicht, genügt es meist, die Rechnung nur mit dem der Totallast entsprechenden q durchzuführen.

Schliesslich sind dann bezüglich der \mathfrak{B} die in N°. 81 und 88 am Schluss namhaft gemachten Correcturen anzubringen, welche theilweiser Belastung der Oeffnungen Rechnung tragen.

Sind continuirliche Träger mit kleiner Spannweite zu verwenden, so thut man besser, einen bestimmten Bahnzug als Belastung anzunehmen; die N°. 82 giebt genügende Anhaltspunkte, wie solche Rechnungen durchzuführen sind, und ist die Operation einer geringen Anzahl concentrirter Lasten ohne besondere Schwierigkeit durchzuführen.

Wenn die einzelnen Werthe \mathfrak{B} und \mathfrak{M} für sämtliche Querschnitte bekannt sind — zu welchem Zwecke graphische Darstellungen wie in den Tafeln II—V. hergestellt werden — so werden die Gurtungs-Querschnitte und Blechwanddicken nach den praktischen Formeln 143), 150) und 152), sowie gebogene Gurtungen nach den Formeln 159) und 161) berechnet. — Durch passende Wahl der Gurtungs-Querschnitte kann erreicht werden, dass dasselbe Maximum der Längenspannung auf die ganze Trägerlänge stattfindet; man ändert den Gurtungs-Querschnitt in der Regel dadurch, dass man mehr oder weniger Kopfbleche oder auch der Reihe nach stärkere oder schwächere Winkel oder Kopfbleche anbringt; die Aenderung des Gurtungs-Querschnitts geschieht hierbei staffelförmig, während die Angriffsmomente sich bei gleichförmig vertheilter Ueberlast stetig ändern; eine staffelförmige Darstellung der Werthe der aufeinander folgenden Gurtungs-Querschnitte wird sich bei horizontalen geradlinigen Gurtungen der Parabel der grössten Angriffsmomente möglichst anschliessen haben und zwar so, dass die Längenspannung des mittelsten Querschnitts nirgends überschritten wird (vergl. Fig. 118); es ist

Fig. 118.



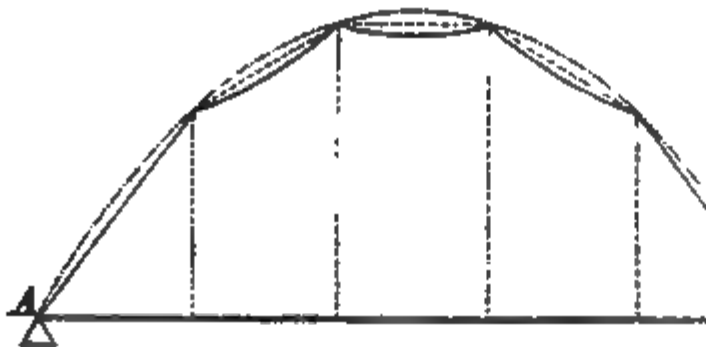
wünschenswerth, wenn die Längenspannung in den übrigen Querschnitten, zumal gegen die Auflager hin, etwas kleiner wird, weil hier die grösste schiefe Wandspannung — welche die grösste Längenspannung nicht überschreiten soll — durch verhältnissmässig grössere Vertikalkräfte beeinflusst wird.

113. Bei grösseren Brücken liegen die Lasten gewöhnlich nicht direkt auf dem Hauptträger auf, sondern sind besondere

§. 12. Die Blechwandbrücken.

Querträger zur Aufnahme der Verkehrsbelastung, dass die Hauptträger nur an einzelnen Punkten, die zufällige Last aufnehmen. Zwischen müssen die Lasten durch Zwischenträger (Schottröhlen) aufgenommen werden, welche letztere in einem Theil des Angriffsmoments behaftet sind. trägern ist das Moment dann um so viel kleiner. Längenträger in den Knotenpunkten frei aufliegen leicht beweisen, dass das in den Knotenpunkten Angriffsmoment M des Hauptträgers dasselbe ist, wie auf dem Hauptträger selbst aufliegen würden schon oben in N°. 102 bei Behandlung der Belastung erwähnt, dass wir bezüglich der Maximal-Momente bei wechselnder Verkehrslast in jeden Querschnitt die Knotenpunkte beschränken können, weil,

Fig. 114.



hervorgeht, für die zwischen den Knotenpunkten scissen $\max M$ stets kleiner bleibt, als für den Fall, dass die Lasten auf dem Hauptträger. Will man zwischen den Knotenpunkten darstellen, so genügt Annäherung die Maxima M der Knotenpunkte Linien mit einander zu verbinden. Das so entsteht dann die Umhüllungslinien der $\max M$ von nur an den Knotenpunkten auf die Hauptträger.

Nachdem wir nun für die grösseren Spannweiten durch einen Bahnzug als Aequivalent eine vertheilte Last q substituirt haben, vereinfacht sich die Umhüllungslinien $\max M_x$ weiterhin, wir haben

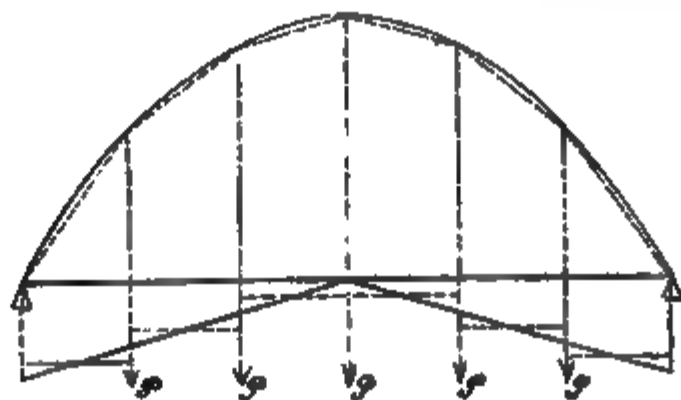
Parabel aufzutragen, deren mittlere Ordinate

Schnitte mit den durch die Knotenpunkte gezogenen geraden Linien zu verbinden, wie dies zu sehen ist.

Die Kurve der Vertikalkräfte geht durch den Querträger in eine staffelförmige Linie über,

anz zwischen zwei Querträgern constant bleibt, und zwar gleich jenigen \mathfrak{B} ist, welches für die Mitte des betrachteten Trägers ohne Berücksichtigung der Querträger bestimmt wurde.

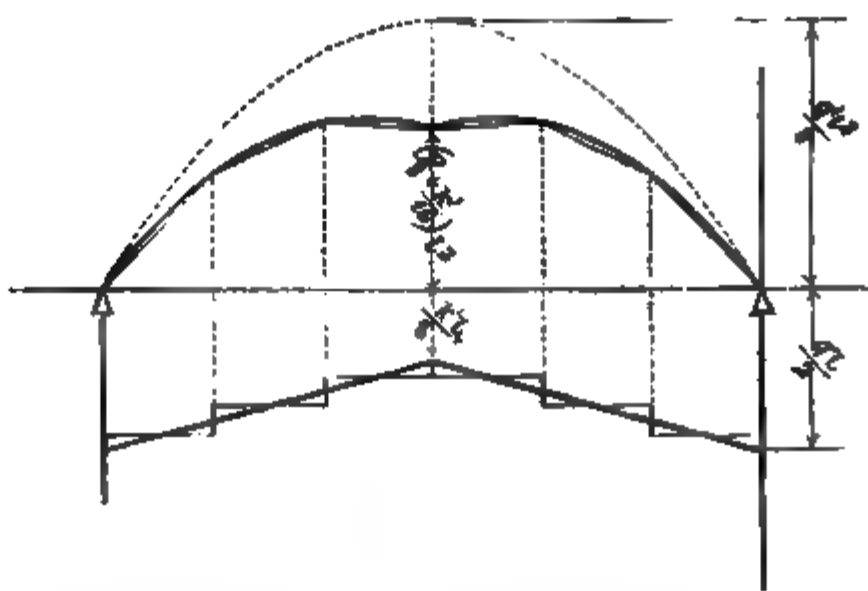
Fig. 119.



Die Modification der Kurve \mathfrak{B} ist gleichfalls in Fig. 119 eingezeichnet.

Fig. 120 stellt in ähnlicher Weise den Einfluss der Querbewehrung bei der grössten einseitigen Belastung dar, wobei die Grössen $\max \mathfrak{B}$ nach Gleichung 96) und 96*) und je gleichzeitige \mathfrak{M} nach Gleichung 97) und 97*) bestimmt sind; zur Con-

Fig. 120.



struction der Kurven \mathfrak{B} und \mathfrak{M} können übrigens in vielen Fällen graphischen Darstellungen der Tafel II. dienen, wo 6 verschiedene Verhältnisse $\frac{p}{q}$ zu Grunde gelegt, die einzelnen Ordinaten aber aus Tabelle XV. ersichtlich sind.

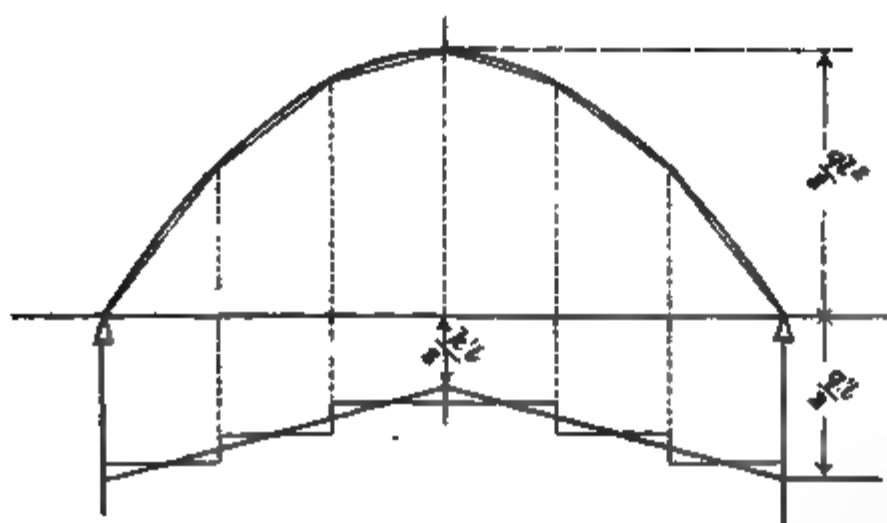
Wir machen aufmerksam, dass in Fig. 120 die Grössen q' und k' eingeführt sind, welche der einseitigen Belastung ent-

sprechen (vergl. Tabelle XVI. und XVII.) und stets erheblich grösser sind als q und k . — (Zu vergleichen N^o. 111.)

In der Regel handelt es sich aber bei den Blechwandbrücken nicht um gleichzeitige Werthe von M und S , sondern es dienen zur Bestimmung der Gurtungsstärke im allgemeinen die grössten Werthe von M , zur Bestimmung der Mittelwanddicke die grössten Werthe von S .

Es sind daher in Fig. 120* diese Maximalwerthe aus Fig. 119 und Fig. 120 zusammengestellt (indem $\max M$ aus Fig. 119, und $\max S$ aus 120 entnommen wurde).

Fig. 120*.



Die polygonförmige Kurve M und die treppenförmige Kurve S in Fig. 120* geben mittelst Abgreifen mit dem Zirkel direkt die in die praktischen Formeln einzusetzenden Werthe von M und S ; man kann aber auch die Lasten nach dem Hebelgesetz auf die Querträger vertheilen und alsdann nach den Gleichungen 100) bis 102) die M und S für Maximallast und grösste einseitige Last unmittelbar bestimmen: das Resultat muss dasselbe bleiben, wie wenn man die einzelnen M und S zuerst für das ganze System berechnet und die auf die Zwischenträger fallenden M und S nach Anleitung der Figuren 119, 120 und 120* ausgeschieden hätte. —

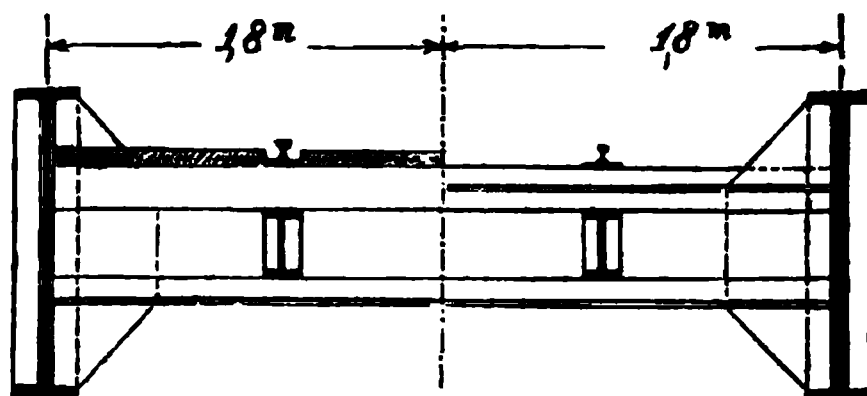
§. 13. Blechbalkenbrücke von 15^m Spannweite.

114. Als Beispiel einer Blechbalkenbrücke wählen wir eine Eisenbahnbrücke, deren Geleise mittelst Schwellenträgern auf den Querträgern aufliegt, welche Anordnung aus umstehender Fig. 121 ersichtlich ist, während die genauen Ausmasse und Constructions-details auf Tafel VI. dargestellt sind.

Das Eigengewicht p der Brücke wurde zu 1075^k per Meter angenommen, indem in Gleichung 105) $l = 32$ gesetzt worden

ist; es wurde sodann die gleichförmig vertheilte Maximallast $k = 4750$ k, die einseitig wirkende auf einen Theil der Länge gleichmässig vertheilte Last $k' = 6080$ k angenommen, welche Belastungen der Anwendung schwerer Güterzug-Maschinen ent-

Fig. 121.

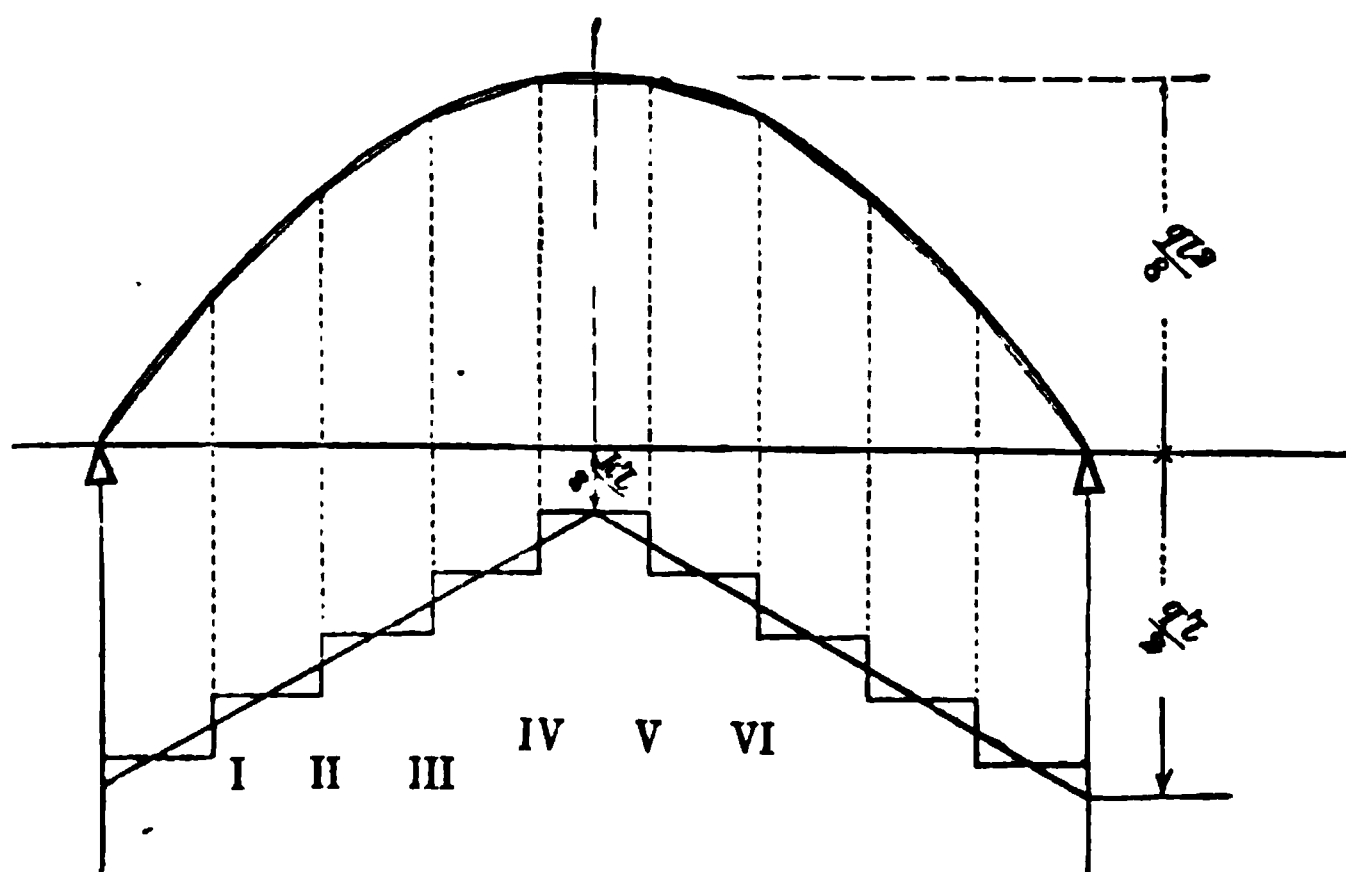


sprechen. — Nach Vorstehendem ist $q = p + k = 5825$ und $q' = p + k' = 7155$ Kilo.

Indem man nun in Fig. 122, oberhalb der Abscissenaxe die Maxima \mathcal{M} , und unterhalb die Maxima \mathcal{S} aufträgt, die Eintheilung in 9 Felder anbringt und nach Anleitung von Fig. 120^a die entsprechende Modification der Kurven \mathcal{M} und \mathcal{S} vornimmt, ferner nach vorstehenden Zahlenangaben die Werthe:

$$\begin{aligned}\frac{ql^2}{8} &= \frac{5825 \cdot 225}{8} = 163828^{km} \\ \frac{q'l}{2} &= \frac{7155 \cdot 15}{2} = 53662,5^{km} \\ \frac{k'l}{8} &= \frac{6080 \cdot 15}{8} = 11400,0^{km}\end{aligned}$$

Fig.122.



ausrechnet, so erhält man aus Fig. 122, auf graphischem Weg nach den bekannten Eigenschaften der Parabel und der geraden Linie, oder aber auch durch Berechnung (Gleichung 92—93^b) nachstehende Tabelle:

Tabelle XXXII.

Querträger:	0	I.	II.	III.	IV.		V.
Abscissen:	0	1 ² / ₃	3 ¹ / ₃	5	6 ² / ₃	7 ¹ / ₃	8 ² / ₃
max \mathfrak{M}	0	64700	110000	145600	161800	161800	161800
max \mathfrak{S}	53662,6	44271	34880	25488	16096	11400	16096
in der Mitte des Feldes:		49271	39575	30184	20792	11400	

Die Werthe der Tabelle XXXII. gelten für ein Geleise; sie sind daher, sofern sie auf einen Träger angewendet werden, im vorliegenden Falle sämtlich zu halbiren; die halbirten Werthe der Tabelle können direkt zur Bestimmung der Dimensionen der Hauptträger angewendet werden.

Die vorläufig angenommene Querschnittsform des Hauptträgers ist in nebenstehender Figur 123 skizzirt, wonach dieser Querschnitt aus einer 1,5^m hohen Mittelwand und zwei Gurtungen besteht, welche letztere in der Mitte der Brücke, wo max \mathfrak{M}



stattfindet, aus je 2 Winkeln und 3 Kopfblechen zusammengesetzt ist; da der Schwerpunkt der Gurtung ziemlich genau mit dem betreffenden Ende der Mittelwand zusammenfällt, so wird die Höhe der Mittelwand = \mathfrak{S}_0 gesetzt, welche Grösse als Distanz der Gurtungs-Schwerpunkte in der Formel 152) auftritt; ehe letztere Gleichung zu Bestimmung der Gurtungsstärke angewendet werden kann, ist die Kenntniss der Mittelwanddicke nothwendig.

Die Bestimmung der Dicke der Mittelwand geschieht nach Gleichung 149), indem man schätzungsweise die Distanz \mathfrak{S} der Mittelpunkte von

Druck und Zug gleich $\frac{9}{10} \mathfrak{S}_0 = 1,35^m$ setzt; es

folgt nun aus Gleichung 149) unter Einsetzung der in Tabelle XXXII. enthaltenen Werthe von max \mathfrak{S}

Gegen die Auflager hin werden im Verhältniss der Abnahme von \mathfrak{M} ein oder zwei Kopfblechlagen weggelassen, wobei zur näheren Bestimmung der Länge der Kopfbleche ein graphisches Verfahren angewendet wird, wie solches in Fig. c der Tafel VI. dargestellt ist.

Die Grösse \S bestimmt sich, nachdem der Gurtungs-Querschnitt bekannt ist, nach der Näherungsformel 150^a

für die Mitte der Hauptträger ist:

$$\S = 150 \frac{12 \cdot 77 + 2 \cdot 0,5 \cdot 150}{12 \cdot 77 + 3 \cdot 0,5 \cdot 150} = 140,1^{\text{cm}}$$

für die Enden der Hauptträger, wo die Dicke der Mittelwand nach Abzug der Nieten zu 0,6 angenommen werden darf, und der Gurtungs-Querschnitt nach Abzug zweier Kopfblechlagen noch 46 □^{cm} beträgt, findet man:

$$\S = 150 \frac{12 \cdot 46 + 2 \cdot 0,6 \cdot 150}{12 \cdot 46 + 3 \cdot 0,6 \cdot 150} = 133,5^{\text{cm}}$$

während wir oben näherungsweise im Mittel 135^{cm} gesetzt haben. —

Zur Bestimmung der Nieten-Distanz dienen die Formeln 162) und 164); es muss derjenige Querschnitt betrachtet werden, für welchen \S am grössten ist; für diesen Querschnitt haben wir oben $\S = 133,5^{\text{cm}}$ gefunden. Für die Nieten der Mittelwand und der Gurtung ist ein Durchmesser von 1,8^{cm} angenommen worden; hienach berechnet sich die Vertikaldistanz der Wandstossniete D nach Gleichung 162) zu 16,25^{cm}, die Horizontal-distanz D' der Gurtungsnieten nach Formel 164) zu 20,3^{cm}. — In der Ausführung sind für letztere Distanz nur 13^{cm} angenommen, da diese Nieten auch zur Verbindung der Gurtungstheile unter sich zu dienen haben und insbesondere von den Stössen hiedurch weiterhin in Anspruch genommen sind.

Soweit an den Stössen der Gurtungen beiderseits Stossplatten angenommen sind, vermag eine Niete von 1,8^{cm} Durchmesser bei 600 Kilo Schubspannung 3060 Kilo Zug oder Druck zu übertragen; die Kopfbleche haben bei 650 Kilo Längenspannung 11960 Kilo auszuhalten; diese Kraft kann somit von 4 doppelschnittigen Nieten übertragen werden, welche je mit 2990^k in Anspruch genommen sind. — Es ergibt sich hiernach die Stossplattenlänge eines mit beiderseitigen Stossplatten versehenen Stosses = 4 D' = 52^{cm}, die Länge einer einseitigen Stossplatte wenigstens 8 D' = 104^{cm}.

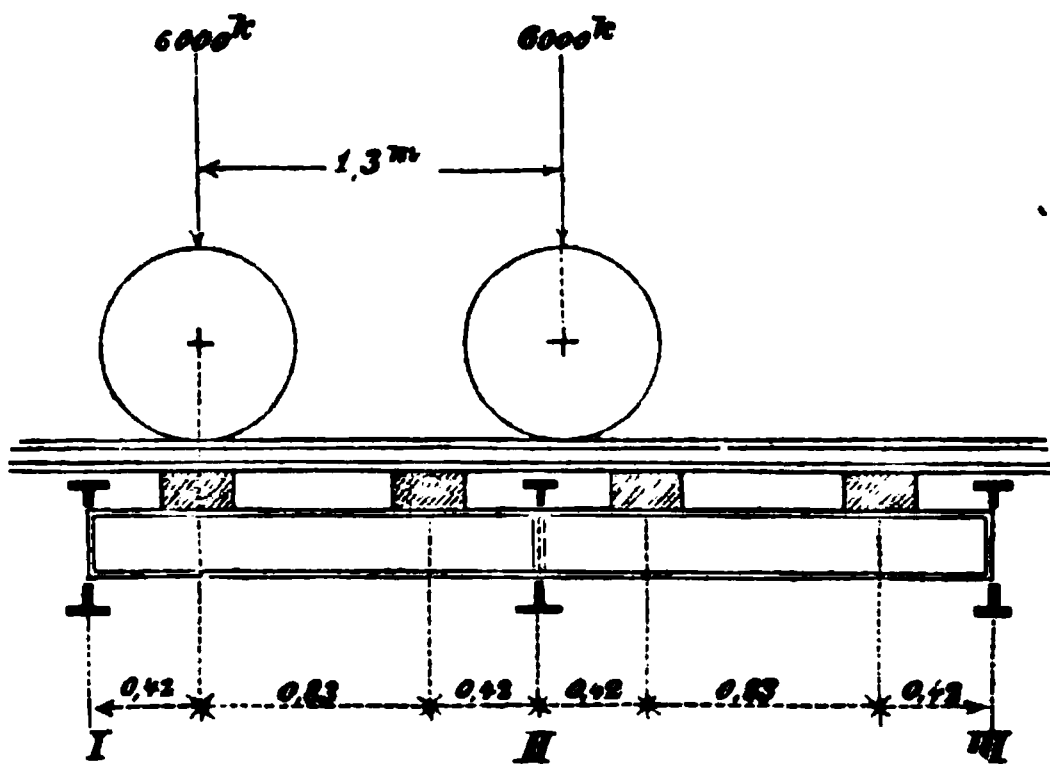
Die einzelnen Stösse der Kopfbleche, Winkel und Wandbleche sind in Fig. c Tafel VI. gleichfalls eingetragen; — wie dort ersichtlich, gehen die Stossplatten je über 2 Stösse (vergl. Fig. 57) und müssen bei doppelschnittigen Nieten wenigstens 78^{cm}, bei einschnittigen Nieten wenigstens 156^{cm} lang sein. Die Wandstösse sind gemäss N^o. 109 mit doppelten Nietreihen versehen. — Be-

sondere Vertikalstützen sind nicht nothwendig, da die zur Befestigung der Querträger dienenden Vertikalrippen auch für die Absteifung der Hauptträgerwand genügend sind. —

115. Wir haben nun noch die einzelnen Theile der Fahrbahn zu berechnen.

Bei den Schwellenträgern darf das Eigengewicht der Fahrbahn wohl vernachlässigt werden; die grösste Belastung tritt

Fig. 124.



dann ein, wenn ein Locomotiv-Rad direkt über eine der Querschwellen zu stehen kommt; für diesen Fall ist der Auflagerdruck A am nächstgelegenen Querträger I.

$$A = \frac{1,25}{1,67} \cdot 6000 + \frac{0,42}{1,67} \cdot \frac{0,37}{0,84} \cdot 6000 = 5156^k,$$

und das Angriffsmoment am Auflagepunkt der belasteten Querschwellen

$$\mathfrak{M} = A \times 0,42 = 5156 \times 0,42 = 2165^{km},$$

wonach wir aus Tabelle XXIX. Seite 244 einen I-Träger von 42,6 Kilo Gewicht per laufenden Meter auswählen und zwar finden wir für 25,1^{cm} Höhe $\Sigma Xy = 2481^{km}$ verzeichnet.

Anmerkung. Wir hätten auch das grösste Angriffsmoment für die Schwellenträger näherungsweise durch Interpolation aus Tabelle XXX^a. erhalten können, und zwar:

$$\max \mathfrak{M} = \frac{1}{2} \frac{2 \cdot 3587 + 1 \cdot 4500}{3} = 1945^{km}.$$

Dieser Werth ist kleiner als der oben gefundene, weil in Tabelle XXX^a. eine grössere Distanz der Querschwellen und eine grössere Distanz der Locomotiv-axen angenommen ist.

Für die Berechnung der Querträger ist als Belastung zu rechnen, indem in Fig. 124^a Querträger II als vorzugsweise belastet erscheint:

von der Locomotive

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) 12000^k = 15000^k$$

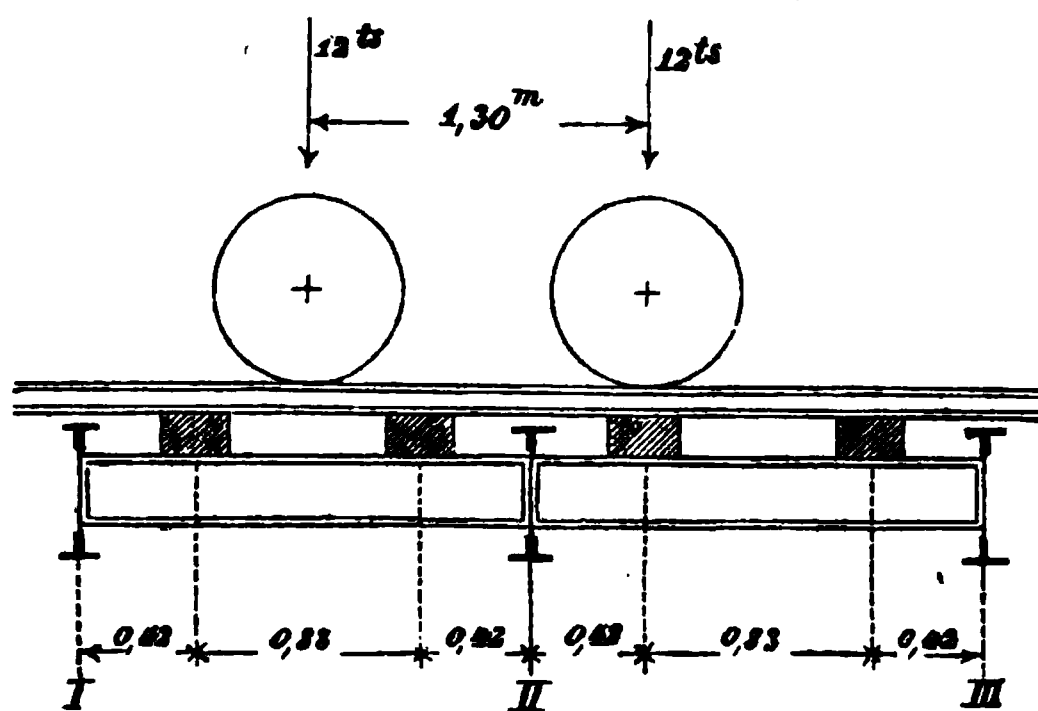
$$1,67^m \text{ Fahrbahn à } 550^k = \frac{918^k}{\text{zus. } 15918^k}$$

wovon die Hälfte mit rund 8000^k an jedem der beiden Lastpunkte thätig ist (siehe Fig. 121 Seite 274); nach Fall 12 der Tabelle XXVIII. ist im vorliegenden Beispiel

$$\max M = Pl = 8000 \cdot 1,0 = 8000^{km}.$$

Wir nehmen für den Querträger eine Mittelwand von 50^{cm} Höhe und 0,7^{cm} Dicke an; als Gurtung genügen dann 2 Winkel

Fig. 124a.



ohne Kopfblech; die Distanz ξ_0 der Gurtungsschwerpunkte wird zu 45^{cm} angenommen, so ist nach Formel 152), indem $\mathfrak{A} = 600$ gesetzt wird:

$$\Omega = \frac{8000}{600 \cdot \frac{0,2025}{0,50}} - \frac{1}{6} \cdot 0,6 \cdot 45$$

$$\Omega = 32,9 - 4,5 = 28,4 \square^{cm},$$

so dass zwei Winkel von je 17 \square^{cm} genügen, welche nach Abzug der Nietlöcher einen nutzbaren Querschnitt von etwa 30 \square^{cm} ergeben, wonach die Spannung in den äussersten Fasern

$$600 \frac{28,4}{30} = 564^k \text{ betragen wird.}$$

116. Nachdem im Vorstehenden die einzelnen Dimensionen der Träger berechnet sind, sollen die Gewichte der einzelnen Brückentheile bestimmt und übersichtlich zusammengestellt werden.

Tabelle XXXIII.

Nro.	Bezeichnung der Brückentheile.	Im Einzelnen.		Gewicht per lauf. Met. der Brücke.
		Cubik-Decim.	Kilogr.	
1	Gurtungen.			
	4 Kopfbleche je 15,6 m lang 22,0 cm breit 0,9 cm dick	123,55	964	241
	4 dto. je 10,2 m lang 22,0 cm breit 0,9 cm dick	80,78	680	
	4 dto. je 7,2 m lang 22,0 cm breit 0,9 cm dick	57,02	435	
	8 Winkel je 15,6 m lang mit je 18 □ cm Querschnitt	224,64	1752	21
	16 Winkeldeckplatten je 88 cm lang mit je 12 □ cm Querschnitt	15,36	120	
	4 Stossplatten der Kopfbleche je 160 cm lang, 22,0 cm breit, 0,9 cm dick	12,67	99	
	Nietköpfe (ohne die Nieten zwischen Wand und Gurtung) 1940 Stück à 6,0 Cbcm	11,84	92	
	zus.	.	4092	262
2	Mittelwand.			
	4 Wandbleche je 3,63 m lang 145 cm hoch 0,7 cm dick	147,4	1150	148
	4 dto. je 4,17 m lang 145 cm hoch 0,6 cm dick	149,1	1163	
	12 Deckplatten je 1,25 m lang 40 cm breit 0,5 cm dick	30,0	234	
	16 Futterbleche je 1,25 m lang 20 cm breit 1,0 cm dick	40,0	312	86
	4 dto. je 1,25 m lang 20 cm breit 0,5 cm dick	5,0	39	
	32 Winkel der Vertikalständer je 143 cm lang mit 14 □ cm Querschnitt	64,1	500	
	4 Endständer je 143 cm lang mit je 40 □ cm Querschnitt	22,9	179	284
	1700 Nietköpfe à 6 Cbcm	10,2	80	
	zus.	.	3657	284
3	Diagonalverbindungen.			
	10 Stück je 5,2 m lang 10 cm breit 0,8 cm dick	41,6	325	
	120 Nietköpfe à 6 Cbcm	0,7	45	
	zus.	.	370	24

Tabelle XXXIII. (Fortsetzung.)

Nro.	Bezeichnung der Brückentheile.	Im Einzelnen.		Gewicht per lauf. Met. der Brücke.
		Cubik-Decim.	Kilogr.	
4	Querträger.			
	10 Wandbleche je 2,9 m lang 50 cm hoch 0,7 cm dick	101,5	792	
	20 Eckbleche je 143 cm hoch vergl. 23 cm breit 0,7 cm dick	46,0	359	
	40 Winkel je vergl. 3,5 m lang mit je 17 □ cm Querschnitt	238,0	1856	
	40 Deckplatten je 20 cm lang 30 cm hoch 0,5 cm dick	12,0	94	
	1800 Nietköpfe à 6 Cbcm	10,8	84	
	zus.		3185	204
5	Schwellenträger.			
	18 Stück doppelt T-Eisen je 1 ² / ₃ m lang per laufenden Meter je 42 K. wiegend		1260,0	
	72 Stück Eckwinkel je 21 cm hoch mit 40 □ cm Querschnitt	62,0	114	
	20 Verstärkungsbleche je 48 cm hoch 30 cm breit 1 cm dick	28,8	225	
	600 Nietköpfe à 6 Cbcm	3,6	27	
	zus.		1092	127
6	Fahrschienen.			
	15,6 laufende Meter à 80 Kilo		1248	80,0
7	Querschwellen.			
	18 Stück je 2,5 m lang, 24 ¹ / ₄ cm stark, je 67 Kilo wiegend		1206	77
8	Eichene Bedielung.			
	2,0 m breit, 7 cm dick, wiegt per laufenden Meter 105 Kilo		1638	105

Die sub 1—8 aufgeführten Gewichte sind nun gemäss N°. 69 auf Hauptträger und Fahrbahn zu vertheilen, wonach sich folgende Zusammenstellung ergibt:

Tabelle XXXIV.

Nro.	Bezeichnung der Brückentheile.	Gewicht		Summa	
		in Kilo.	per lauf. Meter in Kilogr.	total.	per lauf. Meter in Kilogr.
	Hauptträger.				
1	Gurtungen	4092	262		
2	Mittelwand	3657	234		
3	Diagonalen	370	24	8119	520
	Fahrbahn.				
4	Querträger	3185	204		
5	Schwellenträger	1996	127		
6	Fahrschienen	1248	80		
7	Querschwellen	1206	77		
8	Bedielung	1638	105	9273	593
				17392	1113
	Gesammtgewicht.				
	Hievon beträgt:				
6—8	der Oberbau	4092	262		
1—5	die Schmiedeeisenconstruction . . .	13300	851		
	Summe wie oben	17392	1113		

In der Berechnung hatten wir das Eigengewicht anstatt 1113 zu 1075 Kilo angenommen, was für die im Träger thätige Spannung nur eine sehr geringe Differenz antrifft. — In Gleichung 105) wäre für das vorliegende Beispiel zu setzen

$$C = 33,3 \quad F = 593$$

somit $p = 33,3 \text{ l} + 593 = 1113 \text{ Kilo}$

117. Wir wollen nun noch für die betrachtete Brücke die grösste schiefe Wandspannung berechnen. —

Für den Hauptträger sind auf Tafel VI. Fig. a und b auf Grundlage der Tabelle XXXII. die gleichzeitigen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} sowohl für die Maximallast als für die grösste einseitige Belastung graphisch dargestellt (wie dieses in N°. 112 an Fig. 119 und 120 erläutert ist) und wurde nun für zwei Querschnitte, wo sich der wirkliche Querschnitt dem theoretischen am meisten nähert, die grösste Längenspannung \mathfrak{A}_0 und die Schubspannung \mathfrak{S}_0 in der neutralen Faser für den Fall der einseitigen Belastung nach den in Fig. b verzeichneten \mathfrak{M} und \mathfrak{S} bestimmt; hiernach sind auf Tafel I. die Figuren N°. 2 und N°. 3 mit Hilfe des in N°. 27 beschriebenen Verfahrens hergestellt worden, und ist aus diesen Figuren ersichtlich, dass für die fraglichen Querschnitte \mathfrak{D}_{\max}

doch ein Fortschritt und eine selbstständige Beurtheilung deutlich zu erkennen.

Eine eingehende Behandlung des ganzen Baues dieser Brücke ist in dem Werke „*Construction des ponts métalliques par MM. L. Molinos et C. Pronnier, Paris, 1857*“ veröffentlicht worden und legen wir dieselbe der folgenden Darstellung zu Grunde; hienach sind auch auf Tafel VII. am Schlusse des Buches die wichtigeren Haupt-Abmessungen und Detail-Masse verzeichnet.

Bei der Berechnung der Brücke wurde die Spannweite für die Mittelöffnung zu $74,4^m$ angenommen, so dass die Auflagerbreite für die Zwischenpfeiler 3^m (entsprechend der wirklichen Berührungsfläche) und für die Endpfeiler $1,57^m$ betrug; die ganze Länge der Hauptträger ist $211,7$ Meter.

Als Eigengewicht wurde für den laufenden Meter eines Geleises 1900^k gerechnet; als zufällige Last ebenso 4000^k ; da die Brücke für 2 Geleise bloss 2 Hauptträger erhalten hat, so hat jeder Träger die auf 1 Geleise antreffende Last auszuhalten.

Die Hauptträger sind über sämtliche 3 Oeffnungen continuirlich hergestellt; zur Bestimmung der elastischen Linie, der Angriffsmomente M und der Auflagerdrücke wurde das Verfahren von Clapeyron angewendet, welches in N°. 21 und 22 entwickelt ist.

Es wurden hiebei der Reihe nach eine oder mehrere Oeffnungen mit der zufälligen Last je auf ihre ganze Länge behaftet gedacht; die hauptsächlichsten Resultate sind in der umstehenden Tabelle XXXV. enthalten.

Mittelst der Tabelle XXXV. lassen sich nun sämtliche M und S mit Hülfe der in N°. 85 aufgestellten Regeln bestimmen. — Auf Grund dieser Rechnungen wurde eine graphische Darstellung der M (*moments de rupture*) und S (*efforts tranchants*) für sämtliche 4 Belastungsarten hergestellt.

Durch gleichzeitiges Auftragen der einzelnen Kurven bildet sich für die Werthe S und M je eine Umhüllungslinie, welche die absolut grössten Werthe der Vertikalkräfte und Angriffsmomente enthält. — Für jeden Querschnitt wurde die Wandstärke und der Gurtungs-Querschnitt nach den beschriebenen Maximalwerthen von S und M bestimmt.

Wir bezeichnen mit:

- H die ganze Höhe der Construction,
- H_0 die Distanz der Gurtungs-Schwerpunkte (zugleich Höhe der Blechwand = 550^{cm}),
- δ die Blechwanddicke,
- Ω die Gurtungs-Querschnitte,
- \mathfrak{A} die Spannung in den äussersten Fasern,
- Θ das Trägheitsmoment des Querschnitts,
- \mathfrak{C} die Schubspannung gegen Abscheeren.

Tabelle XXXV.

$p = 1900^k$

$k = 4000^k$

$a = 64,08^m$

$b = 74,4^m$

Art der Belastung.		1. Auf- lager A.	1. Oeff- nung.	2. Auf- lager B.	2. Oeff- nung.	3. Auf- lager C.	3. Oeff- nung.	4. Auf- lager D.
Belastung der Oeffnung AB	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	0	$\overset{T_m}{2137,5}$	$\overset{T_m}{1936,5}$	$\overset{T_m}{1079,8}$	$\overset{T_m}{637,3}$	$\overset{T_m}{682,6}$	0
	Auflager- druck	$\overset{T}{158,8}$	—	307,4	—	$\overset{T}{124,0}$	—	—
Belastung der Oeffnung BC	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	0	211,4	2084,6	1997,7	2084,6	211,4	—
	Auflager- druck	28,8	—	312,9	—	312,9	—	28,8
Belastung der Oeffnun- gen AB und BC	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	0	1673,5	3108,6	1649,2	1809,5	280,3	—
	Auflager- druck	140,5	—	474,5	—	291,1	—	—
Belastung sämmtlicher 3 Oeffnungen	Grösstes An- griffsmoment \mathfrak{M}	—	1777,3	2833,5	1248,9	2833,5	1777,3	—
	Auflager- druck	144,8	—	452,7	—	452,7	—	144,8

Für die Berechnung der Wandstärke nahm man an, dass ein Vertikalschnitt $\delta\mathfrak{H}_0$ die Kraft \mathfrak{B} aufzunehmen habe, wodurch man als vertikale Wandspannung \mathfrak{C} erhielt.

$$\mathfrak{C} = \frac{\mathfrak{B}}{\delta\mathfrak{H}_0} \dots\dots\dots \text{I.}$$

Wir wissen aber aus N°. 24—28, dass die vertikale Schubspannung sich nicht gleichförmig auf den Querschnitt vertheilt; es ist vielmehr aus Tafel I. oder speciell aus Tafel VII. ersichtlich, dass die vertikale Schubspannung gegen die Gurtungen hin abnimmt; — es ist nach Gleichung 148) die Schubspannung in der neutralen Faser

$$\mathfrak{C}_0 = \frac{\mathfrak{B}}{\delta\mathfrak{H}} \dots\dots\dots \text{II.}$$

Die vorstehenden Gleichungen I. und II. unterscheiden sich nur durch den Werth der Grössen \mathfrak{H}_0 und \mathfrak{H} ; letztere Grösse finden wir nach Gleichung 150*) über den Zwischenpfeilern $= 0,93 \mathfrak{H}_0$. — Es wurde bei Feststellung des Projects unter Vernachlässigung der Nietlöcher eine grösste Schubspannung von 360 Kilo per \square^{cm} angenommen und die Blechdicke nach obiger Gleichung I. für jede Abscisse berechnet. Zunächst den Mittelpfeilern wurde die Blechdicke auf 12^{mm} festgesetzt; als geringste Dicke nahm man etwa auf die Hälfte der Länge 7^{mm} an, da diese Stärke mit Rücksicht auf Ausbauchungen und auf Witterungsverhältnisse nicht vermindert werden wollte. — Wir haben in Tafel VII. auf Grund der in N°. 28 früher gegebenen Berechnung eine graphische Darstellung der Schubspannung und der grössten schiefen Spannung (oder Pressung) gegeben.

Zur Bestimmung des Gurtungs-Querschnittes wurde nach Molinos und Pronnier eine Näherungsformel angewendet, welche unter Beibehaltung unserer Bezeichnungen sich ausspricht:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{A} \left\{ \mathfrak{H}_0 \Omega + \frac{1}{6} \delta \mathfrak{H}_0^2 \right\} \quad 165).$$

Um durchaus eine Spannung \mathfrak{A} von circa 600^{k} zu erhalten, wurde der Gurtungs-Querschnitt, welcher an den Endauflagern aus 6 Winkeleisen von zus. $129,6 \square^{\text{cm}}$, 2 vertikalen Blechen von zus. $74,8 \square^{\text{cm}}$ und einem horizontalen 90^{cm} breiten Blech von $108 \square^{\text{cm}}$ besteht, also eine Gesamtfläche von $312,4 \square^{\text{cm}}$ repräsentirt, durch weitere horizontale Bleche (Kopfbleche) verstärkt; über den Zwischenpfeilern, wo der Gurtungs-Querschnitt am grössten ist, befinden sich 5 weitere Kopfbleche, von welch letzteren drei je 90^{cm} breit, 12^{mm} dick, 2 schmalere nur 9^{cm} breit und 10^{mm} dick sind; dieser stärkste Querschnitt auf dem Zwischenpfeiler misst somit $312,4 + 342 = 654,4 \square^{\text{cm}}$, wobei indess keine Nietlöcher in Abzug gebracht sind.

In der Mitte der ganzen Brücke haben die Gurtungen eine Stärke von $528,4 \square^{\text{cm}}$, während ebendasselbst nach Tabelle XXXV. das grösste Angriffsmoment $\max \mathfrak{M} = 1997,7^{\text{Tm}}$ ist; hienach folgt aus obiger Gleichung 165)

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{199700}{5,50 \times 528,4 + \frac{1}{6} 5,5 (0,7 \times 550)} \\ &= 613^{\text{k}}. \end{aligned}$$

Unsere Formel 158), welche für symmetrische Träger-Querschnitte mathematisch genau ist, gibt bei denselben Annahmen unter Einführung des Verhältnisses $\frac{\mathfrak{H}_0}{H} = \frac{550}{557}$ den Werth $\mathfrak{A} = 620,8$, wonach also im vorliegenden Falle die Gleichung 165) eine Ungenauigkeit von etwas über 1 % ergibt.

Wendet man Gleichung 165) auf die Gurtung über den Mittelpfeilern an, indem man wieder $\max M$ aus Tabelle XXXV. entnimmt, so erhält man unter Einsetzung des oben berechneten Querschnitts von $654,4 \text{ cm}^2$ eine grösste Spannung von 739^k ; es ist uns nicht bekannt, aus welchem Grunde nur an dieser Stelle eine wesentlich höhere Spannung angenommen wurde; dieselbe ergibt sich auch unmittelbar aus den graphischen Darstellungen, welche dem Werke von Molinos und Pronnier beigegeben sind.

Wir haben schon in N°. 28 die schiefen Wandspannungen für diese Brücke berechnet, unter der Voraussetzung, dass die Längenspannung in den äussersten Fasern $= 600^k$, die Schubspannung in der neutralen Faser gleich 350^k sei; die Figur 4 der Tafel VII. stellt das Resultat dieser Berechnung graphisch dar; wir ersehen hieraus, dass unter den gemachten Voraussetzungen (welche für einen grossen Theil der Länge vollständig zutreffen) die grösste schiefe Wandspannung $= 687^k$ ist; es muss diese Spannung über den Zwischenpfeilern (wo M zu 739^k berechnet ist) wesentlich grösser sein und zwar über 800^k pro cm^2 betragen.

119. Nach den Angaben von Molinos und Pronnier beträgt das Eisengewicht der Brücke von Langon (*poids de la construction métallique*):

Hauptträger	726 ^T
Windkreuze und Verschiedenes	49 ^T
	<hr/>
	775 ^T
Querträger, Schwellenträger, Andreaskreuze	188 ^T
	<hr/>
	total 963 ^T

somit per laufenden Meter eines Geleises 2274^k und mit Hinzurechnung von Schwellen, Schienen, Bedielung und Kiesdecke ca. 2900^k ; hienach spricht sich Gleichung 105) im vorliegenden Falle aus:

Eisengewicht

$$p' = 445 + 271 \quad \text{I.}$$

und totales Eigengewicht

$$p = 1085 + 271 \quad \text{II.}$$

Die vorstehende Gleichung I. ergibt für die Brücke von Langon eine für die damalige Zeit sehr bemerkenswerthe Leichtigkeit, welche in der Continuität der Hauptträger, in der Anordnung der Fahrbahn, sowie insbesondere darin begründet ist, dass für 2 Geleise nur 2 Hauptträger angewendet sind.

Durch die Continuität werden am Gewicht der Gurtungen etwa 20% erspart; aber mehr noch wird für die Blechwände durch die angeführte Beschränkung der Trägeranzahl gewonnen; denn da die Blechdicke bei vermehrter Trägeranzahl auf den

(ohne Nietenzug) 360 cm^2 , und wird durch besagte 3 Hauptständer auf etwa 900 cm^2 erhöht, so dass die mittlere Pressung annähernd $\frac{474500}{900} = 527^k$ beträgt; die wirkliche Pressung ist jedoch in Folge der Verschwächung durch die Nietenzüge wesentlich grösser. Es erhellt daraus insbesondere, dass der Druck auf die ganze Auflagerfläche vertheilt sein muss, wenn nicht einzelne Theile Noth leiden sollen (vergl. hierüber N^o. 93).

Was die Anordnung der Gurtungen betrifft, so ist dieselbe aus Tafel VII. ersichtlich und nur hinzuzufügen, dass durchweg beiderseitige Stossplatten angebracht sind; dieselben haben so viele Nietenzüge hinter einander erhalten, dass die durchlaufende Eintheilung der Nietenzüge beibehalten werden konnte; es ist dieß nicht nur mit Rücksicht auf die Verschwächung durch die Nietlöcher, sondern auch wegen der Einfachheit der Ausführung vortheilhaft. Sämmtliche Gurtungsbänder haben dieselbe Länge von $5,16^m$ erhalten, gleich der doppelten Querträgerdistanz.

121. Die Stärke der Nietenzüge, welche zur Verbindung von Gurtung und Blechwand dienen, wurde aus der Grösse $\frac{d \cdot \mathfrak{M}}{d \cdot x}$ abgeleitet, indem die Schubspannung dieser Bolzen $= 500^k$ per cm^2 gesetzt wurde; wir wissen, dass dieser Ausdruck nach Gleichung 18) gleich der Vertikalkraft \mathfrak{B} ist, deren Maximalwerth für einen Träger nach Tabelle XXXV. und Gl. $= 64,08 \cdot q - A = 64,0 \cdot 5,9 - 140,5 = 237,5$ tons beträgt.

Nach Gleichung 162) beträgt hier die Distanz D , der $2,5^{\text{cm}}$ starken Nietenzüge zwischen Wand und Gurtung

$$D = \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot \frac{5}{\mathfrak{B}} \cdot \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$D = \frac{5}{4} \cdot 2 \cdot 500 \cdot \frac{511,5}{237500} \cdot 4,9 = 13,2^{\text{cm}},$$

während in der Ausführung eine Entfernung von $10,7^{\text{cm}}$ gewählt wurde; — beim Project wurden 8 Nietenzüge per Längeneinheit berechnet, was einer Nietendistanz $D = 12,5^{\text{cm}}$ entspricht.

Die Anfertigung der Nietenzüge ist vom grössten Einfluss auf die Solidität der Blechwandbrücken sowie auf die Kosten der Zusammensetzung derselben. Sie haben beim Bau der Langonbrücke und in der Beschreibung derselben die verdiente Sorgfalt gefunden.

Die Nietbolzen erhielten einen Durchmesser, der 1^{mm} geringer war, als das Loch, das sie auszufüllen hatten; durch das beim Aushämmern des Nietkopfes hervorgebrachte Stauchen des glühenden Nietbolzens wird das Loch vollständig ausgefüllt und bleibt der Contact erfahrungsgemäss bei tüchtiger Arbeit auch nach dem Erkalten, wie man sich durch Augenschein überzeugen

Anhang.

Vergleichung der Masse und Gewichte verschiedener Länder. *)

Tabelle XXXVIII.
F u s s t a b e l l e.

Englischer und Russischer Fuss	Preussischer Fuss	Oesterf. Fuss	Badischer und Schweizer Fuss	Pariser Fuss	Meter
à 12 Zoll.	à 12 Zoll.	à 12 Zoll.	à 12 Zoll.	à 12 Zoll.	à 100 cm.
1	0,9711	0,9642	1,0160	0,9383	0,3048
1,0297	1	0,9929	1,0462	0,9662	0,3138
1,0371	1,0072	1	1,0537	0,9781	0,3161
0,9843	0,9559	0,9490	1	0,9235	0,3000
1,0658	1,0850	1,0276	1,0628	1	0,3248
3,2809	3,1862	3,1634	3,3333	3,0784	1

Nordamerika wie England,
Holland, Belgien wie Frankreich,
ferner ist:

1 sächsischer Fuss = 0,2832 Meter 1 Meter = 3,5312 Fuss sächsisch
1 hannover. „ = 0,2921 „ 1 „ = 3,4236 „ hannover.
1 württemb. „ = 0,2865 „ 1 „ = 3,4905 „ württemb.
1 bayrischer „ = 0,2919 „ 1 „ = 3,4258 „ bayrisch.

Anmerkung. Der sächsische, hannövrise und bayrische Fuss sind in 12 Zoll eingetheilt.

*) In Deutschland, Oesterreich und der Schweiz ist das Fussmass und das alte Gewicht aufgehoben und der Meter und das Kilogramm als gesetzliches Mass und Gewicht eingeführt. Wir haben jedoch in den folgenden Tabellen die alten Masse beibehalten, um die in älteren Lehrbüchern und Aufsätzen vorkommenden Masse und Gewichte leicht in die neuen Einheiten überführen zu können.

Tabelle XXXIX.
Gewichtstabelle.

Englisches Pfund	Zollpfund	Russisches Pfund	Kilogramm.
$= \frac{1}{2240}$ tons.	$= \frac{1}{100}$ Ctr.	$= \frac{1}{40}$ Pud.	$= \frac{1}{1000}$ tonnes.
1	0,9072	1,1076	0,4536
1,1028	1	1,2209	0,5000
0,9028	0,8190	1	0,4095
2,2046	2,0000	2,4419	1

In Deutschland und Oesterreich ist statt des Zollpfunds das Kilogramm eingeführt.

Nordamerika wie England,
Belgien, Holland wie Frankreich.
1 altes Pfund österreichisch = 0,560 ^k
1 " " preussisch = 0,4677 ^k
1 " " französisch = 0,4896 ^k.

Tabelle XL.
Quadratfusstabelle.

Englischer oder Russischer Quadratfuss.	Preussischer Quadratfuss.	Oesterr. Quadratfuss.	Badischer oder Schweizer Quadratfuss.	Pariser Quadratfuss.	Quadratmeter.
1	0,9431	0,9297	1,0322	0,8804	0,0929
1,0608	1	0,9858	1,0945	0,9335	0,0985
1,0756	1,0144	1	1,1103	0,9470	0,0999
0,9688	0,9137	0,9007	1	0,8529	0,0900
1,1359	1,0712	1,0560	1,1724	1	0,1055
10,7643	10,1519	10,0074	11,1111	9,4768	1

1 Quadratfuss sächsisch = 0,0802 Quadratmeter
1 " hannover. = 0,0853 "
1 " württemb. = 0,0821 "
1 " bayrisch = 0,0852 "
1 Quadratmeter = 12,4694 Quadratfuss sächsisch
1 " = 11,7207 " hannover.
1 " = 12,1837 " württemb.
1 " = 11,7364 " bayrisch.

Tabelle XL.
Cubikfusstabelle.

Englischer oder Russischer Cubikfuss.	Preussischer Cubikfuss.	Oesterr. Cubikfuss.	Badischer oder Schweizer Cubikfuss.	Pariser Cubikfuss.	Cubikmeter.
1	0,9159	0,8964	1,0487	0,8261	0,0283
1,0918	1	0,9787	1,1450	0,9019	0,0309
1,1156	1,0217	1	1,1699	0,9215	0,0316
0,9535	0,8733	0,8548	1	0,7877	0,0270
1,2106	1,1087	1,0851	1,2695	1	0,0343
35,3166	32,3459	31,6578	37,0370	29,1738	1

1 Cubikfuss sächsisch = 0,0227 Cubikmeter
 1 " hannover. = 0,0249 "
 1 " württemb. = 0,0235 "
 1 " bayrisch = 0,0249 "
 1 Cubikmeter = 44,0318 Cubikfuss sächsisch
 1 " = 40,1263 " hannover.
 1 " = 42,5275 " württemb.
 1 " = 40,2066 " bayrisch.

Tabelle XLI.

Gewicht per Quadrateinheit nach den landesüblichen Massen.
 (Unter Zugrundlegung der alten Fussmasse und des Zollpunds für die deutschen
 Staaten und Oesterreich.)

Englisch	Russisch	Preussisch	Österreichisch	Badisch	Französisch
Tonne per Quadratzoll.	Pud per Quadratzoll.	Pfund per Quadratzoll.	Pfund per Quadratzoll.	Pfund per Quadratzoll.	Kilogramm per Quadratcentim.
1	62,0256	2154,6	2185,8	2834,9	157,49
0,01612	1	34,738	35,239	45,704	2,539
0,000464	0,02879	1	1,014	1,316	0,0731
0,000457	0,02835	0,986	1	1,297	0,0720
0,000353	0,02188	0,760	0,771	1	0,0555
0,006349	0,3938	13,681	13,879	18,000	1

1 Zollpfund pro Quadratzoll sächsisch = 0,0898 Kilo pro Quadratcent.

1 " " " hannover. = 0,0845 " " "

1 " " " württemb. = 0,0609 " " "

1 " " " bayrisch = 0,0845 " " "

1 Kilo pro Quadratcent. = 11,138 Zollpfund pro Quadratzoll sächsisch

1 " " " = 11,850 " " " hannov.

1 " " " = 16,416 " " " württ.

1 " " " = 11,831 " " " bayrisch.

Anmerkung. Bei Berechnungen der per Quadrateinheit wirkenden Kraft findet sich häufig noch älteres preussisches und österreichisches Gewicht.

1 Kilo pro Quadratcent. = 14,62 Pfd. alt preussisch pro Quadratzoll.

1 " " " = 12,39 " " österreich. " "

1 Pfd. alt preussisch pro Quadratzoll = 0,0684 Kilo pro Quadratcent.

1 " " österreich. " " = 0,0807 " " "

Tabelle XLII.

Gewicht per Längeneinheit nach den landesüblichen Massen.

(Unter Zugrundlegung der alten Fussmasse und des Zollpfunds für die deutschen Staaten und Oesterreich.)

Englisch	Russisch	Preussisch	Österreichisch	Badisch	Französisch
Tonne per lauf. Fuss.	Pfd per lauf. Fuss.	Pfund per lauf. Fuss.	Pfund per lauf. Fuss.	Pfund per lauf. Fuss.	Kilogramm per lauf. Meter.
1	62,0256	2092,5	2107,6	2000,2	3333,6
0,01612	1	33,735	34,966	32,246	53,743
0,00048	0,0296	1	1,0072	0,956	1,598
0,00047	0,0284	0,993	1	0,949	1,582
0,0005	0,0310	1,046	1,054	1	1,667
0,0003	0,0186	0,628	0,632	0,6	1

1 Zollpfund pro lfd. Fuss sächsisch = 1,765 Kilo pro lfd. Meter

1 " " " hannover. = 1,712 " " "

1 " " " württemb. = 1,745 " " "

1 " " " bayrisch = 1,713 " " "

1 altes preuss. Pfd. pro lfd. Fuss = 1,490 " " "

1 " österr. " " = 1,772 " " "

1 Kilo pro lfd. Meter = 0,566 Zollpfund pro lfd. Fuss sächsisch

1 " " " = 0,584 " " " hannover.

1 " " " = 0,573 " " " württemb.

1 " " " = 0,583 " " " bayrisch

1 " " " = 0,671 alt preuss. Pfd. pro lfd. Fuss

1 " " " = 0,564 " österr. " " "

Bei Gewichtsrechnungen kann man mittelst Tabelle XLI. alle Cubikmasse auf Cubikdecimeter reduciren. Ein Cubikdecimeter Wasser wiegt 1 Kilo, und kann man die so erhaltenen Kilogramme mittelst Tabelle XXXIX. auf die andern Gewichtseinheiten zurückführen. — Das Gewicht des gleichen Volums Wasser gibt das wirkliche Gewicht des fraglichen Körpers mittelst folgender Tabelle:

Tabelle XLIII.
Specifische Gewichte verschiedener Körper.

Wasser	1,0
Tannenholz	0,47—0,55
Tanne frisch gefällt . .	0,9
Eichenholz	0,65—0,80
Buchenholz trocken . .	0,59
Gusseisen	7,2
Schmiedeeisen	7,8
Gussstahl	7,9
Sandstein	2,1—2,5
Kalkstein	2,5
Ziegel	1,5—1,8
Asphalt	1,1
Beton	2,4
Schotter	1,5—2,0
Ziegelmauerwerk . . .	1,6
Bruchsteinmauerwerk .	2,2

Zur Bequemlichkeit bei Gewichtsrechnungen dürften noch folgende Angaben von Werth sein:

1 Cubikdecimeter Wasser wiegt	1,000 ^k	=	1,000	Kilo
1 Cubikzoll engl.	" " 0,0162 ^k	=	0,0357	Pfd. engl.
1 " russisch	" " 0,0162 ^k	=	0,04	Pfd. russ.
1 " preuss.	" " 0,01788 ^k	=	0,03576	Zollpfd.
1 " österr.	" " 0,01829 ^k	=	0,03657	"
1 " badisch	" " 0,027 ^k	=	0,0540	"
1 " württ.	" " 0,0235 ^k	=	0,0468	"
1 " sächs.	" " 0,0131 ^k	=	0,0262	"
1 " hannov.	" " 0,0144 ^k	=	0,0288	"
1 " bayrisch	" " 0,0144 ^k	=	0,0288	"

Nachtrag zu N°. 39.

Die direkte Anwendung der Tabelle XIII. setzt voraus, dass sämtliche Constructionsglieder im Falle der Maximalanstrengung ganz oder annähernd in demselben (hauptsächlich durch die Grösse der Spannweite bestimmten) Verhältniss $\frac{q}{p}$ mehr in Anspruch genommen sind, als beim unbelasteten Zustande der Brücke. Unter dieser Voraussetzung berücksichtigt die der Tabelle zu Grunde liegende empirische Formel 77) die in dem Metall in Folge der Lastbewegung entstehenden Schwingungen, insbesondere auch diejenigen, welche durch Stösse veranlasst werden, in einer dem praktischen Bedürfnisse durchaus genügenden Weise; ferner ist für solche Fälle, wo das Verhältniss $\frac{u_p}{u_q}$ wesentlich von dem

Verhältnisse $\frac{p}{q}$ abweicht, die durch Tabelle XIII^a. dargestellte Correction gegeben. Zur besseren Uebersicht geben wir in nachfolgender Tabelle XLIV. eine nach Anleitung der Tabelle XIII^a. hergestellte Ergänzung der Tabelle XIII. In dieser Tabelle XLIV. ist gewöhnliches Schmiedeeisen von 3000^k Bruchfestigkeit pro □ Centimeter angenommen, und vorausgesetzt, dass bei einem Metalle abweichender Bruchfestigkeit die einzelnen Zahlen der nachfolgenden Tabelle im Verhältniss reduzirt, beziehungsweise erhöht werden.

Die Maximalwerthe nebenstehender Tabelle entsprechen den Werthen der Tabelle XIII., diese letzteren Werthe erleiden immer eine Verminderung, wenn die Spannung in Folge Bewegung der Ueberlast in grösserem Masse zunimmt, als dem Verhältnisse $\frac{p}{q}$ entsprechen würde; die Abnahme der Coefficienten ist aber nur dann von Bedeutung, wenn in Folge der Bewegung der Ueberlast Druck in Zug übergeht und umgekehrt.

Man kann in weiterer Ausdehnung der Tabelle XLIV. eine Erhöhung der in Tabelle XIII. gegebenen Festigkeitscoefficienten dann annehmen, wenn das Verhältniss $\frac{\mathfrak{N}_p}{\mathfrak{N}_q}$ grösser als $\frac{p}{q}$ wird, und würde man die absolut grössten Festigkeitscoefficienten dann

Tabelle XLIV.

Grösste zulässige Werthe \mathfrak{N} (\mathfrak{B}) pro Quadrat-Centimeter gutes Schmiedeisen berechnet.

$\frac{p}{q}$	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{B}}$
	355 355	381 381	393 393	410 410	427 427	457 457	485 485	533 533	1
	400 300	424 318	436 370	453 327	469 352	488 366	528 396	537 403	0,75
	444 222	468 234	479 239	495 247	502 251	522 261	571 285	622 311	0,50
	488 122	511 128	522 131	538 134	545 138	562 140	614 153	666 167	0,25
	533 0	554 0	565 0	581 0	598 0	609 0	658 0	711 0	0
		571 — 57	589 — 84	581 — 145	598 — 149	665 — 166	701 — 175	755 — 189	
				615 — 123	640 — 160	685 — 228	727 — 297	800 — 400	

Anmerkung. Die unterhalb der Werthe der grössten zulässigen Spannungen (Pressungen) angeschriebenen, mit kleinen Ziffern gedruckten Zahlen bezeichnen in dem obern Theile der Tabelle die in demselben Constructionsglied in Folge wechselnder Belastung eintretende grösste Pressung (beziehungsweise Spannung), in dem untern Theile der Tabelle und soweit negative Vorzeichen angebracht sind, die (in der Regel in unbelastetem Zustande vorhandenen) kleinsten Spannungen (Pressungen), welche in dem betreffenden Gliede überhaupt eintreten können.

erhalten, wenn die in Folge des Eigengewichts vorhandene Spannung durch die Ueberlast gar nicht modificirt wird.

Da die Fälle, in welchen einzelne Constructionsglieder durch die Verkehrsbelastung nur wenig beeinflusst oder gar entlastet werden, sehr selten, beziehungsweise von untergeordneter Bedeutung sind, so ist es hinsichtlich der Bestimmung der Querschnittsdimensionen in der Regel ausreichend, die in Tabelle XIII. gegebenen Maximalwerthe überall da anzuwenden, wo $\frac{\mathfrak{A}_p}{\mathfrak{A}_q}$ grösser als $\frac{p}{q}$ ist, gleichzeitig aber kein Wechsel zwischen Druck und Zug stattfindet. Eine weitere Erhöhung der Festigkeitscoefficienten wird jedoch in dem Falle angenommen, wo $\frac{\mathfrak{A}_p}{\mathfrak{A}_q}$ und $\frac{p}{q}$ gleichzeitig der Einheit gleich sind, welcher Grenzfall in N^o. 42 als ruhende Belastung besprochen ist.

Druckfehler.

S. 85 Zeile 13 von oben lies „3000^k“ anstatt „3300^k“.

Anmerkung: Die Tabelle XIII. ist zunächst, wie auf S. 82 bemerkt, für Schmiedeeisen von 3300^k Bruchfestigkeit aufgestellt worden, in Folge der durch Tabelle XIII^a. gegebenen Correctur ist eine Erhöhung der Werthe der Tabellen XIII. und XIII^a. bedingt, welche wir dadurch erhalten, dass diese beiden Tabellen für gewöhnliches Schmiedeeisen von 3000^k Bruchfestigkeit gültig angenommen werden. Dieselbe Bruchfestigkeit ist dem am Schlusse des Anhangs gegebenen Nachtrage, sowie der Tabelle XLIV. zu Grunde gelegt.

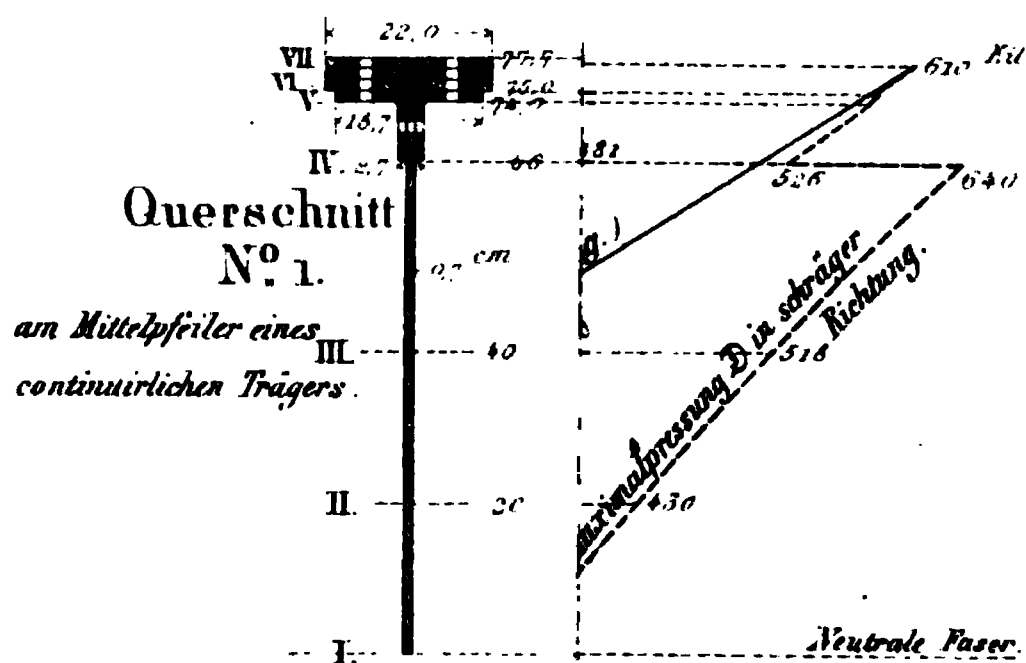
S. 128 Zeile 29 von oben lies „Tafel IV^b“ anstatt „Tafel III“.

S. 157 Zeile 21 von unten lies „Fig. 96 und 96^a“ anstatt „Fig. 71 und 72“.

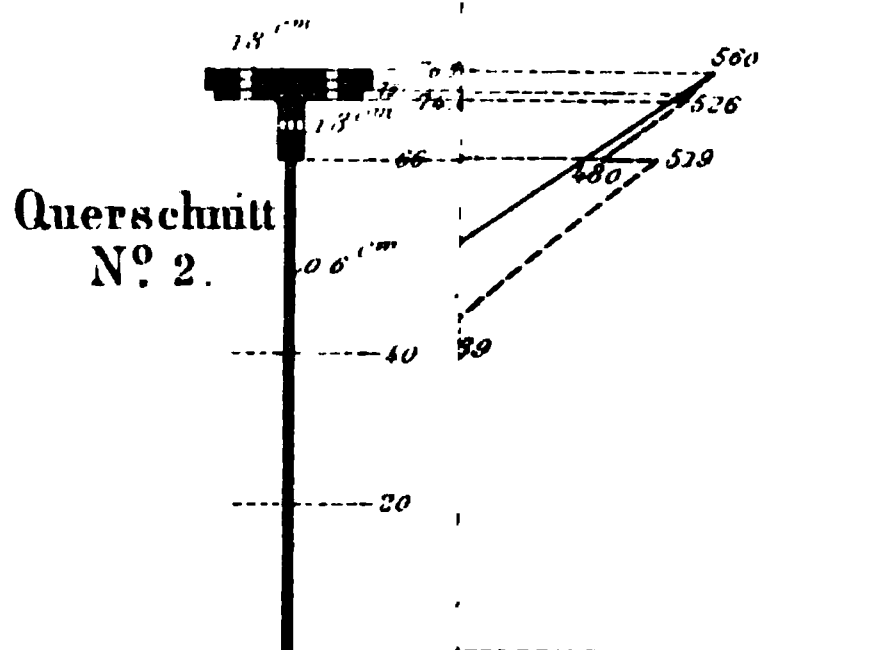
S. 166. In Formel 111) ist zu setzen: „ $\sum_0^x G (x-g)^3$ “ anstatt „ $\sum G (x-g)^3$ “.

S. 273 Zeile 1 von unten lies „C = 32“ anstatt „l = 32“.

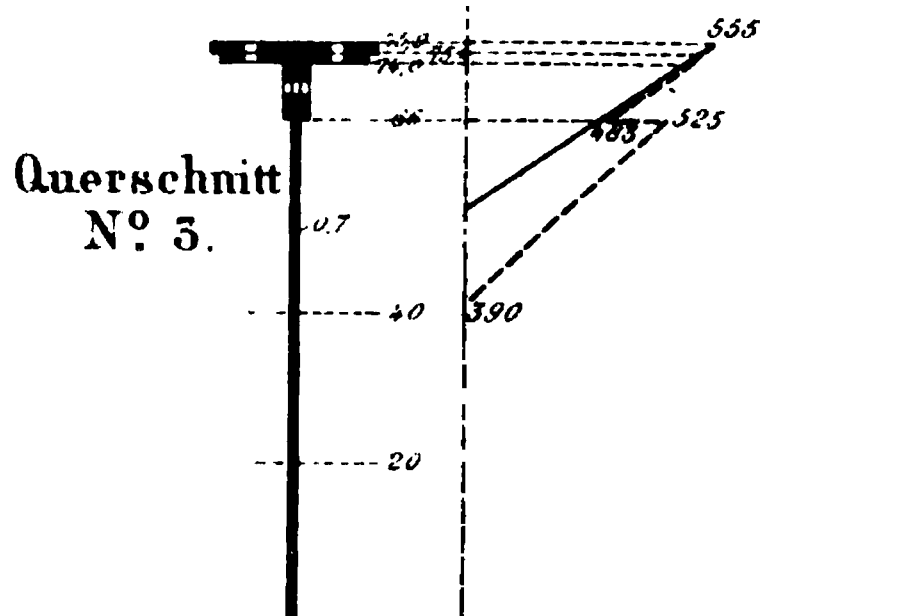
in 1,50 Höhe.



$$\begin{aligned} \Theta &= 1045327 \\ a &= 77,7 \\ \frac{\Theta}{a} &= 13455 \\ \bar{x} &= 610 \\ \int^a xy dy &= 7614,5 \\ \bar{y} &= 137,3 \text{ (nach Gl. 32.)} \\ S_0 &= 245 \text{ (Gl. 46.)} \\ S_0 &= 350 \text{ (Gl. 144.)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{in centimetern.}$$



$$\begin{aligned} \bar{y} &= 30184 \text{ Kil.} \\ \bar{y} &= 121531 \text{ K.M.} \\ \Theta &= 819561 \\ a &= 76,8 \\ \frac{\Theta}{a} &= 10671 \\ \bar{x} &= 560 \text{ K. (nach Gl. 31.)} \\ \int^a xy dy &= 6066,7 \\ \bar{y} &= 135,1 \text{ (nach Gl. 32.)} \\ S_0 &= 111,7 \text{ (Gl. 46.)} \\ S_0 &= 186 \text{ (Gl. 144.)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{nach Tafel VI} \\ \text{Fig. 6} \\ \text{in centimetern} \end{array}$$



$$\begin{aligned} \bar{y} &= 39575 \text{ Kil.} \\ \bar{y} &= 92500 \text{ K.M.} \\ \Theta &= 654606 \\ a &= 75,9 \\ \frac{\Theta}{a} &= 8625 \\ \bar{x} &= 555 \text{ (nach Gl. 31.)} \\ \int^a xy dy &= 5070,8 \\ \bar{y} &= 129,1 \text{ (nach Gl. 32.)} \\ S_0 &= 153,3 \text{ (Gl. 46.)} \\ S_0 &= 219 \text{ (Gl. 144.)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{nach Tafel VI} \\ \text{Fig. 6} \\ \text{in centimetern} \end{array}$$

500 Kil.

Fig. a.

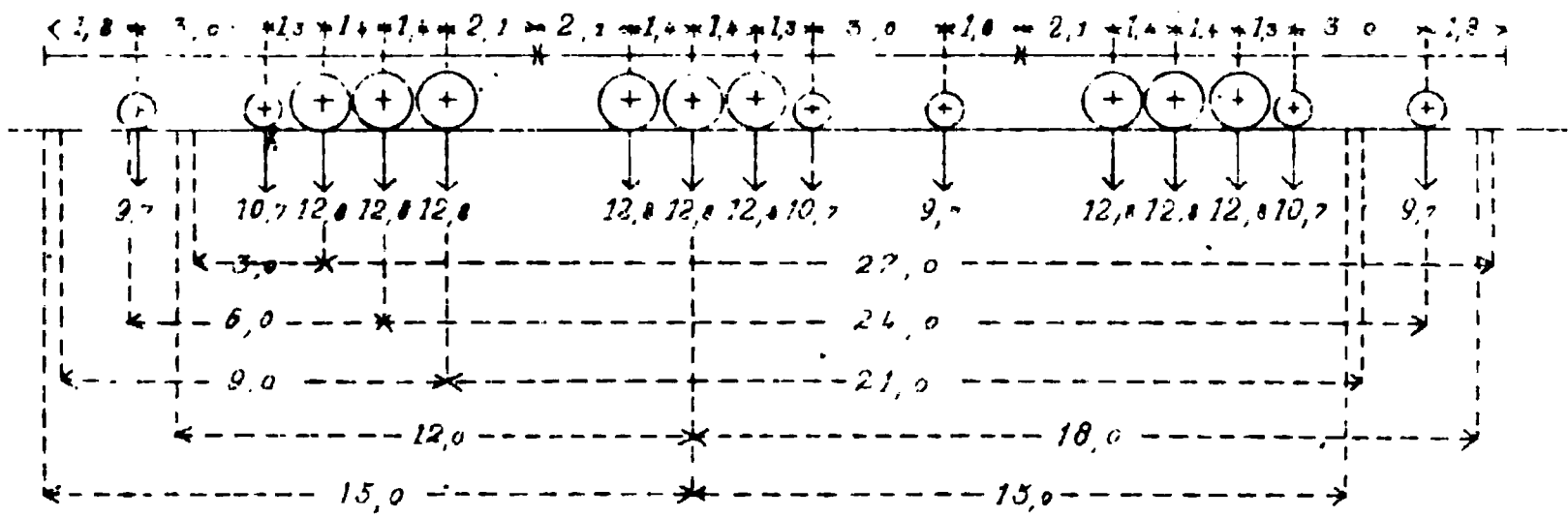


Fig. b.

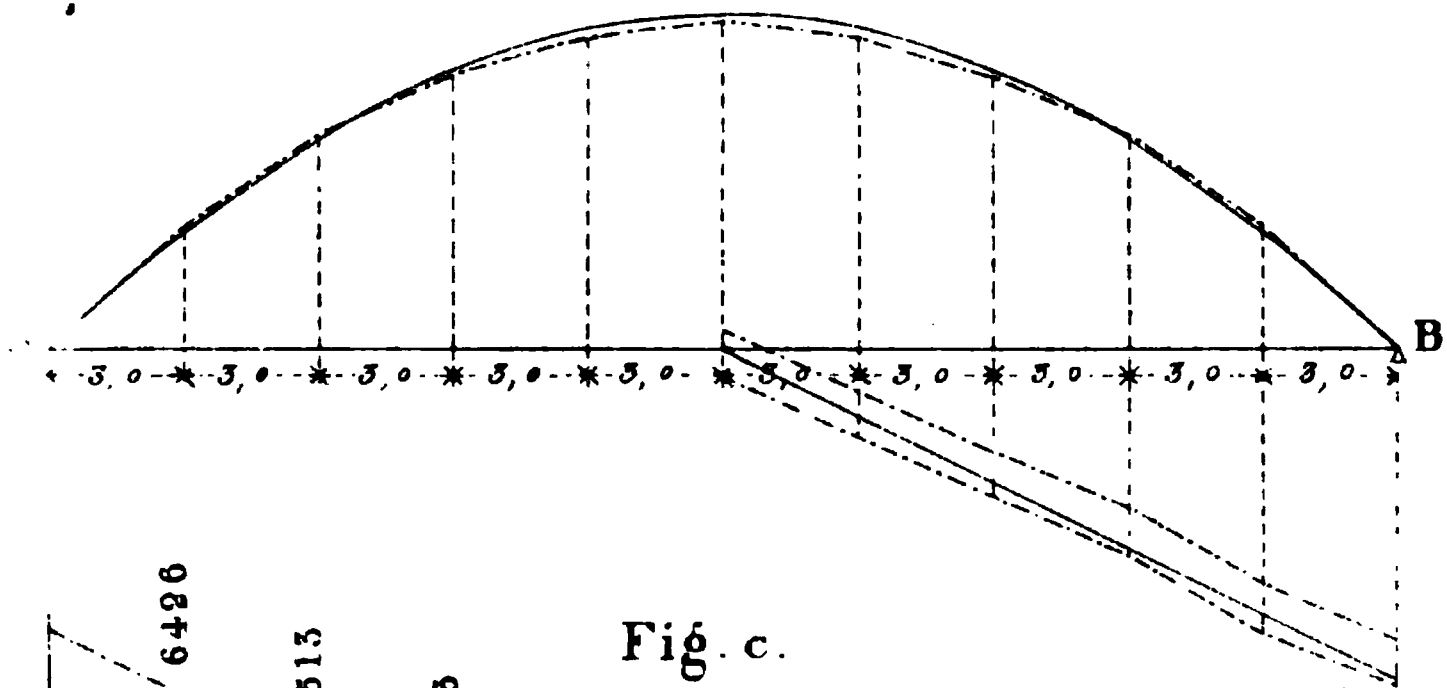


Fig. c.

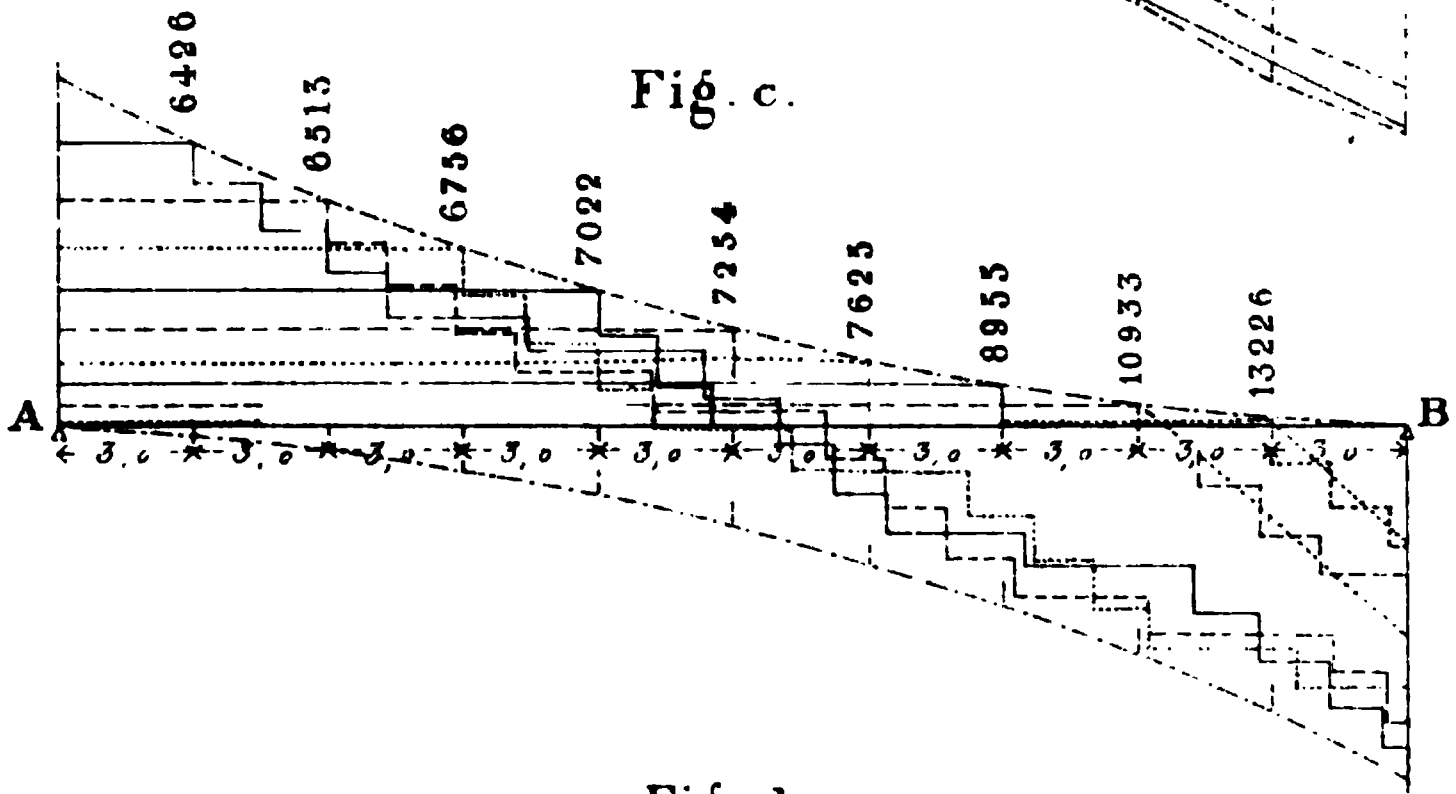
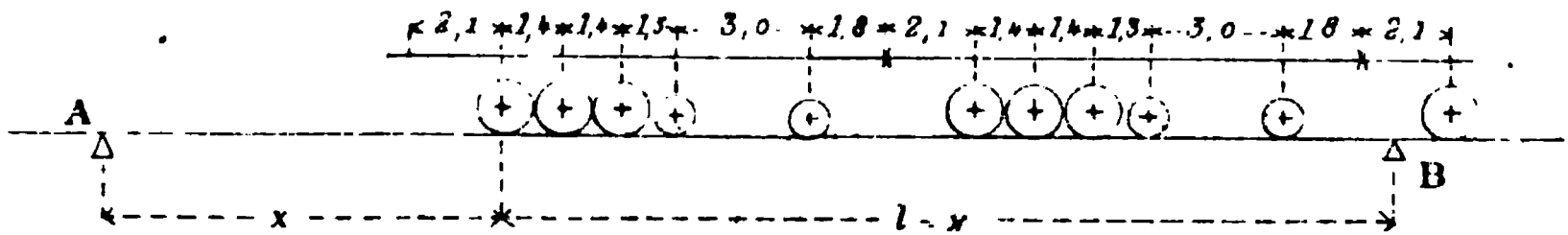
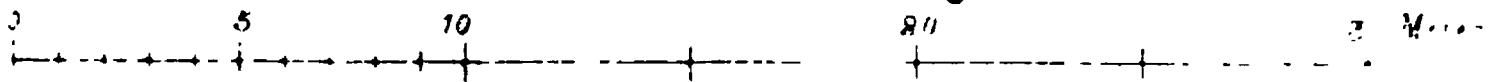


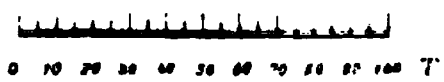
Fig. d.

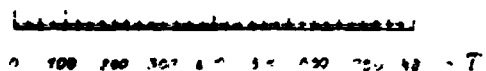
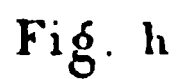
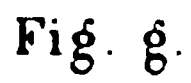
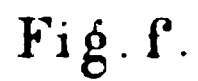


Maafstab für die Längen.



Maassstab für B.





Alle.

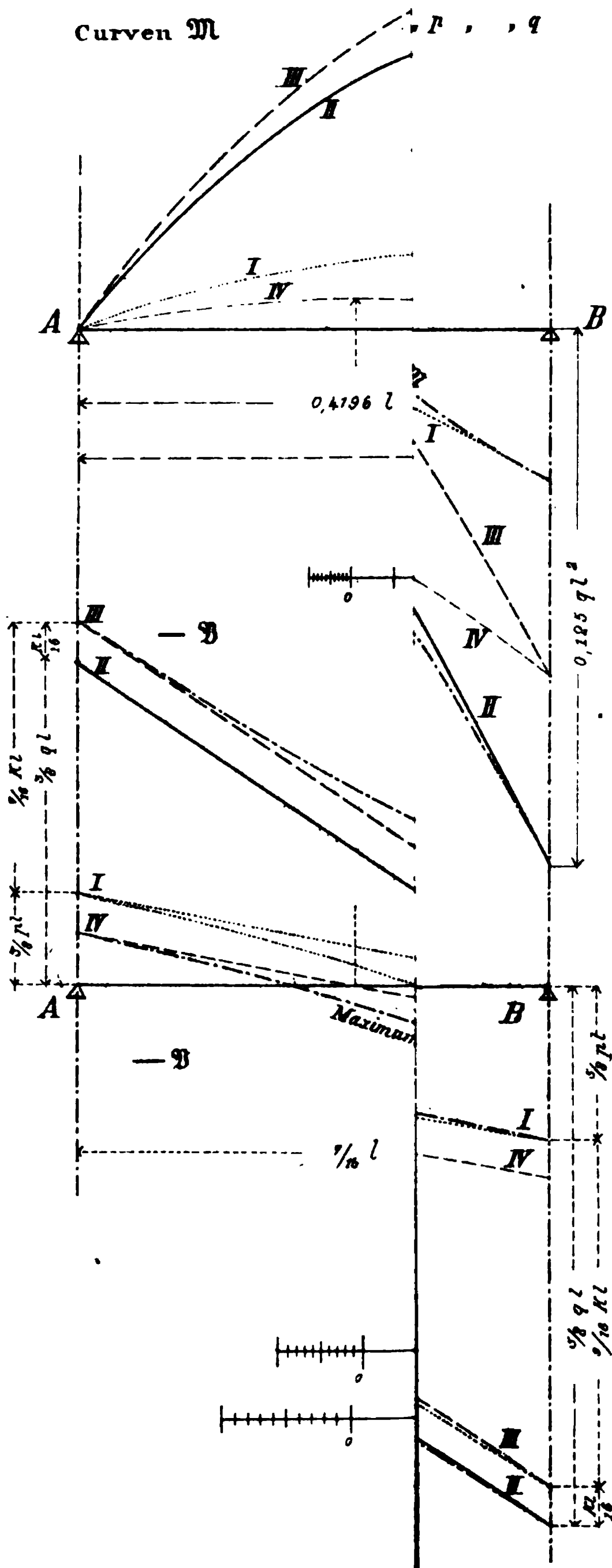
endet mit p

9

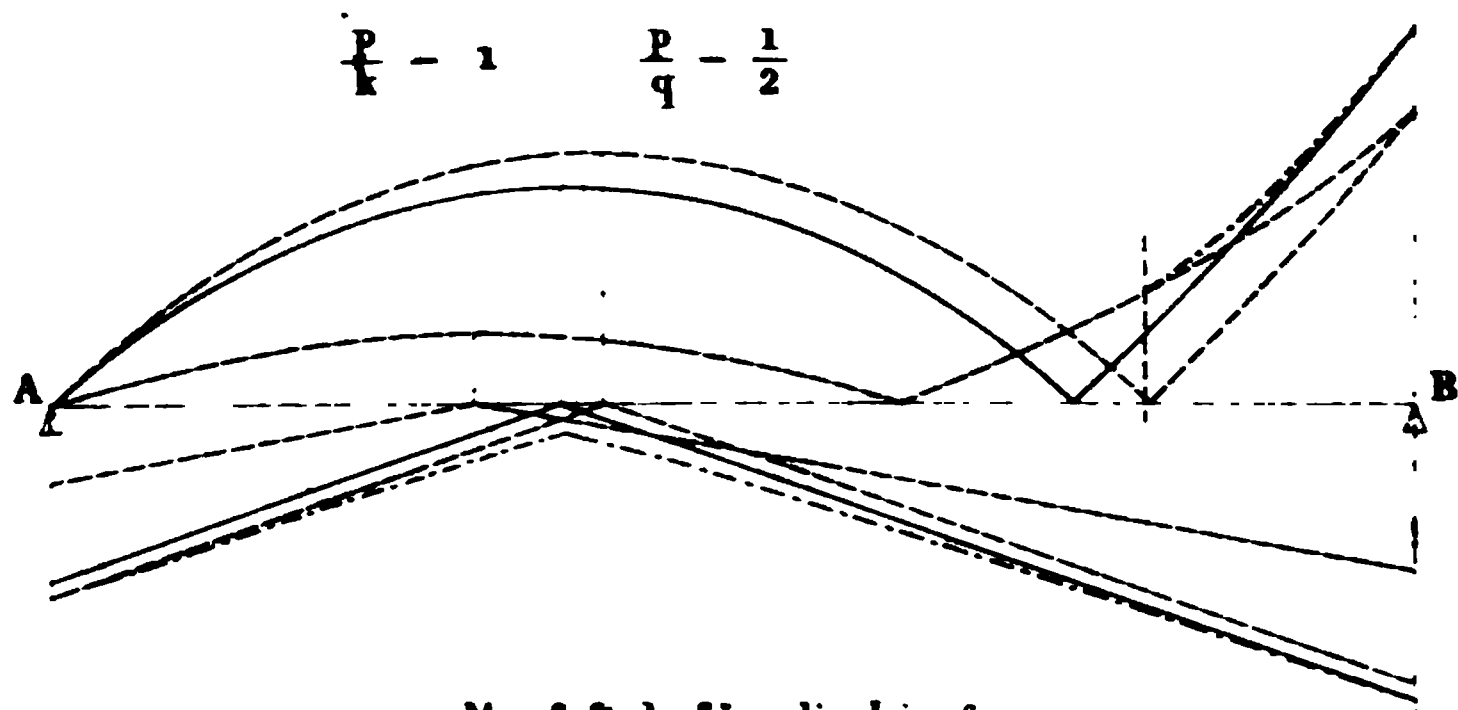
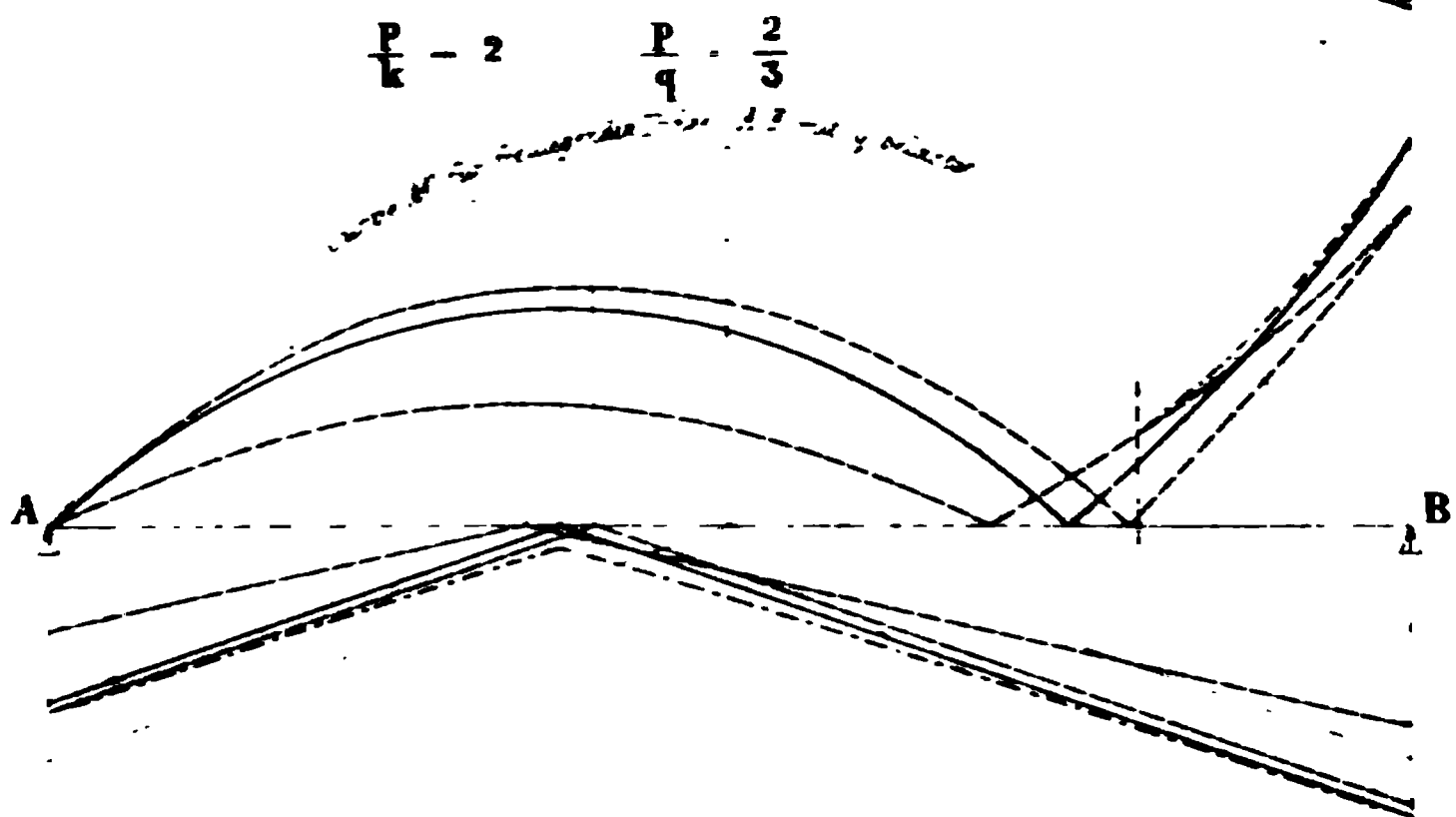
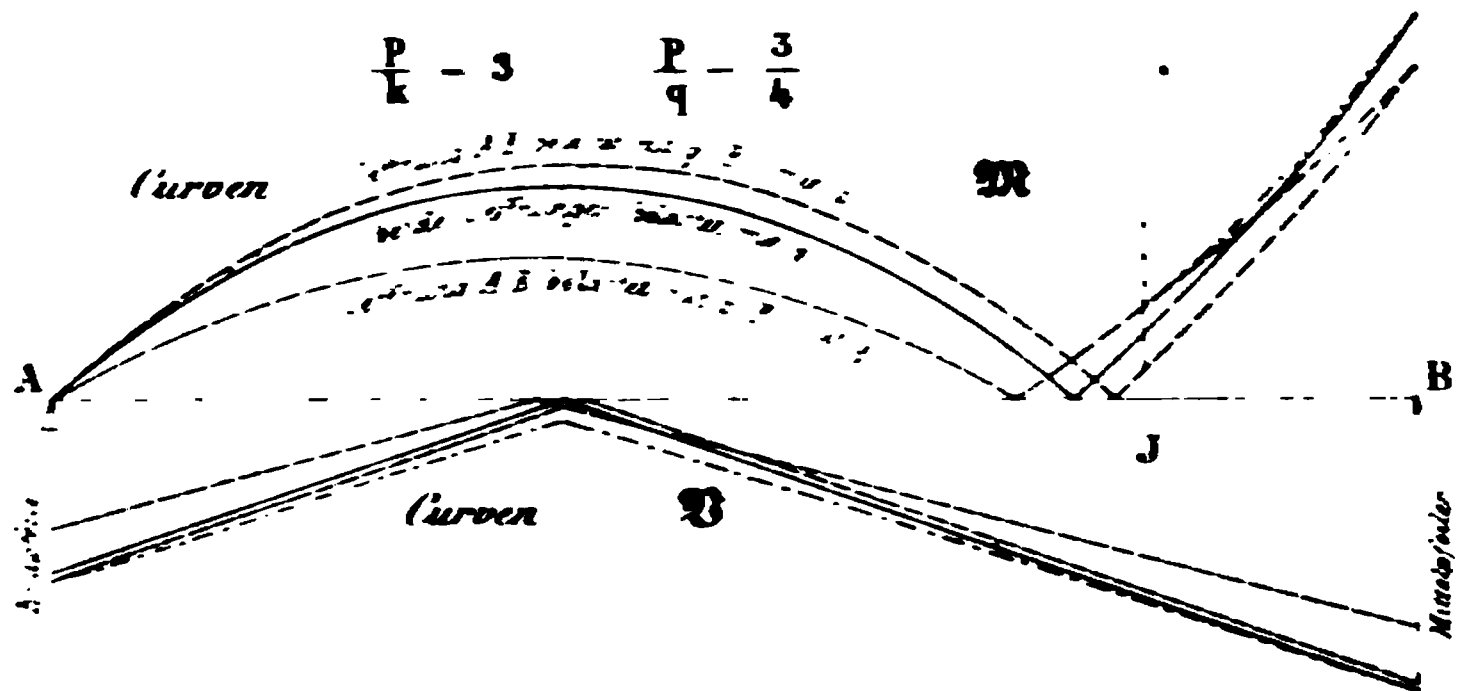
mit q B C mit p

$\cdot P \cdot , q$

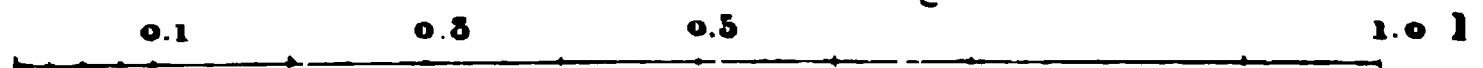
Curven M



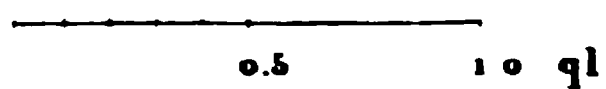
Continuirlicher Träger mit 2



Maassstab für die Längen

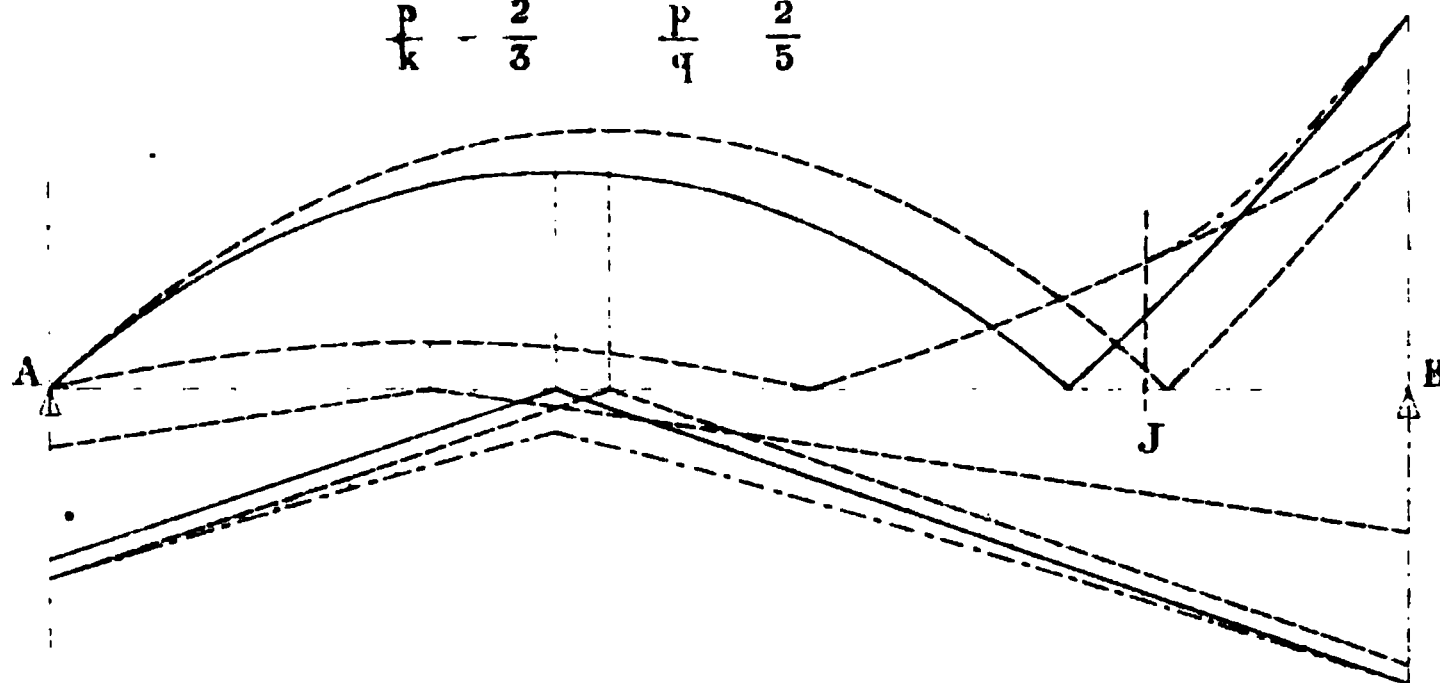


Maassstab für \mathfrak{B}

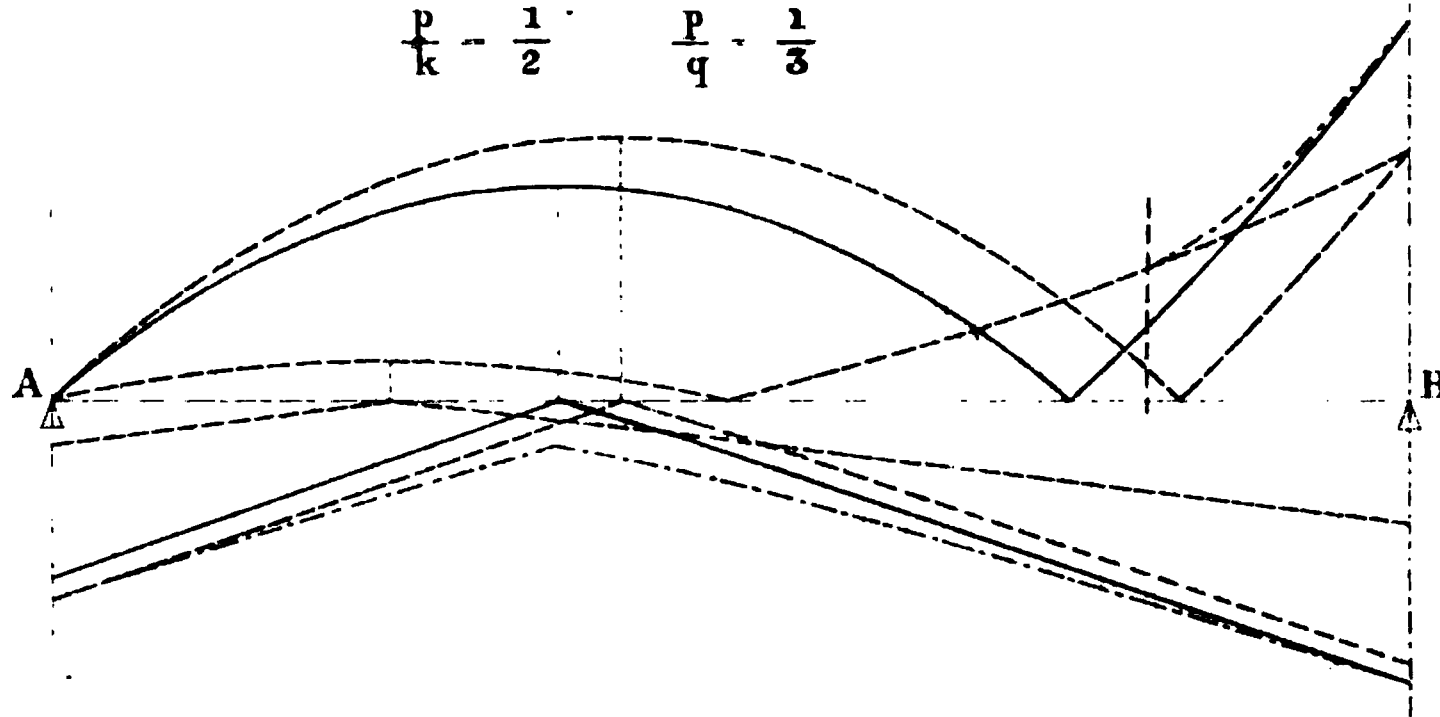


gleichen Spannweiten $AB=BC=1$.

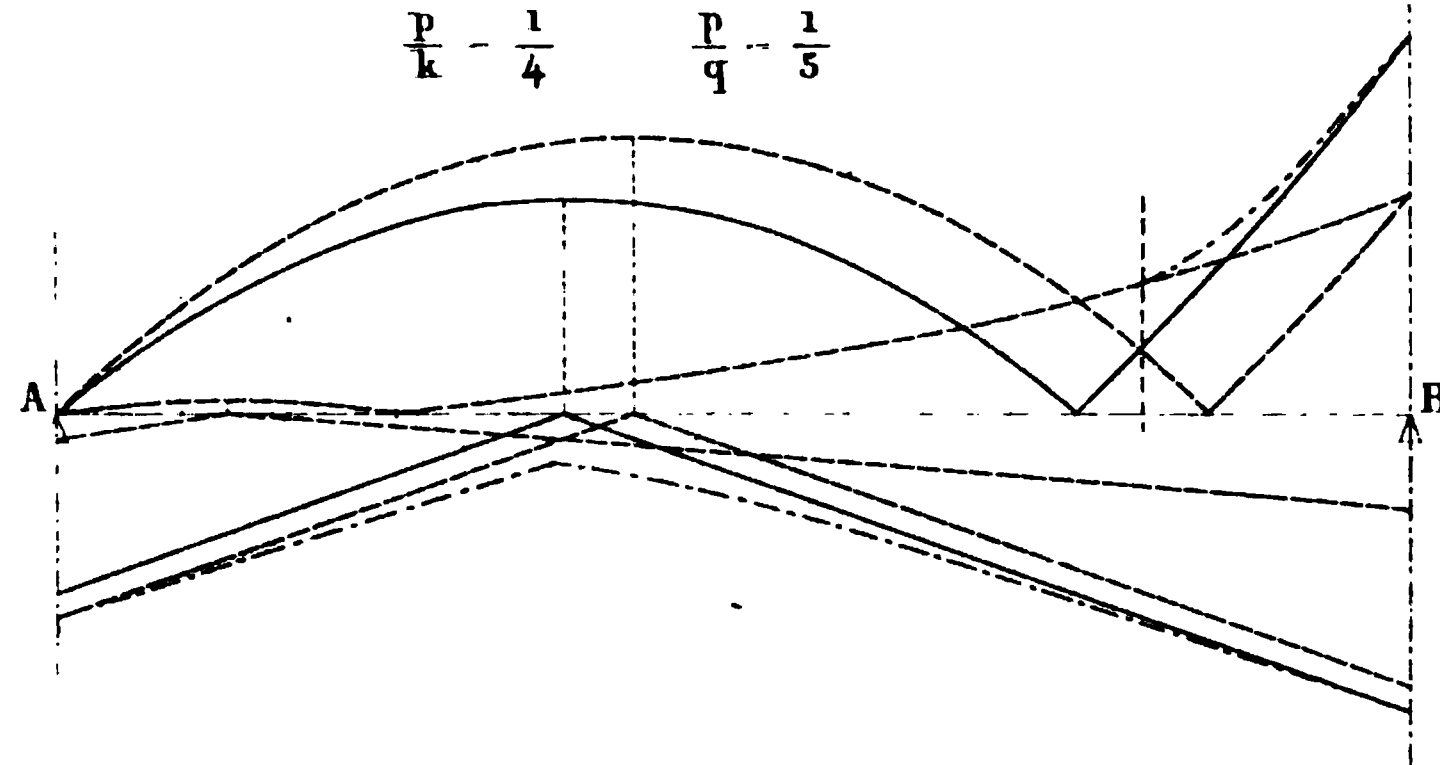
$$\frac{p}{k} = \frac{2}{3} \quad \frac{p}{q} = \frac{2}{5}$$



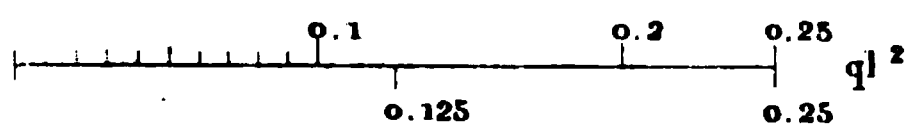
$$\frac{p}{k} = \frac{1}{2} \quad \frac{p}{q} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{p}{k} = \frac{1}{4} \quad \frac{p}{q} = \frac{1}{5}$$



Maassstab für \mathfrak{M}



Influenzkurven

Fig. d.

Influenzkurven
für einen kontinuierlichen Träger
über 2 Oeffnungen.

Fig. a.

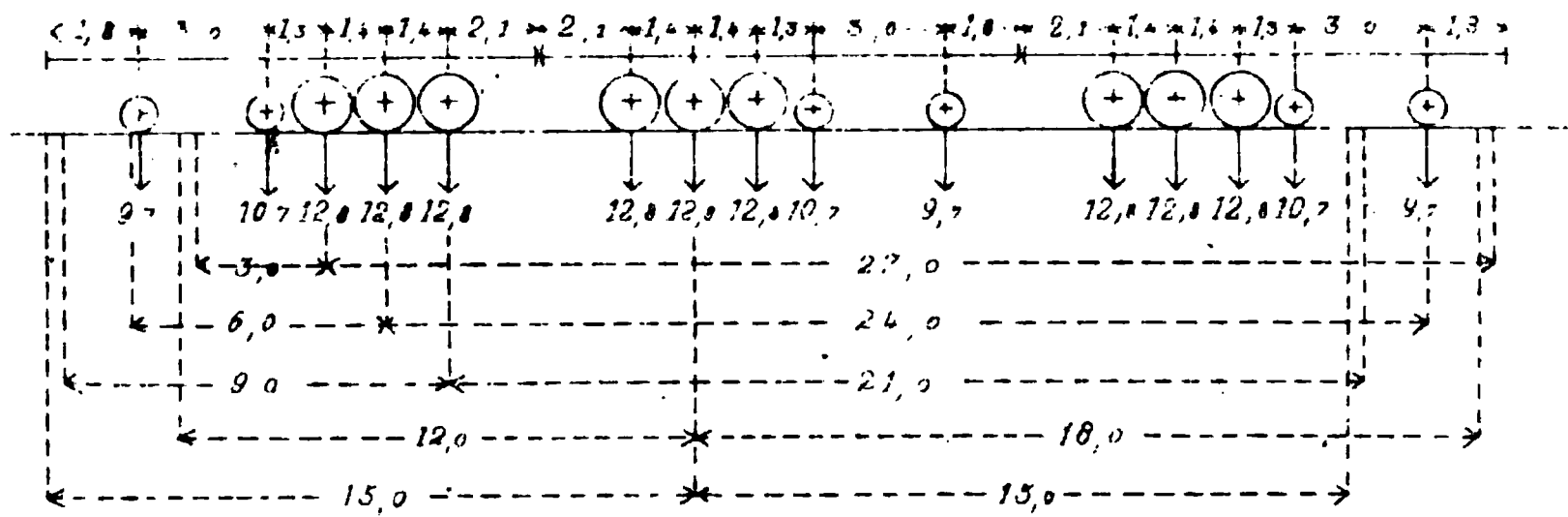


Fig. b.

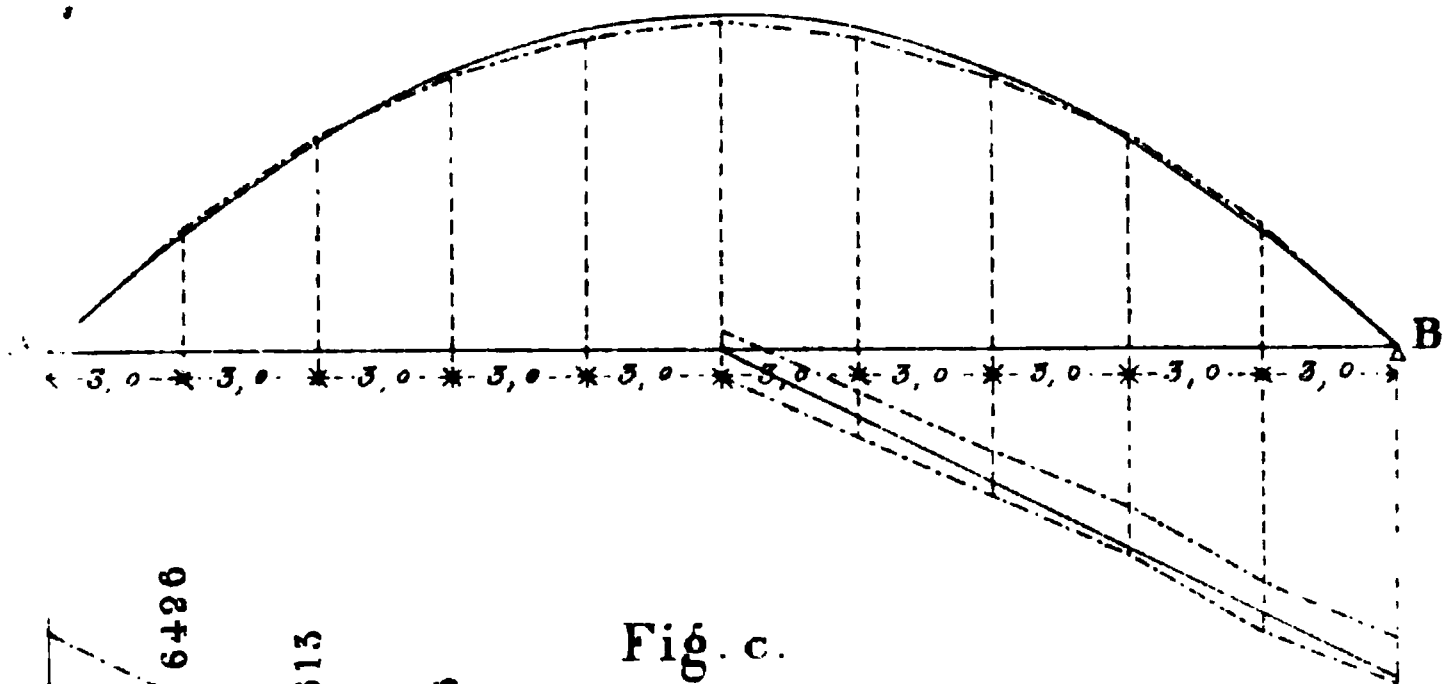


Fig. c.

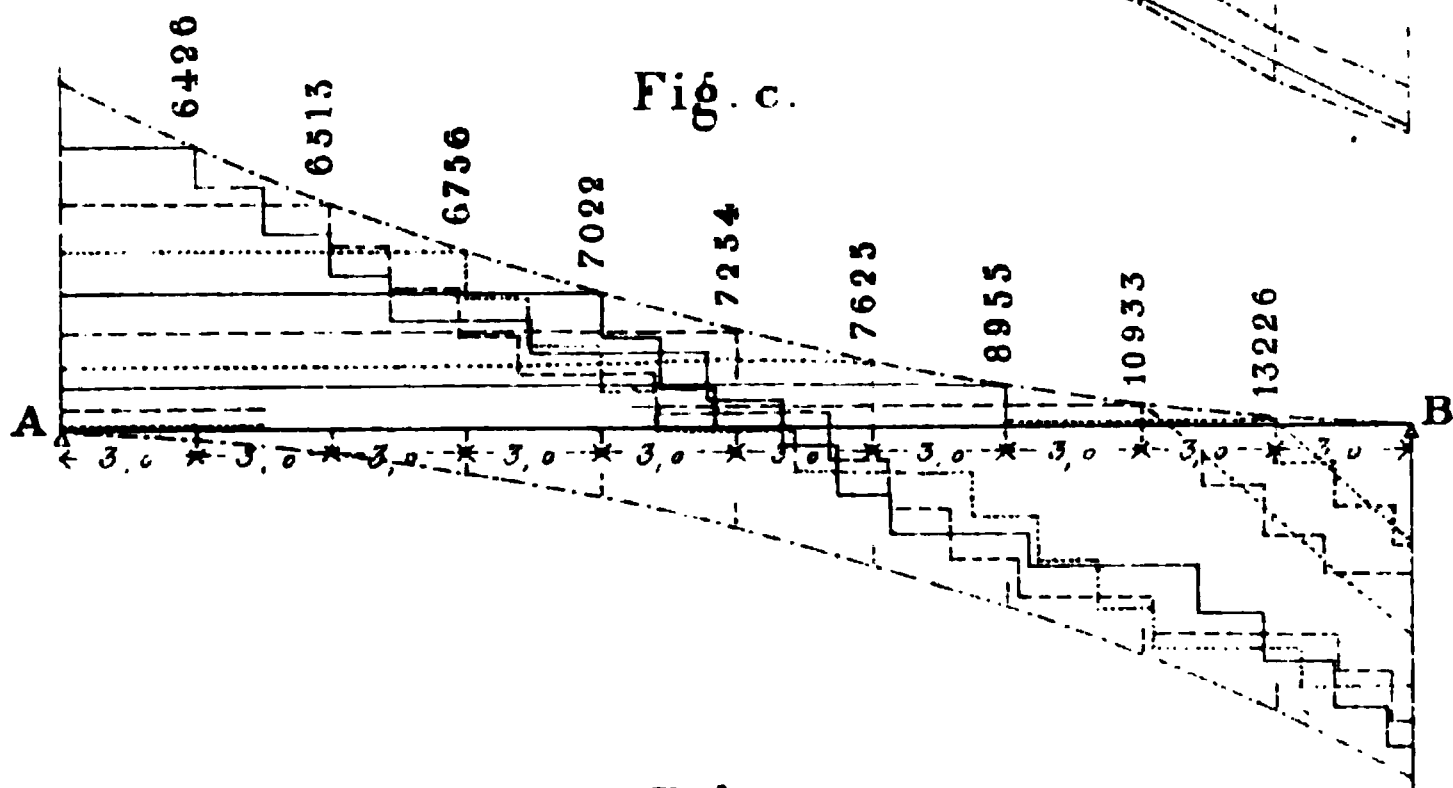
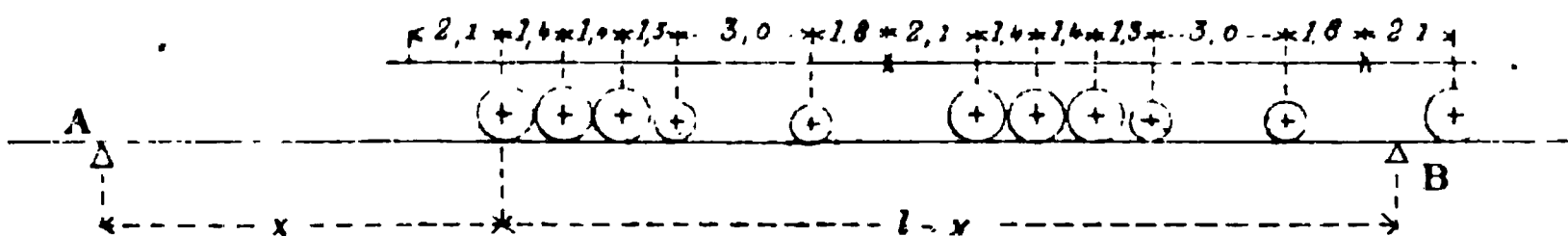


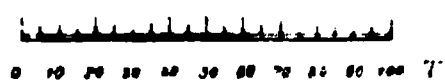
Fig. d.

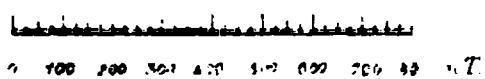
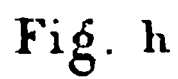
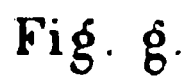
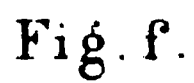


Maafsstab für die Längen.



Maßstab für B.





Alle.

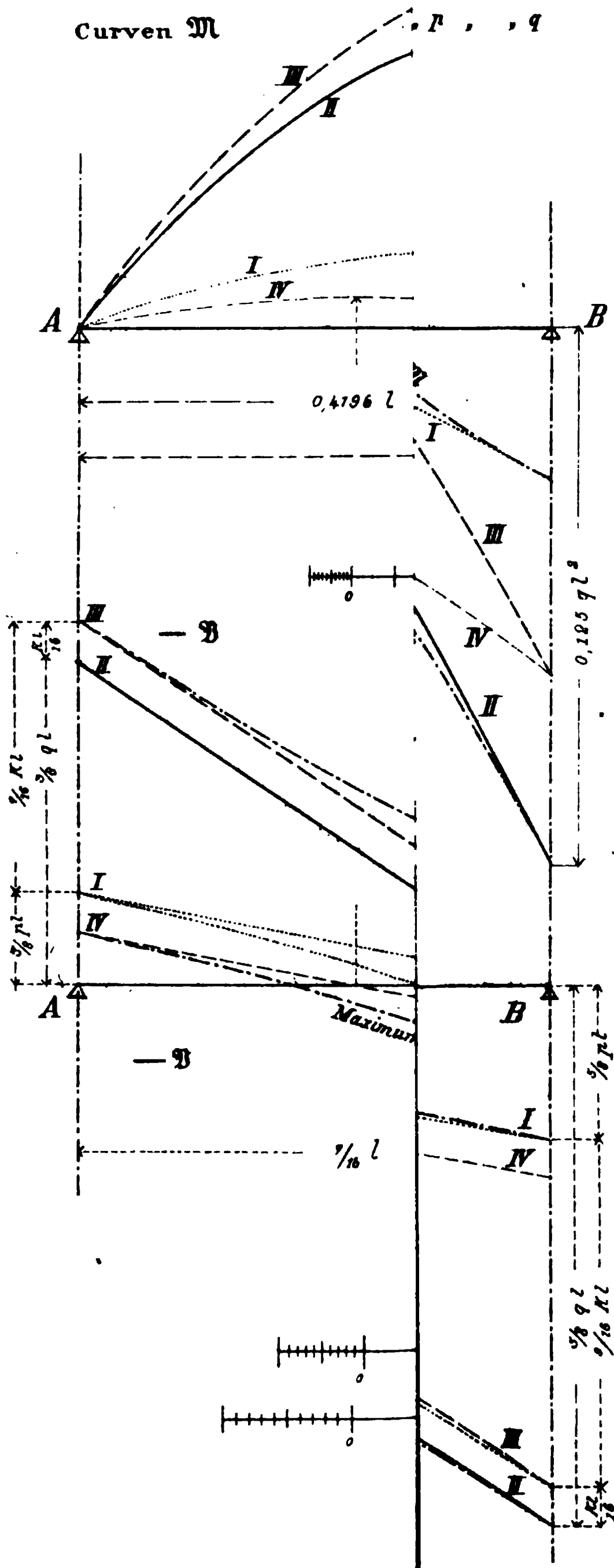
ist mit p

, q

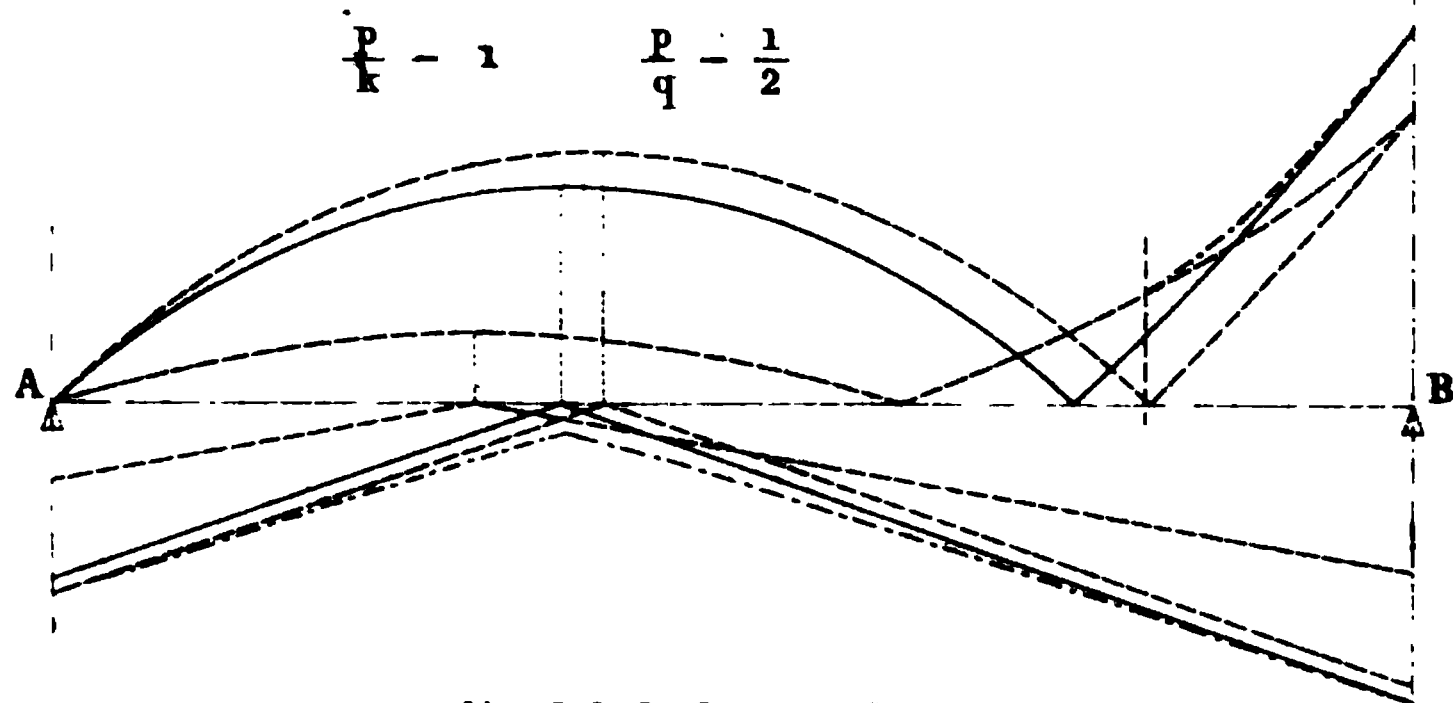
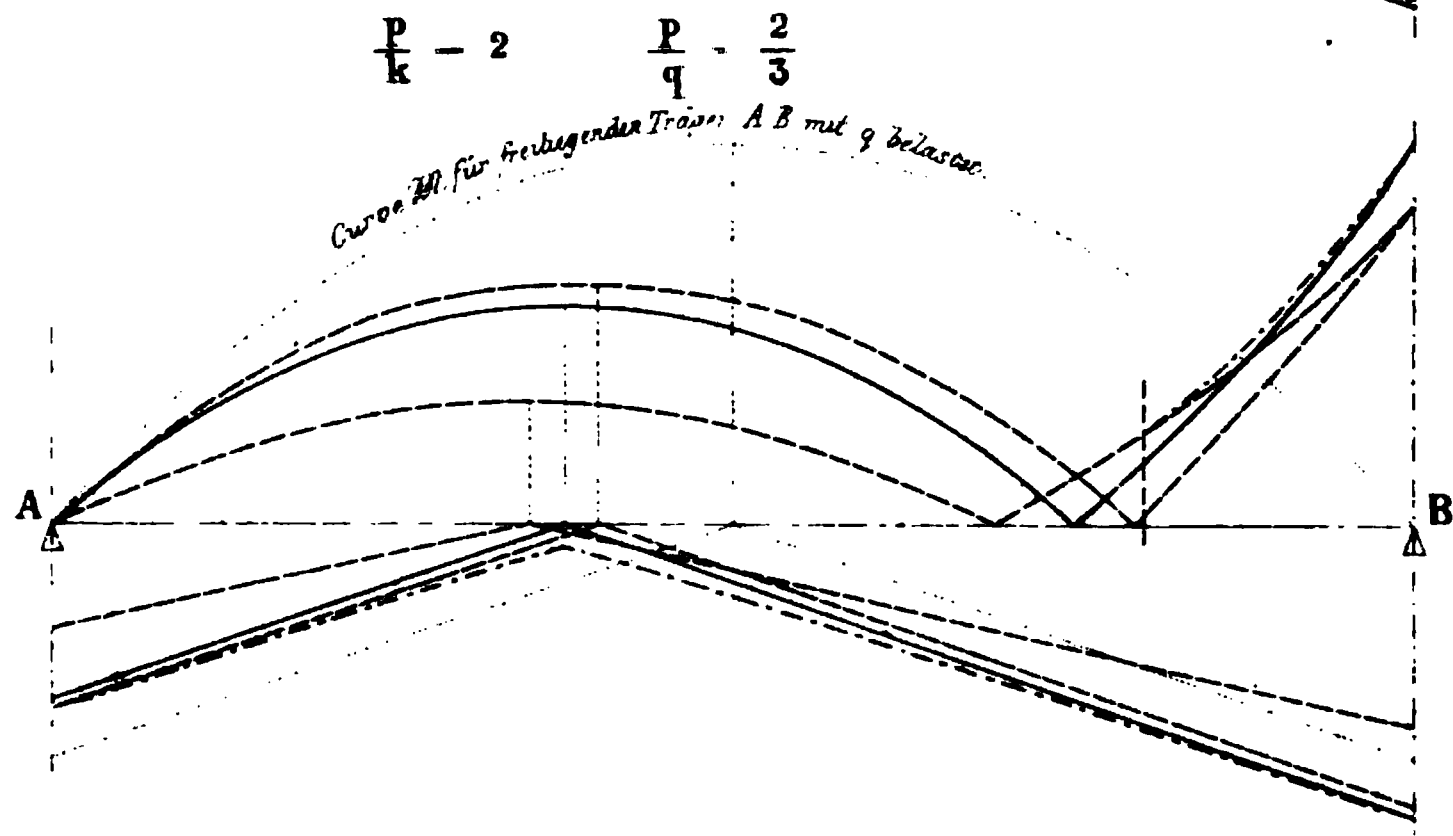
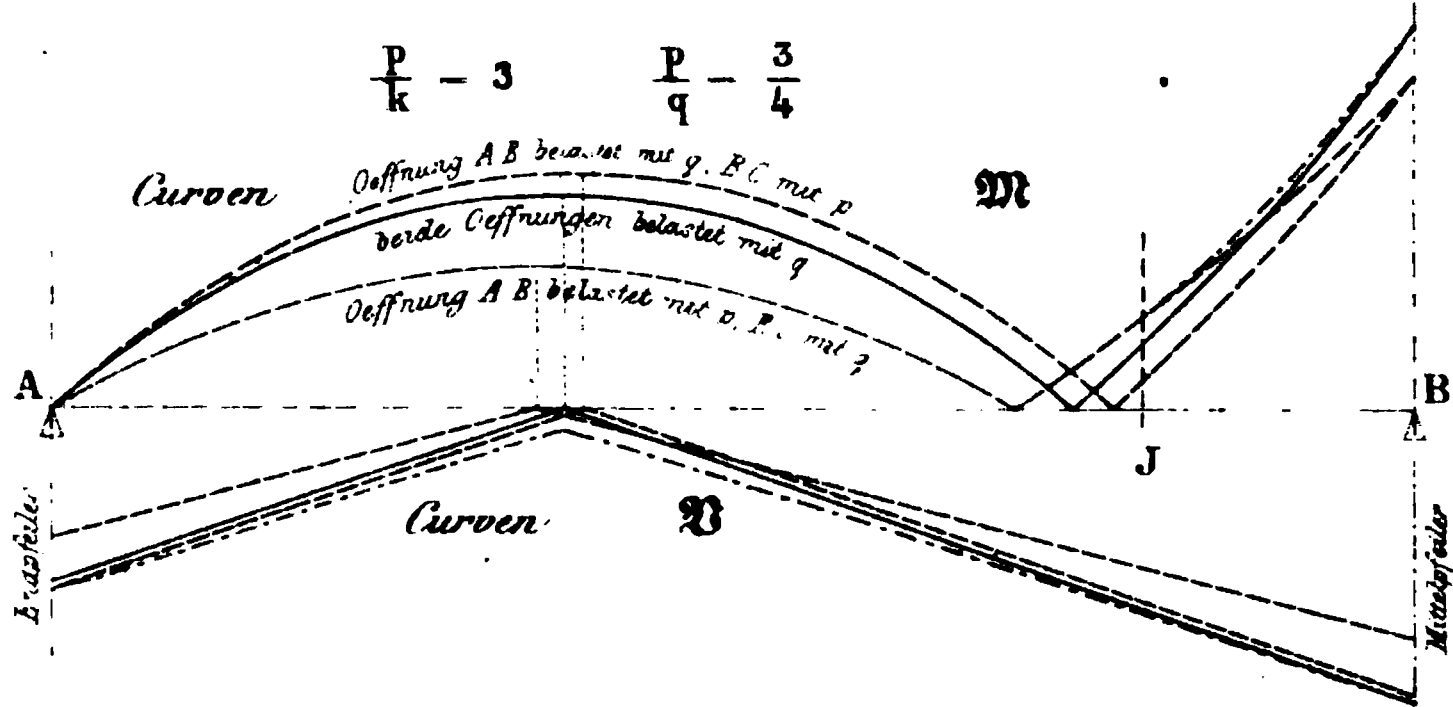
mit q BC mit p

, p , q

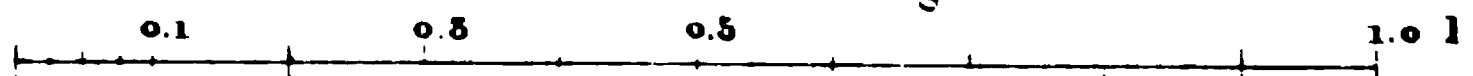
Curven \mathcal{M}



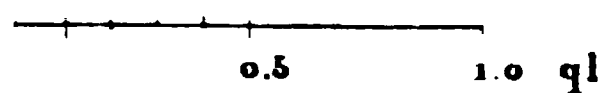
Continuirlicher Träger mit 2.



Maassstab für die Längen

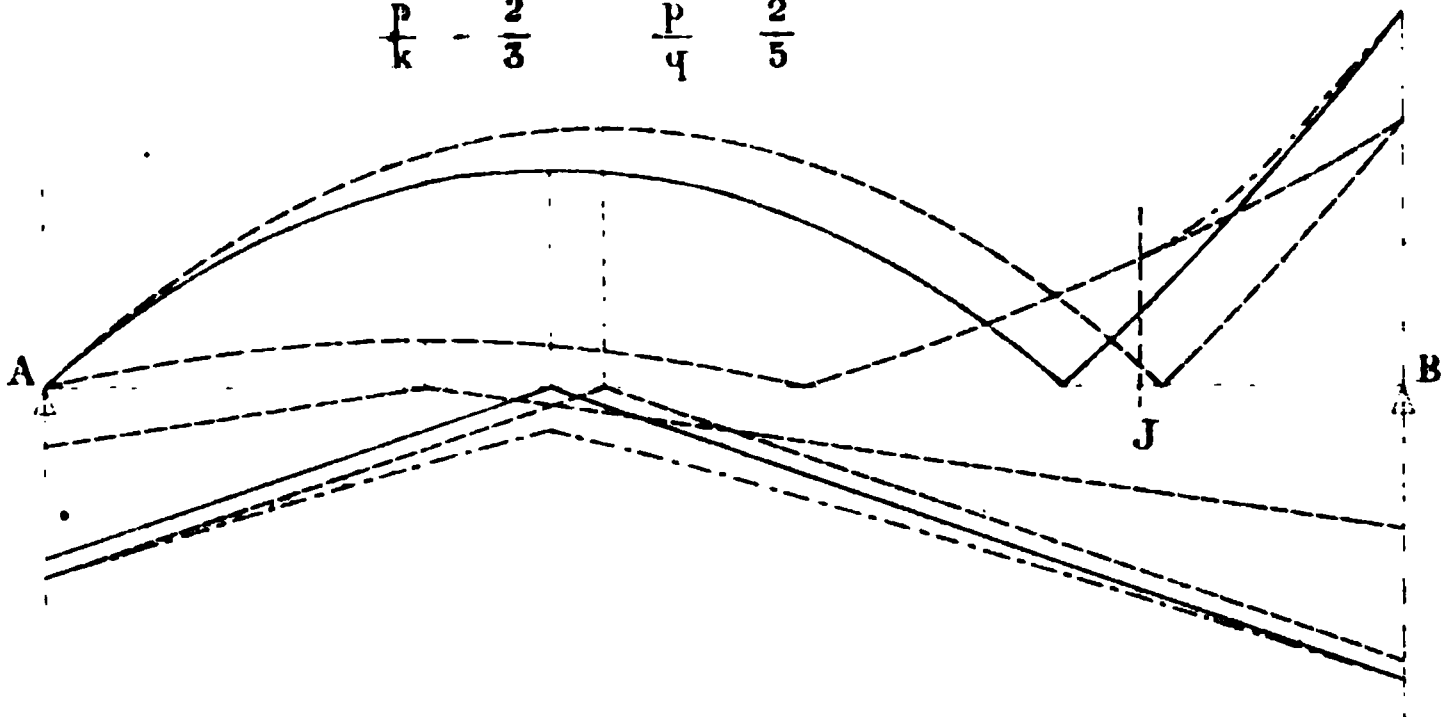


Maassstab für 3

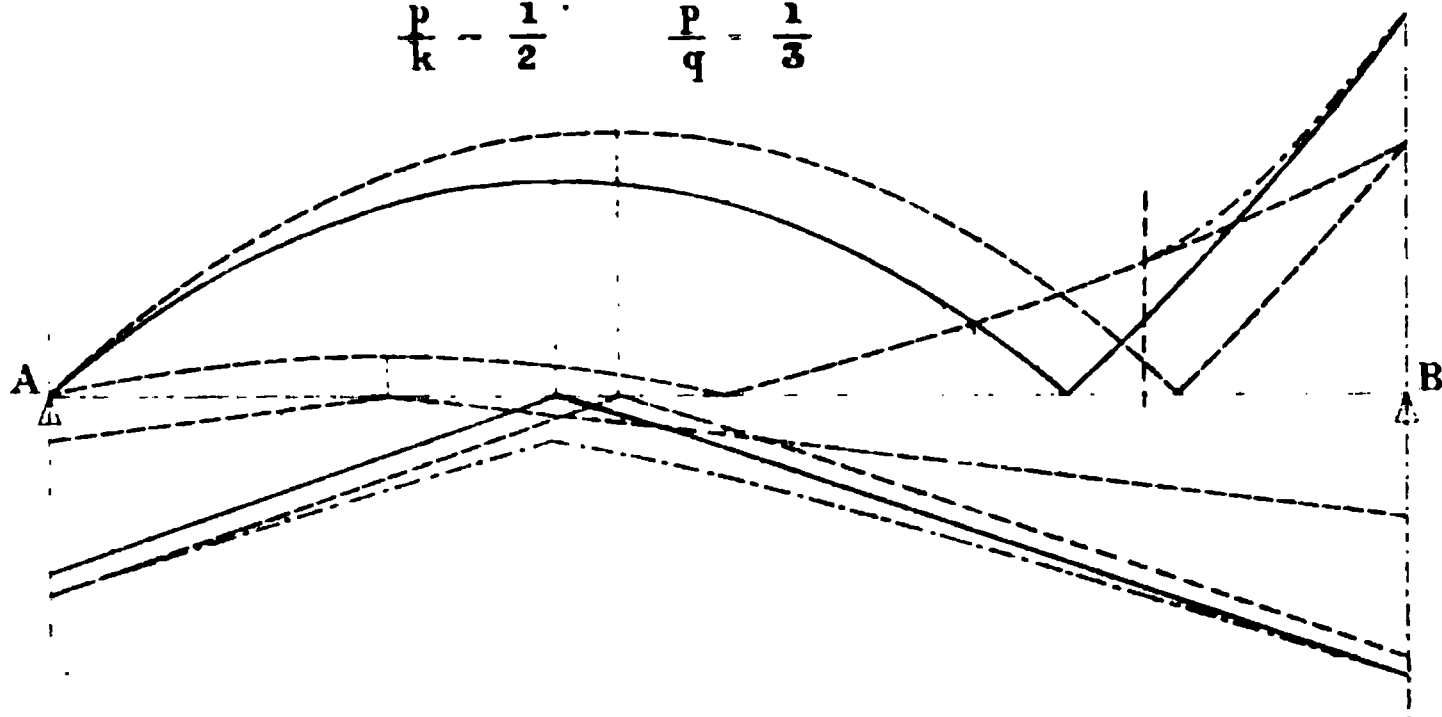


gleichen Spannweiten $AB = BC = 1$.

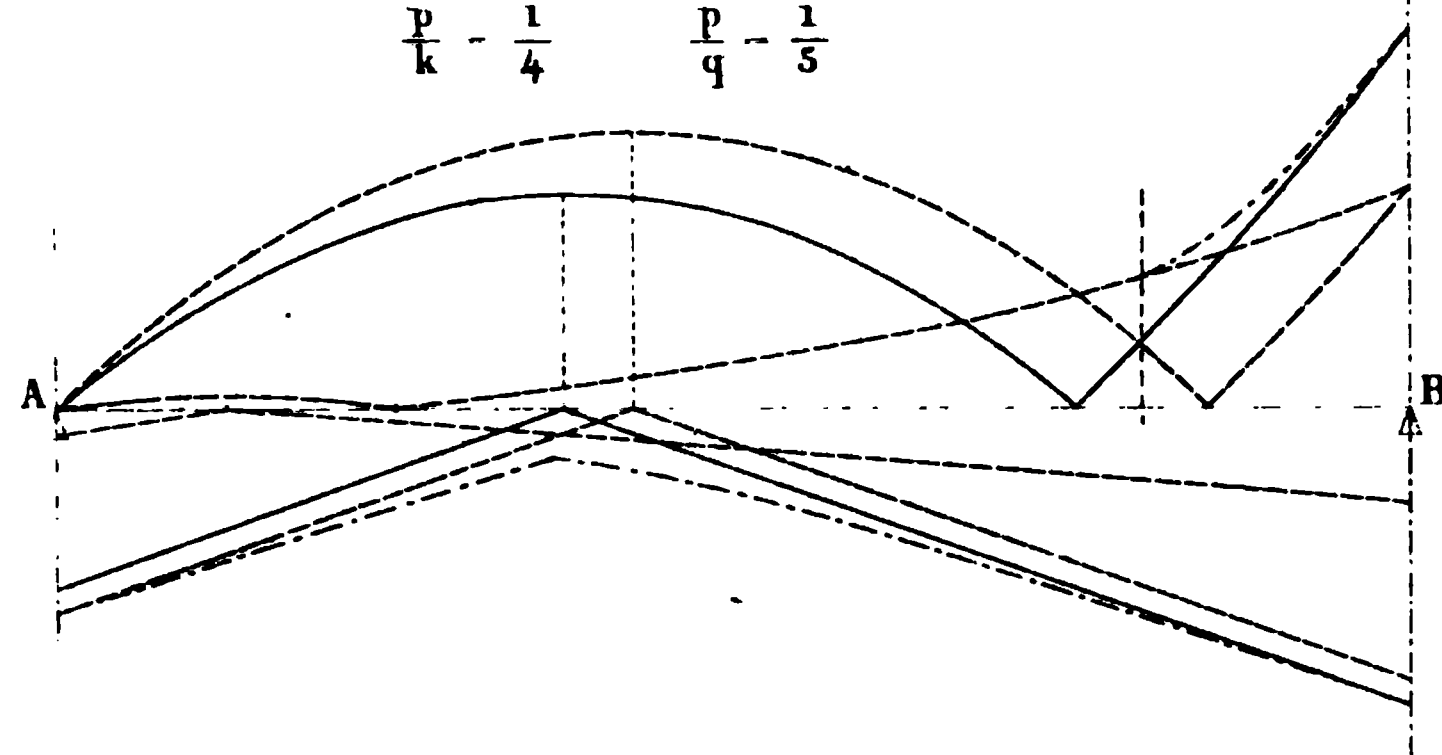
$$\frac{p}{k} = \frac{2}{3} \quad \frac{p}{q} = \frac{2}{5}$$



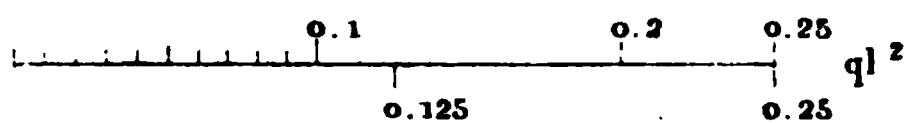
$$\frac{p}{k} = \frac{1}{2} \quad \frac{p}{q} = \frac{1}{3}$$



$$\frac{p}{k} = \frac{1}{4} \quad \frac{p}{q} = \frac{1}{5}$$



Maassstab für M



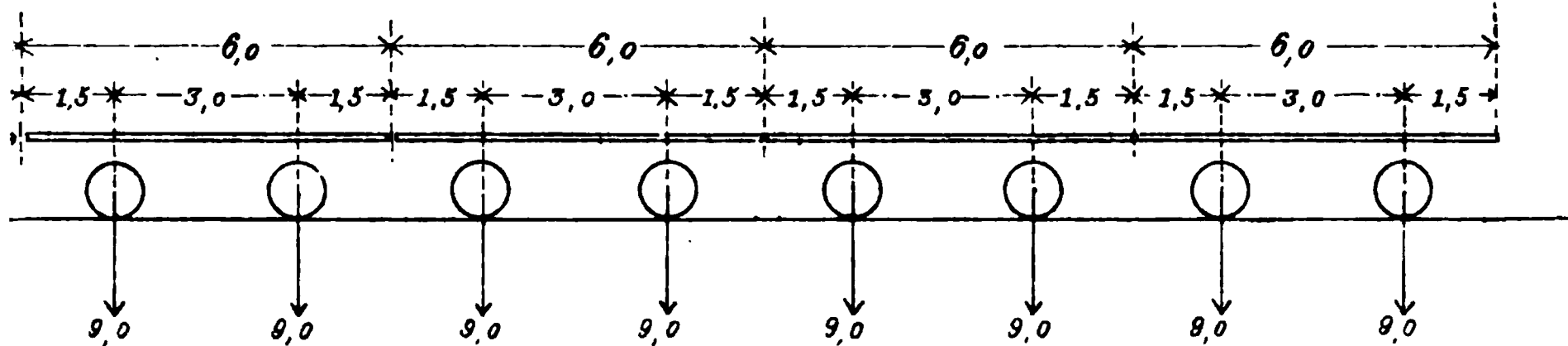


Fig. d.

Influenzkurven

für einen kontinuierlichen Träger
über 2 Öffnungen.

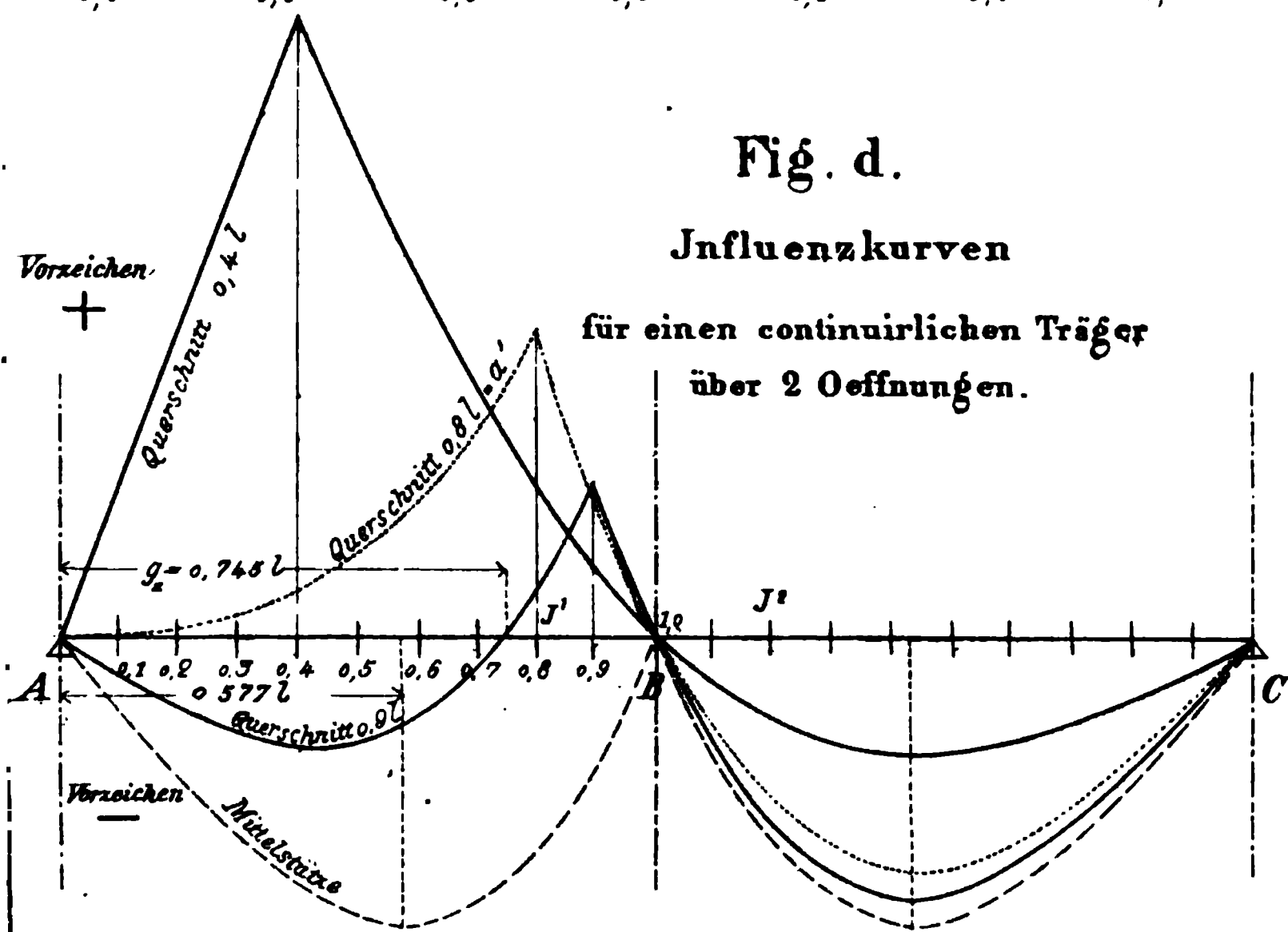
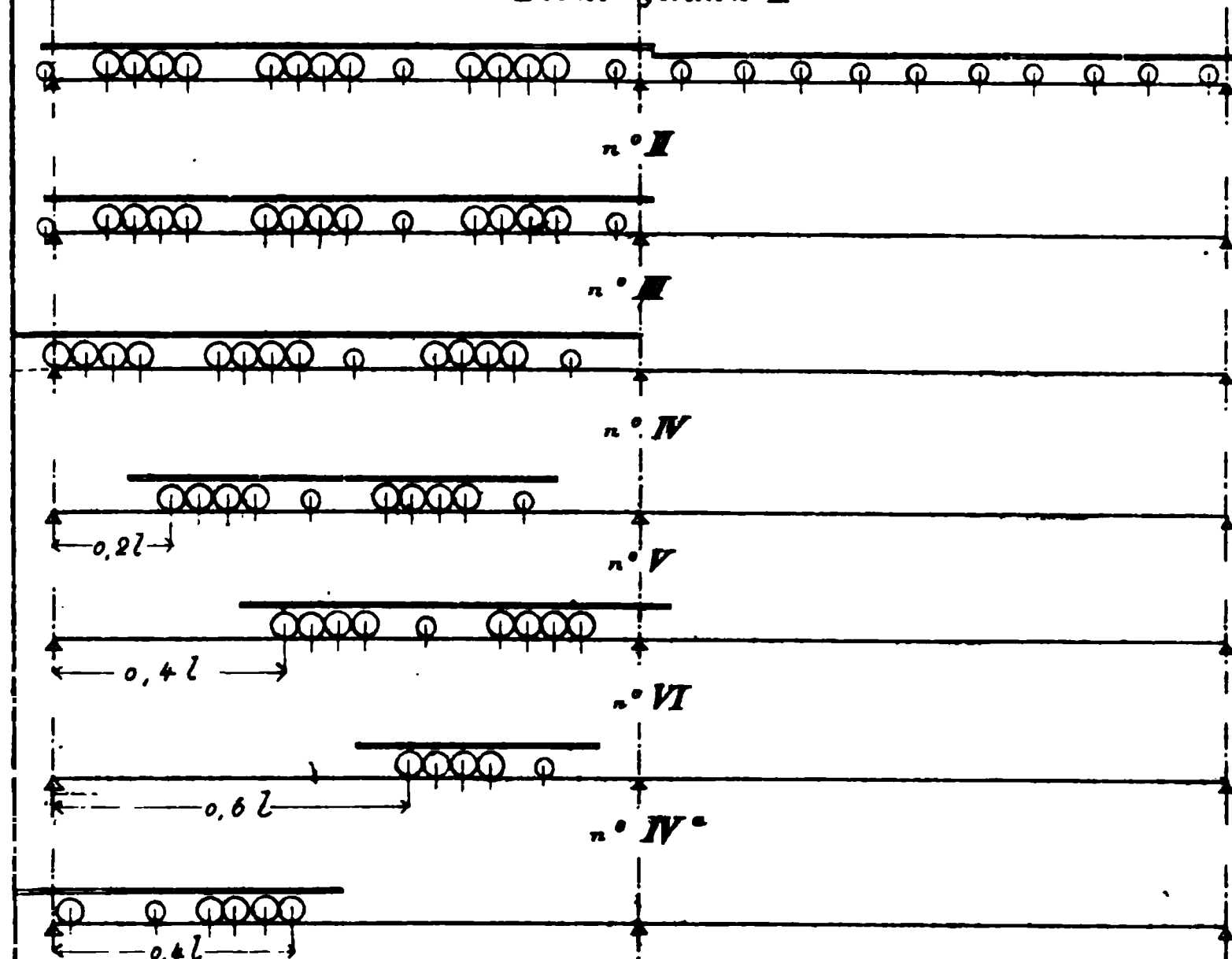


Fig. e.

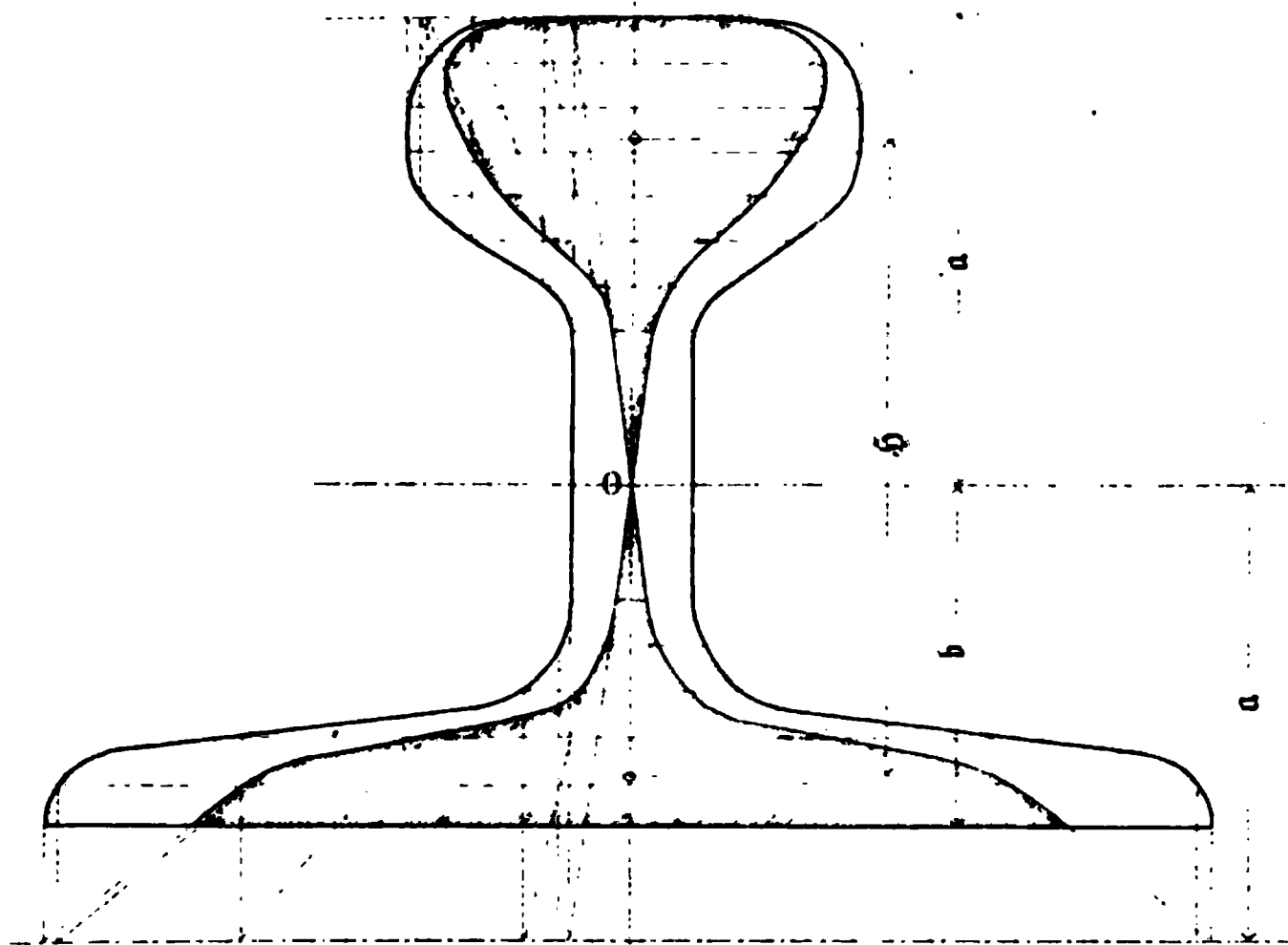
Belastungsfall n° I



Schiene der Metropolitan Railway in London.

Fig. 1.

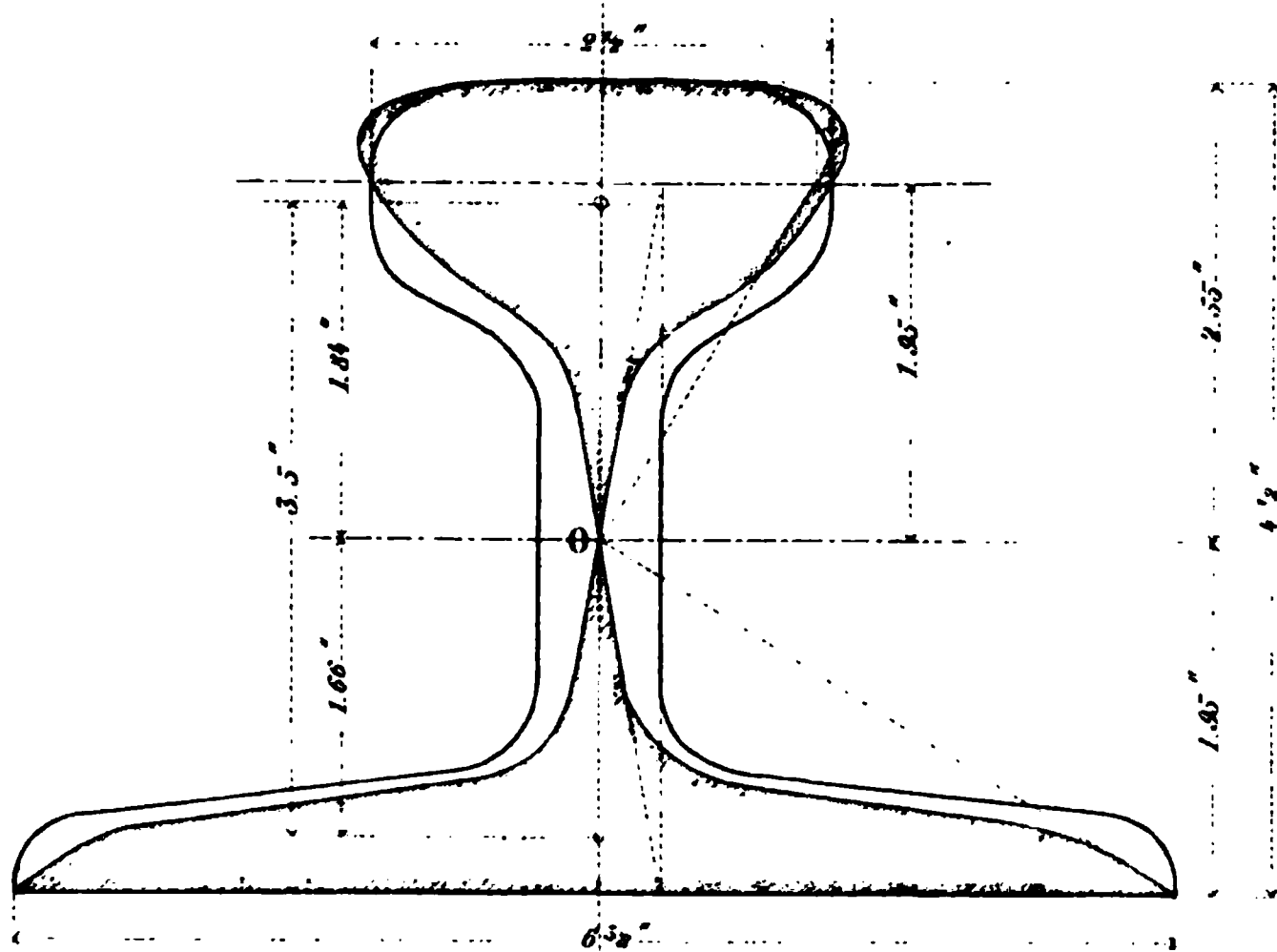
Kopf der Schiene auf Zug in Anspruch genommen



Inhalt der schraffirten Fläche = 2,49 ¹¹ Zoll englisch $\hat{h} = 3,5''$
 $\frac{\Theta}{a} = 2,49 \times \hat{h} = 8,715.$

Fig. 2.

Fuß der Schiene auf Zug in Anspruch genommen.



Inhalt der schraffirten Fläche = 3,26 ¹¹ Zoll englisch.
 $\frac{\Theta}{a} = 3,26 \times \hat{h} = 11,4.$

DER
BAU DER BRÜCKENTRÄ

mit
besonderer Rücksicht auf
Eisen-Constructionen

VON
Fr. Laissle und Ad. Schübler,
Ingenieuren.

Zweiter Theil.

Das Recht der Uebersetzung in fremde Sprachen wird vorbehalten.

Stuttgart
Verlag von Paul Neff.
1871.

Druck von Woerner & Comp. in Stuttgart.

Vorrede zum zweiten Theil.

Der zweite Theil des „Bau's der Brückenträger“ enthält drei Abschnitte, nämlich Fachwerkbrücken, sodann Gitterbrücken und zuletzt einige Nachträge und Schlussbetrachtungen.

Die meisten der in den letzten Jahren erbauten eisernen Brücken gehören in die Classe der Fachwerkbrücken, welche auch in dem vorliegenden zweiten Theile besonders eingehend behandelt sind und wobei die Arbeiten der Herren J. W. Schwedler in Berlin und H. Gerber in Nürnberg (zur Zeit in Mainz) sehr werthvolle Beispiele dargeboten haben.

Die Gitterbrücken sind neuerdings scheinbar in den Hintergrund getreten; doch dürften in vielen Fällen (insbesondere bei continuirlichen Trägern) Gitterwerke mit steifen Stäben sich immer noch als vortheilhafteste Lösung darbieten, abgesehen davon, dass schon der Vollständigkeit wegen eine entsprechende Behandlung dieser Classe der Balkenbrücken nothwendig ist.

Die im siebenten Abschnitte gegebenen Nachträge hätten früheren Abschnitten eingereiht werden können, sind aber der Uebersichtlichkeit

V o r r e d e.

ndert behandelt. Die Schlussbetrachtungen
orten, fünften und sechsten Abschnitte eingeschalteten
führter Brücken-Constructions hin, deren
liche Zahl der Rechnung unterzogen und bezüglich
e sowie der Details insbesondere auch durch die
ographirten Tafeln näher erläutert sind.

18. Sept. 1870.

Die Verfasser.

INHALTS-VERZEICHNISS.

Fünfter Abschnitt.

Entwicklung der practischen Regeln für Fachwerkbrücken.

§. 15. Theorie der Fachwerkbrücken.

	Seite
122. 123. Bezeichnung der einzelnen Fachwerks-Glieder	1
124–128. Allgemeine Formeln über Bestimmung der im Fachwerk herrschenden Angriffs - Momente M_m und Vertikalkräfte B_m	3
129. 130. Ueber nothwendige Modificationen der gleichförmig vertheilten Ueberlast	11
131. 132. Das einfache symmetrische Fachwerk	14
134. 135. Das einfache unsymmetrische Fachwerk	19
136. 137. Ueber Gegenstreben	23
139. Ueber doppelte Fachwerke	26
139–141. Mehrfache symmetrische und unsymmetrische Fachwerke . .	27
142. 143. Combinirte Fachwerke	30

§. 16. Fachwerke mit geradlinig horizontalen Gurtungen.

144. Geradlinige Fachwerkträger im Allgemeinen	33
145. Einfach symmetrisches Fachwerk mit geradlinig horizontalen Gurtungen	35
146–148. Fachwerkträger des Crumlin Viadukts	36
149. Trentbrücke bei Newark	43
150. 151. Einfach unsymmetrisches Fachwerk mit geradlinig horizontalen Gurtungen	44

	Seite
152—154. Isarbrücke bei München	47
155. Doppelt symmetrisches Fachwerk mit horizontalen Gurtungen . .	57
156. 157. Brenzbrücke bei Königsbronn	58
158. Mehrfach unsymmetrisches Fachwerk mit horizontalen Gurtungen	63
159. 160. Donaubrücke bei Ingolstadt	65

§. 17. Die parabolischen Träger.

161. 162. Allgemeine Eigenschaften der parabolischen Träger und Entwicklung der M und S für grösste Anstrengung des Strebensystems	74
163. Ueber das übliche System der einfach unsymmetrischen Para- belträger.	78
164. Brahe-Brücke bei Czersk	80
165. Projekt für die Elbbrücke bei Meissen	83
167. Royal-Albert-Brücke bei Saltash	84

§. 18. Gekrümmte nicht parabolische Träger.

168. Allgemeines über beliebig gekrümmte Träger	86
169—171. Fachwerk-Träger nach dem System Pauli	87
172. 173. Mainbrücke bei Kitzingen	92
174. Rheinbrücke bei Mainz	98
175—178. Fachwerkträger nach dem System Schwedler	100
179—181. Eisenbahnbrücke über den Colomak	106
182—184. Elbbrücke bei Tangermünde	119
185. Elbbrücke bei Meissen	127
186. Brücke über den Leck bei Kuilenburg	129

Sechster Abschnitt.

Die Gitterbrücken.

§. 19. Theorie der Gitterbrücken.

187. Allgemeines über Gitterwände	130
188. Formeln über Gitterträger ohne Vertikalständer	132
189. Formeln über Gitterträger mit Vertikalständern	134
190. Eintheilung der Gitterbrücken	137

§. 20. Gitterbrücke mit beiderseits gleichen Stäben
ohne Vertikalständer.

	Seite
191. Allgemeine Erläuterungen	138
192. Eipelbrücke bei Szobb	140
193. Gitter mit variabler Maschenweite	143
194. Blaubrücke bei Ehrenstein	144

§. 21. Gitterbrücken mit flachen Stäben und
Vertikalständern.

195. 196. Allgemeine Erläuterungen	156
197. 198. Weichselbrücke bei Dirschau	150
199—202. Rheinbrücke bei Cöln	153

§. 22. Gitterbrücken mit steifen Streben und flachen
Zugbändern.

203. Allgemeine Erläuterungen und Formeln	156
204. 205. Boyne-Brücke bei Drogheda	157
206. Saane-Viadukt bei Freiburg	161
207. Ueber Kreuzungen ausgesteifter Gitterstäbe	162

Siebenter Abschnitt.

Ergänzungen und Schlussbetrachtungen.

§. 23. Ueber Röhrenbrücken.

208. Röhrenbrücken im Allgemeinen	163
209. Brittaniabrücke über die Menaistrasse	164
210. Weitere Röhrenbrücken	167

§. 24. Ueber Hängbrücken.

211. 212. Hängwerke im Allgemeinen	168
213. Hängbrücke bei Chepstow	169

I n h a l t.

	Seite
25. Continuirliche Träger über mehrere Öffnungen.	
len über continuirliche Träger mit 4 und 5 gleich grossen Öffnungen	171
§. 26. Schlussbetrachtungen.	
Beispiele zur Anwendung der gegebenen Formeln	176
ziehende Zusammenstellung der Eisen-Gewichte rationell con- struirter Brücken-Constructions	177

Anhang.

trigonometrischen Functionen	184
und Berichtigungen	190

Fünfter Abschnitt.

Entwicklung der praktischen Regeln für Fachwerkbrücken.

§. 15. Theorie der Fachwerkbrücken.

122. Die bezeichnende Eigenschaft der Fachwerkträger ist, dass deren Gurtungen durch Streben (Pfoften, Zugbänder, Bolzen,) zu einer Reihe fester Dreiecke verbunden werden, so dass der Fachwerkträger als ein unverrückbares System von Streben und Gurtungsgliedern sich darstellt. — Es ist eine wesentliche Bedingung, dass die einzelnen Glieder des Fachwerks vorzugsweise und möglichst ausschliesslich nur nach ihrer Längsrichtung in Anspruch genommen, d. h. gezogen oder gedrückt sind. — Nennt man

O die Kraft im betrachteten Stück der oberen Gurtung,

U die Kraft dessgleichen in der unteren Gurtung,

Q den Querschnitt des betrachteten Gurtungsstücks,

N die Kraft in einer Strebe,

ω den Querschnitt der betrachteten Strebe,

ℳ die Spannung in einem gezogenen Gliede per Quadrat-Einheit,

ℬ_m dessgleichen die mittlere Pressung in einem gedrückten Gliede,

so ist nach den Gesetzen der Festigkeitslehre, Gleichung 20)
für die obere Gurtung:

$$\mathcal{M} \text{ oder } \mathcal{B}_m = \frac{O}{Q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 166)$$

für die untere Gurtung:

$$\mathcal{M} \text{ oder } \mathcal{B}_m = \frac{U}{Q} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 167)$$

für eine Strebe:

$$\mathcal{M} \text{ oder } \mathcal{B}_m = \frac{N}{\omega} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 168)$$

a verschiedener Richtung zu unterscheiden sind,
in einer vertikalen Strebe (Pfosten, Zuganker,
in einer schiefen Strebe, deren Richtung von
n Kraft N abweicht,
168) übergeht in

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_m &= \frac{T}{\omega} \\ \mathfrak{B}_m &= \frac{V}{\omega} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 168)$$

Pressung \mathfrak{B}_m ist bei kürzeren Stäben gleich zu
im Stab herrschenden Pressung \mathfrak{B} , bei längeren
re durch die in §. 3 entwickelte Gleichung 76)

$$\mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right) \dots \dots \dots 169)$$

· L die freie Länge des betrachteten Gurtungs-
hen Nr. 37.) Θ das Trägheitsmoment des Quer-
der voraussichtlichen Biegung, und gibt der Aus-
-) an, um wie viel die relativ rückwirkende
lie absolut rückwirkende Festigkeit zurücktritt;
[sind durch Tabelle XI., die Reihe der zu-
 \mathfrak{B}_m durch Tabelle XIV. gegeben.

ntheilung der Fachwerkträger in Dreiecke be-
en Endpunkten der Streben im Allgemeinen
ben in den Gurtungen zusammentreffen, wess-
kte sich als Knotenpunkte des Fachwerks
die Glieder eines Fachwerks nur nach ihrer
Anspruch genommen werden sollen, so folgt
belastung der Fachwerkträger streng genommen
tenpunkten eintreten soll. Diess geschieht
rch Vermittlung von Zwischenträgern und
gern, welche in der Regel den vorgenannten
ls Auflager dienen und entweder in den oberen
tenpunkten befestigt oder auch an Vertikal-
Pfosten) angebracht sind.

ie Last zwischen zweien Knotenpunkten in die
ird die relative Festigkeit der letzteren daselbst
mmen und muss die hierdurch hervorgerufene
ngsweise Pressung) zu der im betrachteten
rschenden Fachwerkspannung (Pressung) addirt
mmung dieser letzteren denkt man sich aber
Gurtung nach dem Hebelsgesetz (nach Um-

ständen jedoch mit Berücksichtigung vorhandener Continuität) auf die Knotenpunkte vertheilt; es gilt diess insbesondere auch bezüglich des Eigengewichts der einzelnen Constructionsglieder, welches wie eine zwischen den Knotenpunkten eintretende Last wirkt. — Da man das Eigengewicht der Brücke gleichförmig per Längeneinheit vertheilt annimmt, so werden bei gleicher Distanz der Knotenpunkte (gleicher Fachweite) in der Regel sämtliche Knotenpunkte durch das Eigengewicht der Hauptträger gleich belastet sein, während die Fahrbahntafel auf die oberen oder unteren Knotenpunkte oder auch auf beide gleichförmig vertheilt ist. —

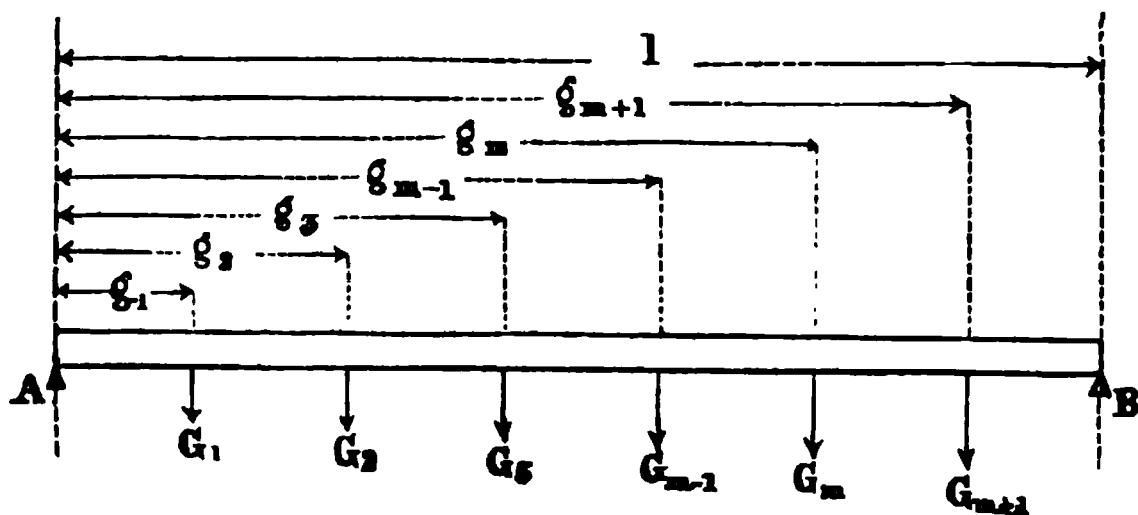
124. Wie in Nr. 4 entwickelt, bezeichnet in einem Trägerfragment, welches wir uns einerseits durch einen Vertikalschnitt x abgegränzt denken

\mathfrak{S} die Vertikalkraft, d. h. die algebraische Summe der vertikalen Composanten der am Fragmente thätigen äusseren Kräfte, numerisch gleich dem Vertikal-Widerstand ΣY im Querschnitt x ,

\mathfrak{M} das Angriffs-Moment, d. h. das Moment der äusseren Kräfte in Beziehung auf den fraglichen Querschnitt x , welches Moment wiederum numerisch gleich ist dem auf irgend einen Punkt des Querschnitts x bezogenen Widerstandsmoment ΣXy der im fraglichen Schnitt x herrschenden inneren Kräfte. —

Da beim Fachwerk die Lasten in einzelnen Punkten, den Knotenpunkten eintreten, so dienen zur Bestimmung der Grössen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} zunächst die Gleichungen 100—102), welche wir neu anschreiben, und zwar mit Auslassung der Glieder mit p (da wir nach dem Vorhergehenden auch das Eigengewicht in den Knotenpunkten vereinigt denken):

Fig. 127.



Bezeichnet

l die Spannweite zwischen 2 Auflagern A und B,

G_1, G_2, \dots, G_m die in den einzelnen Knotenpunkten wirkenden Gewichte,

g_1, g_2, \dots, g_m die zugehörigen Abscissen der Knotenpunkte von A aus gemessen,

15. Theorie der Fachwerkbrücken.

. M_m die Angriffsmomente in Bezug auf die
 $\dots m$,
 S_m die auf Fachlänge constante Vertikalkraft
 von den Knotenpunkten 1, 2 $\dots m$ bezogen,

$$\frac{g_1}{1} G_1 + \left(1 - \frac{g_2}{1}\right) G_2 + \left(1 - \frac{g_3}{1}\right) G_3 + \dots$$

$$x_1 + \frac{g_2}{1} G_2 + \frac{g_3}{1} G_3 + \dots$$

craft im Felde links vom Punkte m
 $- G_1 - G_2 \dots - G_{m-1} \dots 171)$
 oment am Knotenpunkt m

$G_1(g_m - g_1) - G_2(g_m - g_2) - G_{m-1}(g_m - g_{m-1})$.
 en 171) und 172) können auch auf continuir-
 ewendet werden, sobald die Auflagerreactionen
 ei die Spannweiten $AB = a$, $BC = b$ eingeführt
 r bleiben dieselben für die Oeffnung AB ganz
 ie Oeffnung BC ist die Auflagerreaction B mit
 $g_m - a$) einzusetzen, wie folgt:

$$- G_1 - G_2 \dots + B \dots - G_{m-1}.$$

$$g_m - G_1(g_m - g_1) - G^2(g_m - g_2) \dots$$

$$+ B(g_m - a) - \dots - G_{m-1}(g_m - g_{m-1}).$$

nach Gleichung 172 (beziehungsweise 172*) den
 t und von M_m abzieht, so erhält man
 $M_m - M_{m-1} = S_m(g_m - g_{m-1})$

$$= \frac{M_m - M_{m-1}}{g_m - g_{m-1}} \dots \dots 173)$$

$M_m - M_{m-1}$ stellt den Zuwachs des Angriffs-
 Fachlänge $d = g_m - g_{m-1}$ dar; bei unendlich
 , d. h. stetig zunehmendem M geht Gleichung
 m ersten Abschnitte entwickelte Gleichung 18):

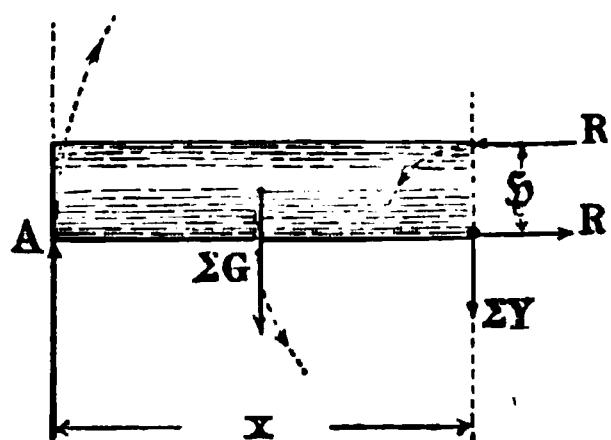
$$S = \frac{dM}{dx} \dots \dots 173^*)$$

ie Richtung der Schwere als positiv an-
 negativ, solange $A > (G_1 + G_2 + G_{m-1})$, und
 negative S eine der Auflagerreaction gleiche

freiaufliegenden Träger stets dasselbe Vor-
 wir als das positive annehmen, woraus her-
 Drehung, welche der Auflagerreaction ent-
 iv angenommen werden muss; bei continuir-
 d M in der Nähe der Zwischenstützen negativ

und überwiegt auf dem betreffenden Trägerabschnitte das Moment der nach abwärts gerichteten Lasten über das Moment der Auflager-Reactionen. Da ΣY und ΣXy den Grössen \mathfrak{B} , beziehungsweise \mathfrak{M} (zu vergleichen N^o. 4), gleich

Fig. 128.

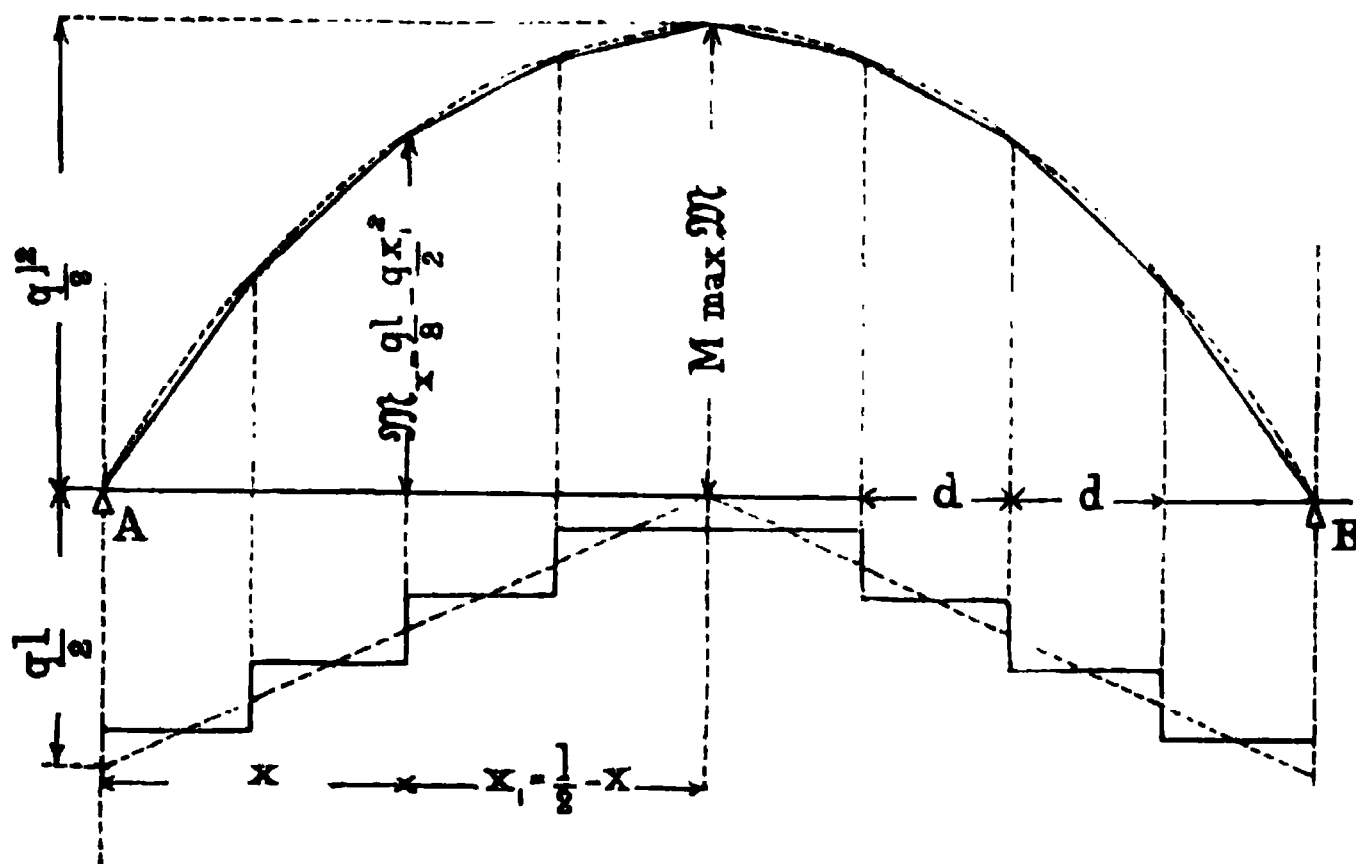


aber direct entgegengesetzt sind, so folgt aus Vorstehendem, dass negative ΣY der Richtung der Schwere gleichgerichtet sind, und dass die einem positiven ΣXy entsprechende Drehung dem Moment des Auflagerdrucks entgegengesetzt ist. (Vergl. hierüber Fig. 128.)

Diese Betrachtungen sind entscheidend, wenn es sich darum handelt, ob ein Constructionsglied auf Druck oder Zug in Anspruch genommen ist.

125. Wenn man in Fig. 127 die Distanzen sämtlicher Knotenpunkte und ebenso die an denselben wirkenden Gewichte sämtlich je gleich gross annimmt, wenn man sodann die hienach mittelst der Gleichungen 171) und 172) berechneten \mathfrak{B} und \mathfrak{M} als Ordinaten aufträgt, so findet man, dass die sämtlichen für die Knotenpunkte berechneten \mathfrak{M} in einer Parabel von vertikaler Ax-richtung liegen, wie solches in Fig. 129 dargestellt ist, während aus der constanten Zunahme der Vertikalkraft direkt folgt, dass die für die aufeinander folgenden Felder berechneten, als Ordinaten in der Fachmitte aufgetragenen \mathfrak{B} in einer Geraden liegen

Fig. 129.



müssen, welche nach Gleichung 171) in der Mitte der Spannweite durch die Abscissenaxe hindurchgeht.

stehenden Erläuterungen und insbesondere hervorgeht, ist die Vertikalkraft eine zwischen constante Grösse, wesshalb die Fachwerk-miges Polygon bildet, wie solches in Fig. 129 ist. — Ist aber \mathfrak{B} auf Fachlänge constant, (Gleichung 173^a) gegebenen Relation $\mathfrak{B} = \frac{d \mathfrak{M}}{d x}$

\mathfrak{M} zwischen zweien Knotenpunkten gerade — diese Curve somit ein in die Parabel ein-bildet.

einzelnen Knotenpunkten wirkenden Lasten vertheilten gleichförmigen Maximal-
o ist das Fachwerkpolygon \mathfrak{M} in die Parabel vertheilten Maximallast einbeschrieben, die ein-parabel finden sich, wenn die Scheitelordinate bequemsten nach Gleichung 93^b):

$$\frac{1}{8} l^2 - \frac{q x_1^2}{2} \dots \dots \dots 174)$$

Abstand des betrachteten Kurvenpunkts von der linken Stütze.

9 dargestellte Verfahren bleibt dasselbe, wenn die Lasten an verschiedenen Punkten verschie-dene Distanz haben; so-
st gleichförmig vertheilt ist, und auf die gleiche Weise nach dem Hebelgesetz übergeht, müssen sämtliche Punkte der gleichförmigen Maximallast liegen in der Mitte jedes Feldes die der Maximallast \mathfrak{B} mit der treppenförmigen Fachwerkkurve \mathfrak{B} Schnittpunkt haben.

Verhältniss zwischen den Fachwerkkurven \mathfrak{M} und \mathfrak{B} für eine stetig wachsenden Last entsprechenden. Andererseits kann man sich auch dadurch klar machen, dass die Ordinaten der letzteren die den Zwischen-rechnenden Vertikalkräfte $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ und Angriffskräfte $\mathfrak{A}\mathfrak{M}$ wobei man sich bezüglich der letztern des Hebelgesetzes bedienen kann, die Differenz zweier Gegenpaare (Kräfte-
Gegenpaar sein muss.

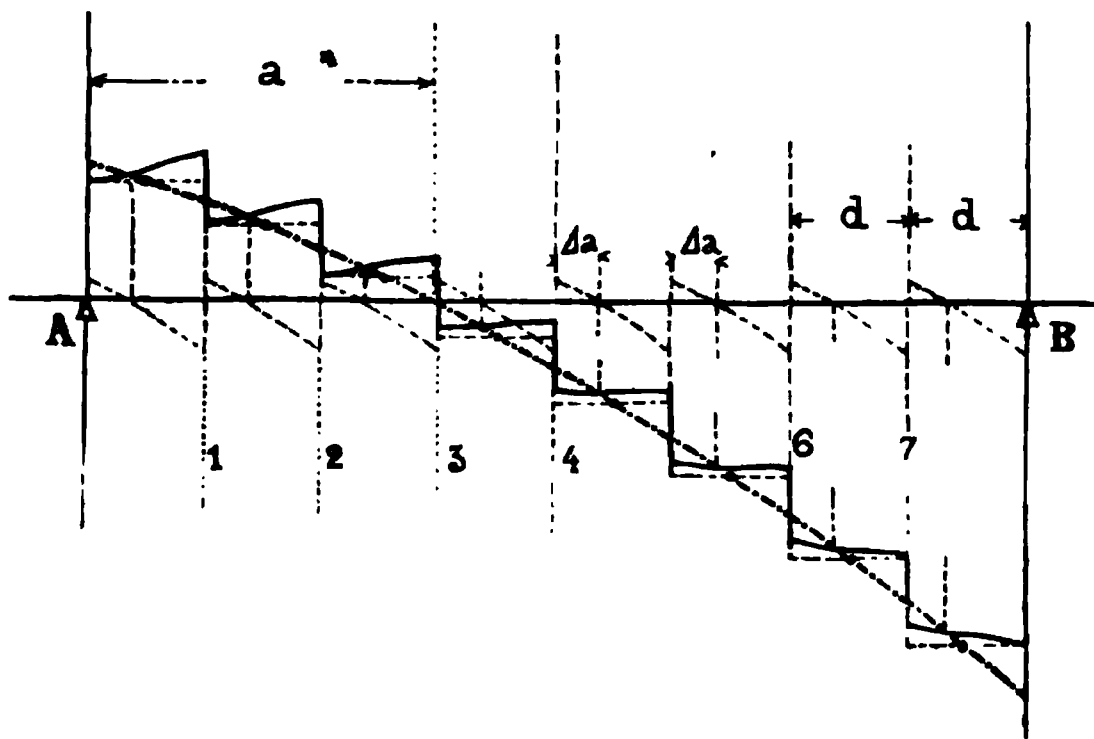
• Anschauung folgt direct, dass beiderlei Kräfte zusammenfallen, wo $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ beziehungsweise $\mathfrak{A}\mathfrak{M}$ angewendet auf den gleichförmig belasteten stützenden Zwischenträgern ergiebt sich, dass die Kräfte an den Punkten, die \mathfrak{B} dagegen in der Mitte für die Totalconstruction, sowie für das einzelne Felder identisch sein müssen, wie diess schon aus der Fig. 129 hervorgeht. — Aendert sich die Belastungsart

innerhalb eines Faches, so ist der Punkt $\angle \mathfrak{B} = 0$, welcher zugleich $\max \angle \mathfrak{M}$ angiebt, nach dem Hebelgesetz zu bestimmen.

Wenn ferner die Zwischenträger als continuirliche Balken betrachtet werden müssen, so ist $\angle \mathfrak{M}$ an den Knotenpunkten nicht Null, sondern hat daselbst einen bestimmten, negativen Werth, und der Schnittpunkt der beiderlei Kurven \mathfrak{M} (d. h. der Punkt $\angle \mathfrak{M} = 0$) ist durch dieselben Gesetze bestimmt, welche in §. 8 für continuirliche Träger dargestellt sind; ebenso findet sich auch der Punkt $\angle \mathfrak{B} = 0$, welcher wiederum mit dem Punkte $\max \angle \mathfrak{M}$ zusammenfällt.

127. Die grössten Werthe der Vertikalkraft finden, wie in N^o 59 erläutert, bei einseitiger Belastung statt, und zwar beim frei aufliegenden Träger in jedem Abstände x dann, wenn die gleichförmig vertheilte Ueberlast gerade bis zum fraglichen Punkte x vorgerückt ist; zur Bestimmung der Kurve $\max \mathfrak{B}_x$ dienen die Gleichungen 96), zur Bestimmung der gleichzeitigen \mathfrak{M}_x die Gleichungen 97).

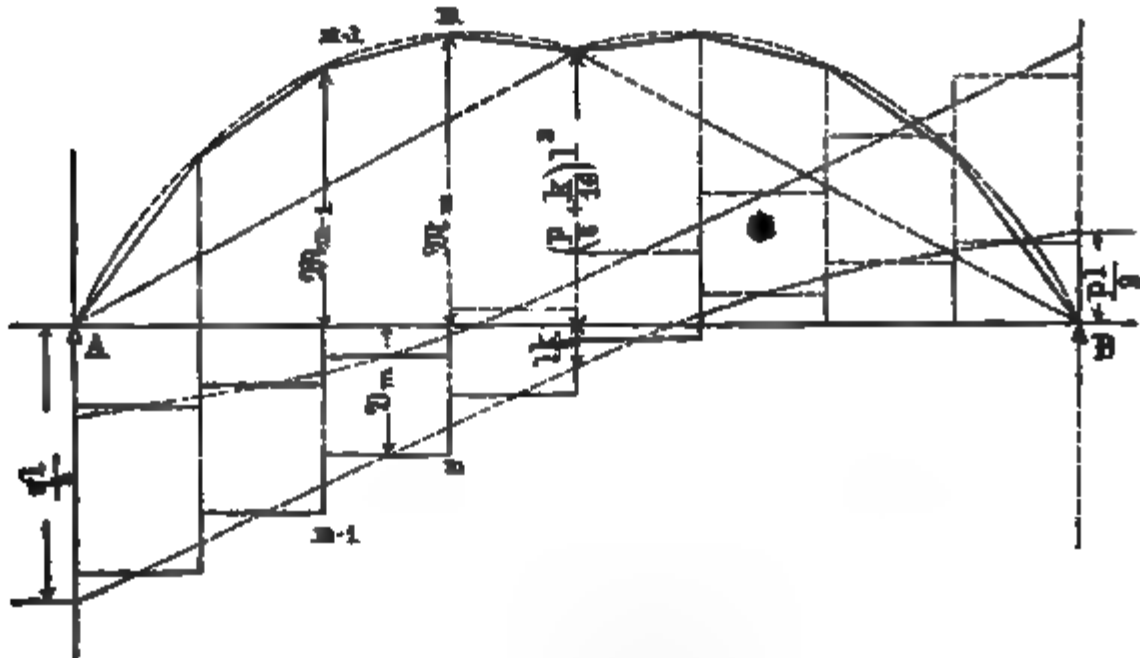
Die Kurve $\max \mathfrak{B}_x$ stellt aber nicht die im Fachwerk wirkenden Vertikalkräfte dar, indem die von den Zwischenträgern aufgenommenen $\angle \mathfrak{B}$ noch in Abzug zu bringen sind; letzteres geschieht indem wir für jedes Feld die Kurve $\max \angle \mathfrak{B}$ bilden, wie in Fig. 130^a geschehen.

Fig. 130^a.

Da nämlich in dieser Figur unter Annahme einer von A nach B vorrückenden, gleichförmig vertheilten Last, je für den vorersten Punkt der Ueberlast, sowohl \mathfrak{B}_x als $\angle \mathfrak{B}$ aufgezeichnet sind, so ist auch für jede Stellung der Ueberlast ein genau bestimmter Werth der Fachwerks-Vertikalkraft \mathfrak{B}_m als Differenz der Grössen \mathfrak{B}_x und $\angle \mathfrak{B}$ gegeben, und wenn auch dieser Werth \mathfrak{B}_m zunächst für die Spitze der Ueberlast berechnet ist, so ist er nicht minder

für die ganze Fachlänge gültig, indem die Vertikalkraft je auf Fachlänge constant ist. Die treppenförmige Fachwerkcurve, welche in Fig. 130^a dargestellt ist, giebt also eine graphische Darstellung sämtlicher Werthe \mathfrak{S}_m , welche bei stetig vorrückender Last je in dem Fache wirken, inner welchem das vordere Ende der Verkehrsast sich befindet — und giebt eben damit an, bis zu welchem Punkte jeweils die Ueberlast vorgerückt sein muss, um die grösste im betreffenden Fache überhaupt stattfindende Vertikalkraft hervorzurufen.

Wir sehen aus Fig. 130^a, dass zwischen $\mathfrak{S} = 0$ und dem Auflager B das für die Fachmitte sich ergebende max \mathfrak{S}_x ziemlich annähernd dem grössten im Fachwerke stattfindenden \mathfrak{S}_m entspricht, ebenso wie zwischen A und $\mathfrak{S} = 0$, wo die einzelnen max \mathfrak{S}_x negativ sind, das der Fachmitte entsprechende \mathfrak{S}_x den kleinsten negativen Werth, also wiederum den relativ grössten Werth \mathfrak{S}_m darstellt. — Wir ziehen hieraus den Schluss, dass das je für die Fachmitte gültige max \mathfrak{S}_x die grösste im betreffenden Fache eintretende Fachwerks-Vertikalkraft \mathfrak{S}_m darstellt und gründet sich hierauf das in Fig. 130^b dargestellte Verfahren, wo die Last so-

Fig. 130^b.

wohl von A als von B verrückend gedacht ist, und wo die relativ grössten, wie die relativ kleinsten Werthe von \mathfrak{S}_m durch die treppenförmig geradlinigen Linien angegeben sind, welche zwischen sich alle möglichen Werthe von \mathfrak{S}_m einschliessen.

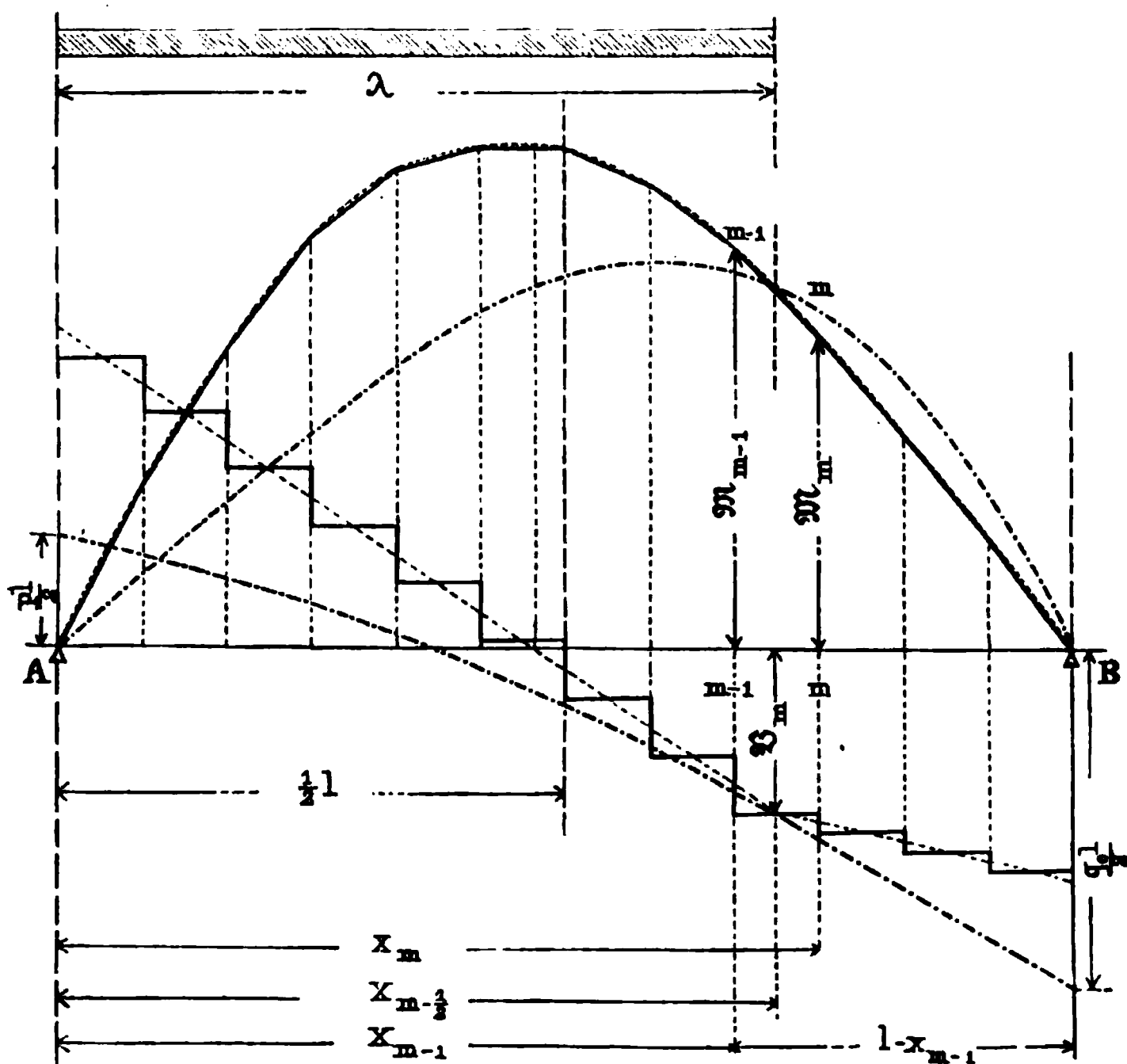
In Fig. 103^b sind für die beiden Kurven \mathfrak{S}_x auch die gleichzeitigen Werthe von \mathfrak{M}_m eingetragen; indem man von diesen graphisch die Werthe $\angle \mathfrak{M}$ abzieht, erhält man für die Fachmitte je gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{S}_m . Da hierbei die Last jeweils bis zur betreffenden Fachmitte vorgerückt gedacht ist, so wird,

wenn wir die Fachlänge mit d bezeichnen, \mathfrak{B}_m um den Werth $\frac{k d}{8}$ zu gross erhalten. Diese Differenz fällt weg, wenn man das im halbbelasteten Felde befindliche variable Gewicht im anstossenden belasteten Knotenpunkt concentrirt denkt, was eine übrigens kleine Modification der durch Gleichung 91) gegebenen Auflagerdrücke bedingt.

Fig. 130^b, beziehungsweise das durch diese Figur dargestellte Verfahren kann direkte praktische Anwendung da finden, wo in jedem Fach neben $\max \mathfrak{B}_m$ ein gleichzeitiger (mittlerer) Werth \mathfrak{M} genügend ist, hauptsächlich aber dann, wenn einzelne Dimensionen lediglich von $\max \mathfrak{B}_m$ abhängig sind, welche Maximalwerthe durch Fig. 130^b ziemlich genau dargestellt sind, wie bereits oben erläutert ist.

128. Wenn zur Bestimmung der Querschnittsdimensionen der einzelnen Fachwerksglieder je zwei oder mehrere gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} nothwendig sind, so ist Fig. 130^b nicht mehr direct

Fig. 131.



anwendbar; es entspricht vielmehr jeder Länge der Ueberlast eine aus zwei Parabeln zusammengesetzte Kurve \mathfrak{M}_x , welche mit der

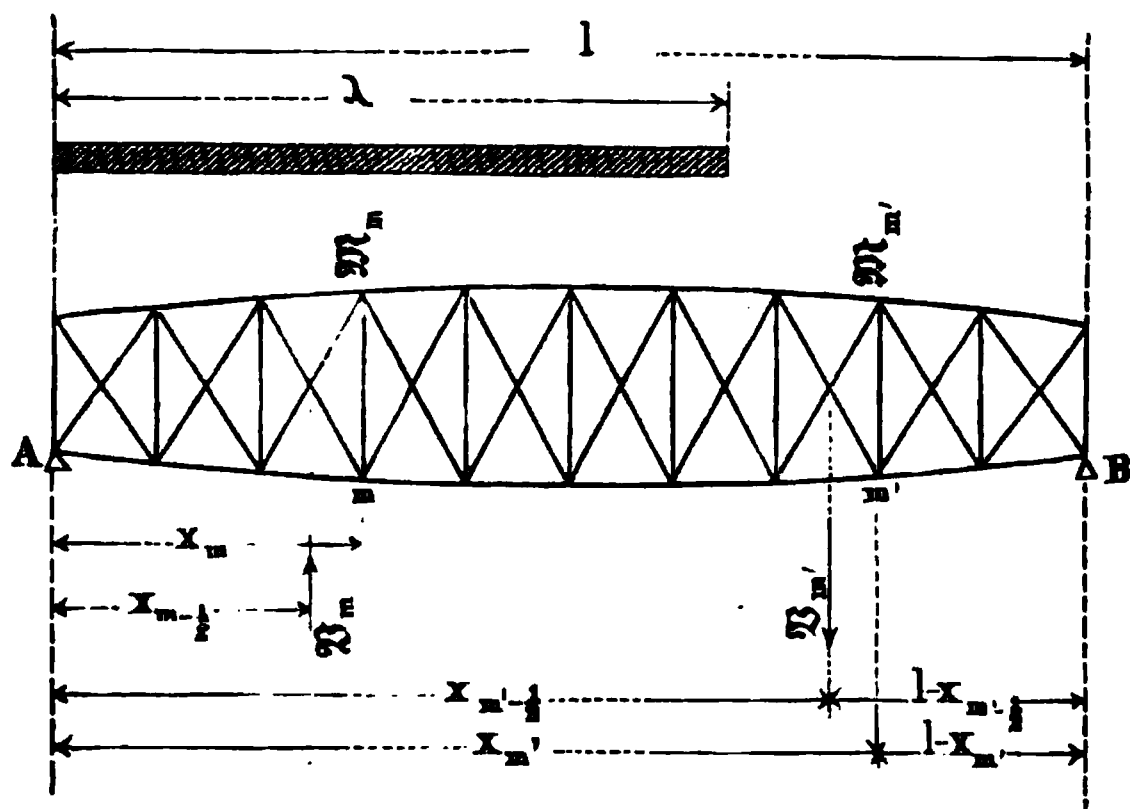
nach Gleichung 97) bestimmten, in Fig. 130^b. dargestellten Kurve \mathcal{M} nur in dem einen Punkte zusammenfällt, bis zu welchem die Ueberlast vorgerückt ist.

Fig. 131 stellt den Fall dar, wo die Ueberlast k von A bis zur Mitte des Feldes $(m - 1)m$ vorgerückt ist, wo also in der bezeichneten Fachmitte die beiderlei Kurven \mathcal{M}_x , sowie die beiderlei Kurven \mathcal{B}_x sich schneiden.

Nach dem in N^o. 125. entwickelten Verfahren sind für die angenommene Länge der Last die Fachwerkskurven eingezeichnet; die Fachwerkskurve \mathcal{B} fällt mit der gleichzeitigen Kurve \mathcal{B}_x stets in der Fachmitte zusammen, mit Ausnahme des halb belasteten Faches, woselbst entsprechend der Figur 130^a die dem Fachwerk entsprechende Horizontale um die Grösse $\frac{dk}{8}$ näher gegen die Abscissenaxe zu rücken wäre, falls man nicht — wie in Folgendem geschieht — den Abzug der Grösse $\frac{dk}{8}$ aus den in N^o. 127. angegebenen Gründen unterlässt und somit auch für diese Fachmitte $\angle \mathcal{B}$ gleich Null setzt. Die Fachwerkskurve \mathcal{M} fällt an den Knotenpunkten mit der Kurve \mathcal{M}_x zusammen, wie schon mehrfach bemerkt.

Indem wir nunmehr die Last bis zu irgend einer Fachmitte vorgerückt denken, und mit m einen beliebigen Knotenpunkt links vom Endpunkte der Last, mit m' einen beliebigen Knotenpunkt rechts bezeichnen, wie diess in beistehender Fig. 132 dargestellt ist, wenden wir zunächst die in N^o. 59. bis 62. entwickelten Formeln auf das Fachwerk an; nennen wir daher

Fig. 132.



p das Eigengewicht der Brücke per Geleise- und Längeneinheit,

k ebenso die per Längeneinheit ausgedrückte Ueberlast,
 $q = p + k$ die Maximallast,
 so erhalten wir, indem wir im Uebrigen auf die Bezeichnungen
 beistehender Fig. 132 verweisen, für Bewegung der Last von A
 nach B:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{p l}{2} + \lambda k \frac{2 l - \lambda}{2 \lambda} \dots\dots\dots \\ B &= \frac{p l}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{2 \lambda} \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} 175)$$

und ist somit für das zunächst A gelegene belastete Stück:

$$\mathfrak{B}_x = A - (k + p) x \dots\dots\dots 176)$$

$$\mathfrak{M}_x = A x - (k + p) \frac{x^2}{2} \dots\dots\dots 177)$$

und für das zunächst B gelegene unbelastete Stück:

$$\mathfrak{B}_x = B - p (1 - x) \dots\dots\dots 178)$$

$$\mathfrak{M}_x = B (1 - x) - p \frac{(1 - x)^2}{2} \dots\dots\dots 179).$$

Diese Werthe \mathfrak{B}_x und \mathfrak{M}_x fallen in der Fachmitte, beziehungsweise in den Knotenpunkten, mit den Fachwerkswerthen \mathfrak{B} und \mathfrak{M} zusammen (erstere genau dann, wenn man sich, wie oben bemerkt, die im halbbelasteten Felde befindliche variable Last im anstossenden belasteten Knotenpunkte concentrirt denkt) und erhält man für das zunächst A gelegene belastete Stück:

$$\mathfrak{B}_m = A - (k + p) x_m - 1/2 \dots\dots\dots 176^a)$$

$$\mathfrak{M}_m = A x_m - (k + p) \frac{x_m^2}{2} \dots\dots\dots 177^a)$$

und für das zunächst B gelegene unbelastete Stück:

$$\mathfrak{B}_{m'} = B - p (1 - x_{m'} - 1/2) \dots\dots\dots 178^a)$$

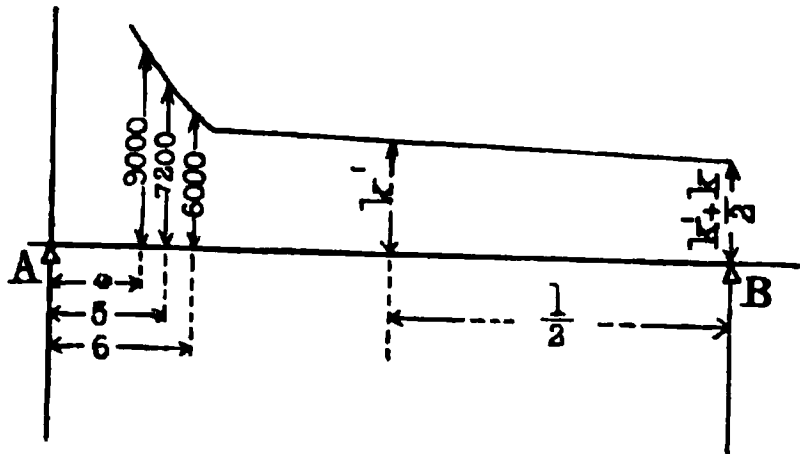
$$\mathfrak{M}_{m'} = B (1 - x_{m'}) - p \frac{(1 - x_{m'})^2}{2} \dots\dots\dots 179^a)$$

Man kann nach den Gleichungen 176^a) und 179^a) sämtliche Fachwerkgrössen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} berechnen, wobei eine gleichförmig vertheilte Last von A nach B zu einer beliebigen Fachmitte vorgerückt gedacht ist.

Wenn die Last von B nach A rückt, sind in den Gleichungen 176)–179) beziehungsweise 176^a)–179^a) die Grössen A und B zu vertauschen und ist ausserdem daselbst für x stets der Werth $1 - x$, für $1 - x$ der Werth x einzusetzen.

129. Bei den vorhergehenden Entwicklungen ist zunächst angenommen, dass die Ueberlast k dieselbe sei, ob sie auf einen grössern oder kleinern Theil λ der Brücke vertheilt ist; wir haben indess schon in N^o. 64 für die Belastung der einen Brückenhälfte eine Grösse k^1 eingeführt, deren Werthe in den Tafeln XVII. und XVII^a. den Werthen k gegenübergestellt sind. Diese Ge-

Fig. 134.



im Vorstehenden gewonnenen Resultate durch die nachstehende Figur 134 zur Anschauung bringen.

Bei kleineren Spannweiten fällt die geradlinige Fortsetzung des rechten Kurvenzweigs höher aus als die Werthe 6000, 7200 oder auch 9000 Kilo; man hat alsdann diese ersteren Werthe zu nehmen und zwar insoweit als sie grösser ausfallen als die constanten linksseitigen Werthe.

Die Güterlokomotive, welche der Figur 134, sowie der Tabelle XVII* zu Grunde liegt, kann für die Brücken gewöhnlicher Hauptbahnen als ganz geeignete Normalbelastung angenommen werden; hat man jedoch für eine bestimmte Bahn oder eine bestimmte Brücke eine andere Locomotive zu Grunde gelegt, so müssen k und k' je nach dem gegebenen Falle gerechnet werden, die Figur 134 bleibt aber insofern gültig, als bei Anwendung von besondern Tendern k_2 am Auflager B stets $= \frac{k + k'}{2}$ gesetzt

werden darf, während die constanten Grössen auf der linken Seite der Fig. 134 sehr rasch nach vorstehender Anleitung hergestellt werden können. — Letzteres ist auch bei Tenderlocomotiven gültig, doch darf bei diesen in Rücksicht auf die starke Belastung sämtlicher Räder $k' = k$ gesetzt werden.

130. Bei den Entwicklungen der Nummern **125—128** ist zunächst zwischen belasteten und unbelasteten Knotenpunkten zu unterscheiden, wobei erstere durch die Ausdehnung λ der Ueberlast bezeichnet sind; es können jedoch auch innerhalb der Länge λ unbelastete Knotenpunkte sich befinden, nämlich insbesondere in dem Falle, wenn nur die oberen oder nur die unteren Knotenpunkte belastet sind; unbelastete Knotenpunkte können daher auch bei gleichförmiger Belastung der ganzen Brücke vorhanden sein; stets jedoch sind die als unbelastet aufgeführten Knotenpunkte wenigstens mit dem auf sie treffenden Eigengewicht behaftet.

Figur 135 stellt ein einfaches derartiges Beispiel dar; die sogenannten unbelasteten Knotenpunkte haben nur das auf die Fachlänge d antreffende Hauptträgergewicht $(p - F) d$ zu tragen (F bedeutet Gewicht der Fahrbahn, welches stets von den belasteten Knotenpunkten getragen wird), während die belasteten

$\mathcal{M}'_{m-1}, \mathcal{M}'_m, \mathcal{M}'_{m+1} \dots$ die Angriffsmomente in den Punkten $m-1, m, m+1 \dots$ und zwar bezogen auf einen Hauptträger;

Anmerk. Die auf die Längeneinheit bezogenen Belastungen p, k und q , dessgleichen die Grössen \mathcal{M} und \mathcal{B} werden in der Regel zunächst für ein Geleise berechnet, müssen aber bei Berechnung der Fachwerkkräfte auf einen Hauptträger reduziert werden, und werden letztere reduzierte Werthe mit \mathcal{M}' und \mathcal{B}' bezeichnet; in der Regel sind hierbei die Werthe \mathcal{M} und \mathcal{B} zu halbiren, doch finden sehr häufig auch andere Vertheilungen der Verkehrslast statt.

$\mathcal{B}'_{m-1}, \mathcal{B}'_m, \mathcal{B}'_{m+1} \dots$ die Vertikalkräfte in den Feldern unmittelbar links von den Knotenpunkten $m-1, m, m+1 \dots$ und zwar ebenfalls bezogen auf einen Hauptträger;

$O_m, O_{m+2} \dots$ die Kräfte in der obern Gurtung und zwar in den Gliedern unmittelbar links von den Knotenpunkten $m, m+2 \dots$;

$\beta_m, \beta_{m+2} \dots$ die zugehörigen Winkel der obern Gurtung mit dem Horizont;

$U_{m-1}, U_{m+1} \dots$ die Kräfte in der untern Gurtung und zwar in Gliedern unmittelbar links von den Knotenpunkten $m-1, m+1 \dots$;

$\gamma_{m-1}, \gamma_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel der untern Gurtung; ferner:

$N_m, N_{m+1} \dots$ die Kräfte in den Streben unmittelbar links von den Knotenpunkten $m, m+1 \dots$;

$\varphi_m, \varphi_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel der Streben mit dem Horizont;

endlich:

$\mathcal{S}_m, \mathcal{S}_{m+1} \dots$ die Vertikaldistanz der Gurtungsschwerpunkte an den Knotenpunkten $m, m+1 \dots$.

Betrachten wir eine Strebe N_m (die einzelnen Fachwerkglieder können stets mit denselben Bezeichnungen aufgeführt werden wie die Kräfte in fraglichen Gliedern) und denken uns zwei Vertikalschnitte unmittelbar links, beziehungsweise rechts von den Endpunkten m und $m-1$ der betrachteten Strebe gelegt, so erhalten wir:

für den Schnitt unmittelbar links vom Knotenpunkt m

$$U_{m+1} \cos \gamma = \frac{\mathcal{M}'_m}{\mathcal{S}_m} \dots \dots \dots 180)$$

Anmerk. Wo die Winkel denselben Index haben, wie die zugehörigen, nebenstehenden Kräfte, bleibt der Index bei ersteren in der Regel weg.

für den Schnitt unmittelbar rechts vom Knotenpunkt $m-1$

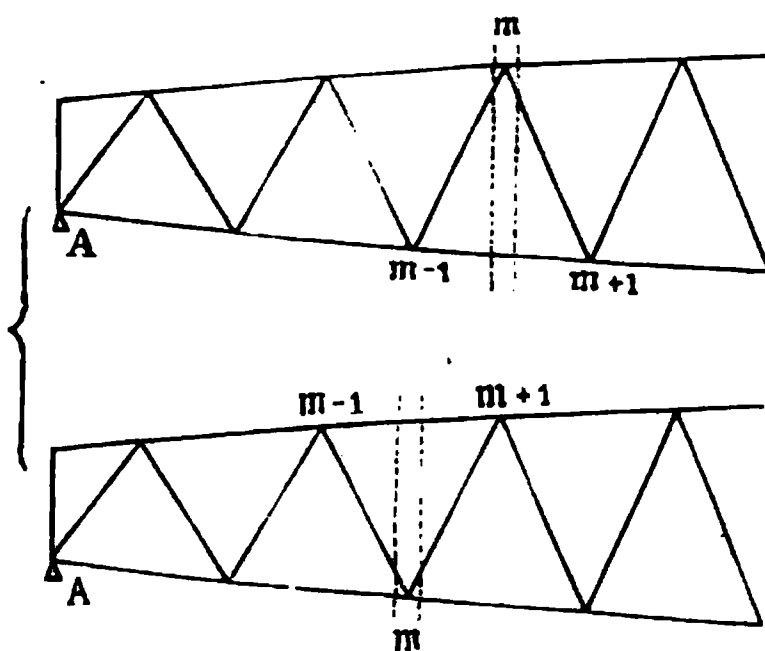
$$O_m \cos \beta = \frac{\mathcal{M}'_{m-1}}{\mathcal{S}_{m-1}} \dots \dots \dots 181)$$

wenn Punkt m in der obern Gurtung ist, dass weil nach der Voraussetzung $U_{m+1} \cos \gamma > O_m \cos \beta$, die Strebe N_m nothwendig in demselben Sinne, wie das Gurtungsstück O_m wirken, somit gedrückt sein muss;

wenn Punkt m in der untern Gurtung ist, $O_{m+1} > O_m$ und nunmehr N_m nothwendig in demselben Sinne, wie die untere Gurtung wirken, also auf Zug in Anspruch genommen sein muss.

Durch dieselbe Betrachtung findet man unter Annahme eines Schnitts rechts von m , bei Betrachtung des rechtseitigen Trägerfragments, dass die Strebe N_{m+1} gedrückt oder gezogen sein muss,

Fig. 137.



wenn der Punkt $m = \max \frac{M}{S}$ in der obern, beziehungsweise in der untern Gurtung sich befindet.

Da nach diesen Betrachtungen die Streben links und rechts vom Punkte $m = \max \frac{M}{S}$, obgleich verschieden gerichtet, doch in gleichem Sinne in Anspruch genommen sind, so schliessen wir hieraus, dass am Punkte $\max \frac{M}{S}$ Wechsel von Druck und Zug in gleichgerichteten Streben stattfindet.

Durch eine ganz gleiche Betrachtung ergibt sich aber, dass auch am Punkte $\min \frac{M}{S}$ Wechsel von Druck und Zug in gleichnamigen Streben stattfindet, und indem wir nunmehr den ganzen Träger in einzelne Fragmente theilen, welche theils durch die Endauflager, theils durch die Punkte $\max \frac{M}{S}$ und $\min \frac{M}{S}$ begrenzt sind, können wir die nachfolgenden allgemeinen Regeln zunächst für freiaufliegende Träger aufstellen:

- 1) an den Punkten $\max \frac{M}{S}$ und $\min \frac{M}{S}$ ändern gleichge-

—

—

—

—

—

134. Das einfache unsymmetrische System, dessen Streben theilweise vertikal sind, hat stets für zwei in derselben Vertikalen befindliche Knotenpunkte dasselbe \mathcal{M} ; ebenso finden die Aenderungen der Kurven \mathcal{B} stets an den durch je zwei Knotenpunkte gehenden Vertikalen statt und bleiben dieselben, ob die oberen oder unteren Knotenpunkte belastet sind. Es ist daher beim einfachen, unsymmetrischen System zweckmässig, die zwei denselben Vertikalen angehörigen Knotenpunkte je mit denselben Buchstaben $m, m + 1 \dots$ zu bezeichnen, indem diess nicht nur für die Formeln wesentlich vereinfachend ist, sondern auch der durch die Aenderungen von \mathcal{M} und \mathcal{B} gegebenen Facheinheit entspricht.

Entsprechend den beim einfachen, symmetrischen Fachwerk gebrauchten Bezeichnungen sind:

$\mathcal{M}'_m, \mathcal{M}'_{m+1} \dots$ die Angriffsmomente in den Knotenpunkten $m, m + 1 \dots$ (beziehungsweise an den betreffenden Vertikalen) und zwar bezogen auf einen Hauptträger;

$\mathcal{B}'_m, \mathcal{B}'_{m+1} \dots$ die Vertikalkräfte in den Feldern unmittelbar links von den Vertikalen $m, m + 1 \dots$ gleichfalls bezogen auf einen Hauptträger;

$O_m, O_{m+1} \dots$ die Kräfte in der obern Gurtung unmittelbar links von den Knotenpunkten $m, m + 1 \dots$;

$\beta_m, \beta_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont;

$U_m, U_{m+1} \dots$ die Kräfte in der untern Gurtung unmittelbar links von den Vertikalen $m, m + 1 \dots$;

$\gamma_m, \gamma_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont;

$N_m, N_{m+1} \dots$ die Kräfte in die schiefen Streben unmittelbar links von den Vertikalen $m, m + 1 \dots$;

$\varphi_m, \varphi_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont;

$V_m, V_{m+1} \dots$ die Kräfte in den Vertikalen $m, m + 1 \dots$;

$\mathcal{Q}_m, \mathcal{Q}_{m+1} \dots$ die Vertikaldistanz der Gurtungsschwerpunkte an den Knotenpunkten $m, m + 1 \dots$

Da wo in demselben Träger schiefe Streben verschiedener Richtung vorkommen, bezeichnen:

$T_m, T_{m+1} \dots$ die Kräfte in den schiefen Streben in der den N entgegengesetzten Richtung;

$\psi_m, \psi_{m+1} \dots$ die zugehörigen Winkel gegen den Horizont.

Betrachten wir nun in den Fig. 139 und 140 zwei Schnitte unmittelbar links und unmittelbar rechts von den Knotenpunk-

1

1

1

Die Strebe N_m ist gedrückt, wenn die horizontale Componente $\frac{M}{\xi}$ der gezogenen Gurtung grösser ist, als die gedrückte Gurtung, gezogen, wenn umgekehrt die horizontale Componente der gedrückten Gurtung grösser ist. — Da zu verschiedenen Seiten des Punktes $\max \frac{M}{\xi}$ die Differenz der Gurtungscomponenten verschiedenes Vorzeichen hat, so müssen am genannten Punkte gleichgerichtete Streben ihr Vorzeichen ändern und findet dieser Wechsel von Druck und Zug aus demselben Grunde auch am Punkte $\min \frac{M}{\xi}$ statt und ist — wenn man wieder zunächst einen frei aufliegenden Träger ins Auge fasst, jede Strebe gezogen, deren Fussende dem Punkte $\max \frac{M}{\xi}$ näher oder vom Punkte $\min \frac{M}{\xi}$ entfernter als das Kopfende ist; jede Strebe ist gedrückt, deren Fussende dem Punkte $\min \frac{M}{\xi}$ näher oder vom Punkte $\max \frac{M}{\xi}$ entfernter ist, als das Kopfende — und finden wir in weiterer Verfolgung dieser Betrachtung, dass die in N^o. 134. für symmetrische Systeme aufgestellten drei Sätze auch für unsymmetrische Systeme sowohl beim frei aufliegenden, als auch beim continuirlichen Träger gleichfalls vollständige Geltung haben.

Die Gleichungen 186)–188) genügen zwar zur Bestimmung der Kräfte in den Gurtungen und schiefen Streben, doch wird die Strebenkraft häufig rascher durch Bestimmung ihrer vertikalen Componenten gefunden. — Ein Schnitt links von den Knotenpunkten m ergibt:

$$\mathfrak{B}'_m = O_m \sin \beta - U_m \sin \gamma + N_m \sin \varphi,$$

woraus nach Fig. 139:

$$N_m \sin \varphi = - \mathfrak{B}'_m - \frac{M'_m}{\xi_m} \operatorname{tg} \gamma - \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \beta_m \quad . \quad . \quad 189)$$

und nach Fig. 140:

$$N_m \sin \varphi = \mathfrak{B}'_m + \frac{M'_m}{\xi_m} \operatorname{tg} \beta_m + \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \gamma_m \quad . \quad . \quad 190)$$

positive N Zug bedeuten und \mathfrak{B}' zunächst A negativ ist.

In vielen Fällen, insbesondere bei grösserer Anzahl von Fachwerksfeldern genügt es, einen mittlern Werth $\frac{M}{\xi}$ einzuführen und erhält man als Näherungsformel:

$$N_m \sin \varphi = - \mathfrak{B}'_m - \frac{M'_{m-1/2}}{\xi_{m-1/2}} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \quad . \quad . \quad . \quad 191)$$

wo $M'_{m-1/2}$ und $\xi_{m-1/2}$ in der Mitte zwischen m und $m-1$ genommen sind.



gezeichneten Fälle statt, vielmehr wechselt hier die Richtung der gezogenen, beziehungsweise der gedrückten Streben (zu vergleichen die vorhergehende Nummer und die Regeln der Nummer 132).

Fig. 142a.

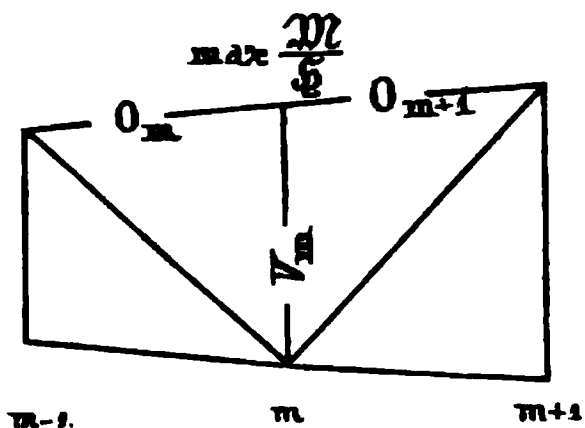
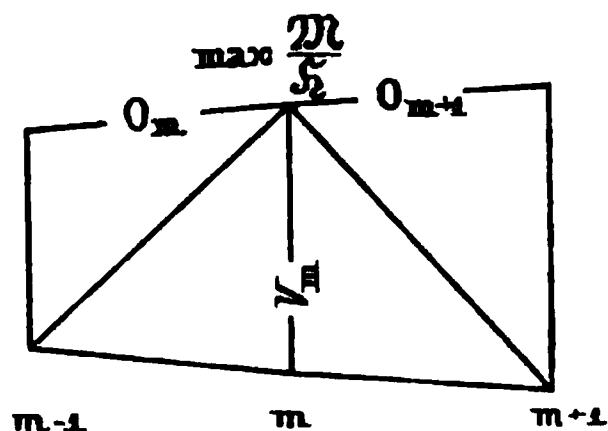


Fig. 142b.



Sind die Diagonalen sämtlich gezogen, so ist ihr Fusspunkt gegen $\max \frac{M}{S}$ gerichtet, es treten also in letzterer Vertikalen die Diagonalen beiderseits im untern Knotenpunkt ein, während der obere Knotenpunkt gar keine Strebenkräfte aufnimmt; es ist deshalb sehr leicht, an letzterem Punkte das Gleichgewicht der Kräfte anzuschreiben und erhalten wir hieraus:

$$V_m = P'_o \pm \frac{M'_m}{S_m} (\operatorname{tg} \beta_m - \operatorname{tg} \beta_{m+1}) \quad . \quad . \quad 194)$$

Das Vorzeichen auf der rechten Seite dieser Gleichung richtet sich nach der Neigung der Gurtungswinkel, welche rechts von der Brückenmitte anderes Vorzeichen haben, als links.

Sind die Diagonalen sämtlich gedrückt, so sind ihre oberen Endpunkte gegen $\max \frac{M}{S}$ gerichtet und ist also in letzterer Vertikalen der untere Knotenpunkt frei von schiefen Strebenkräften; es ist daher, wenn man sich Gleichgewicht um letztern Punkt denkt:

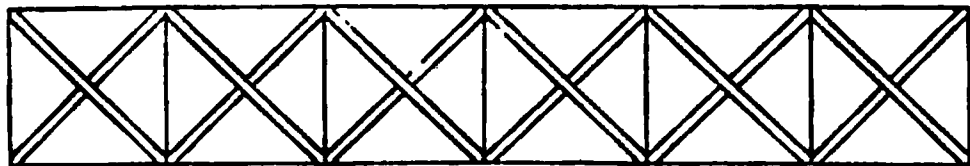
$$V_m = P'_u \pm \frac{M'_m}{S_m} (\operatorname{tg} \gamma_m - \operatorname{tg} \gamma_{m+1}) \quad . \quad . \quad 194^a)$$

In den Gleichungen 192)–194^a) bedeuten positive V Druck, negative V Zug, vorausgesetzt dass sämtliche Vorzeichen richtig angewendet und die Richtung der Schwere stets als die positive angenommen ist. — Insbesondere sind aber die Vorzeichen der trigonometrischen Grössen zu beachten und ändern dieselben bei frei aufliegenden Trägern in der Regel jenseits der Brückenmitte ihr Vorzeichen (insofern die Träger meist symmetrisch gegen die Brückenmitte construiert sind).

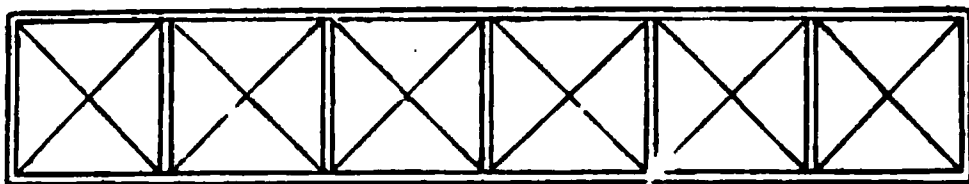
136. Wir haben beim unsymmetrischen Sytem (ebenso wie beim symmetrischen) die allgemeine Regel gefunden, dass eine schiefe

sollen, so ist nicht wohl zu umgehen, dass eine ursprüngliche in allen Streben wirkende Spannung (Pressung) schon vor der Belastung vorhanden ist, sind z. B. — jede Belastung hinweggedacht — alle Diagonalen nach bestehender Figur 144 gleichförmig gedrückt

Fig. 144.



(indem die gedrückten Glieder durch Doppellinien dargestellt sind), so müssen nothwendig alle Vertikalen und ebenso beide Gurtungen gleichförmig gezogen sein; anderseits wenn alle Diagonalen gleichförmig gezogen sind (s. Fig. 144^a), so müssen alle Vertikalen gleichförmig gedrückt sein.

Fig. 144^a.

Wird nun ein solcher Träger zunächst wenig belastet, so bleiben die Haupt- und Gegenstreben sämtlich gedrückt, beziehungsweise gezogen; bei zunehmender Belastung können Haupt- und Gegenstreben allmählig ausser Wirkung kommen, und zwar wird vollständige Entlastung einer Strebe insbesondere dann stattfinden, wenn die entgegengesetzt gerichtete Strebe desselben Faches ihre grösste Anstrengung erleidet und schliessen wir hieraus, dass — so lange die ursprüngliche Spannung der Pressung keine übermässige war, die Dimensionen der Hauptstreben berechnet werden dürfen, wie wenn im fraglichen Fache bei der betrachteten ungünstigsten Belastung gar keine Gegenstreben vorhanden gewesen wären.

Bezüglich der Querschnittsdimensionen der Gegenstreben unterscheiden wir zunächst gerade und gekrümmte Träger. — Bei letztern können Hauptstreben und Gegenstreben so zu sagen in einander übergehen (wie diess in N^o. 136. erläutert ist) und werden meist sämtliche Diagonalen nach der grössten Anstrengung, die sie in Folge der Belastung erleiden können, berechnet werden müssen. — Bei geradlinig begränzten Trägern sind die Gegenstreben häufig auf einem erheblichen Theil der Länge bei jeder Art Belastung ausser Wirkung (wie diess z. B. bei der Howe'schen Holzconstruction der Fall ist); die Dimensionen der Gegenstreben richten sich dann nach der ursprünglichen Pressung, die man im System anzubringen für zweckmässig erachtet hatte oder die auch unbeabsichteter Weise eintreten kann.

Weserbrücke bei Höxter und bei der ganz ähnlich construirten Elbbrücke bei Tangermünde.

Dieselbe Berechnungsweise kann nun auch bei mehrfachen Systemen angewendet werden; wir geben jedoch im Folgenden ein etwas vereinfachtes Verfahren an, welches letztere in gleicher Weise auch für doppelte Systeme angewendet werden kann.

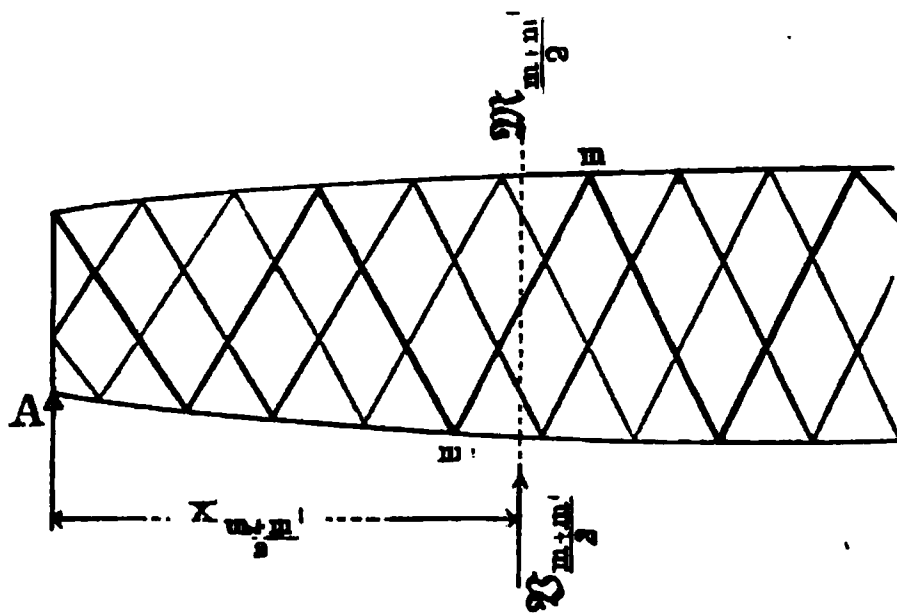
139. Wenn man im mehrfachen Systeme für jedes der einzelnen Systeme besondere \mathfrak{M} und \mathfrak{S} nach den in N^o. 138 angegebenen Grundsätzen bildet, so wird man finden, dass für denselben Abstand x die Werthe \mathfrak{M} und \mathfrak{S} der einzelnen Systeme verhältnissmässig wenig von einander abweichen und zwar um so weniger, je höher die Nummernzahl des Systems ist. Wir dürfen daher beim n -fachen System für jedes der n Systeme

$$(\mathfrak{M}_x) = \frac{1}{n} \mathfrak{M}_x$$

$$(\mathfrak{S}_x) = \frac{1}{n} \mathfrak{S}_x$$

annehmen, wo \mathfrak{M}_x und \mathfrak{S}_x die Angriffsmomente des ganzen Systems, die eingeklammerten Grössen diejenigen eines einzelnen Systems bezeichnen.

Fig. 146a.



Hieraus findet man nun sofort für eine schiefe Strebe N_m , deren Endpunkte mit den Buchstaben m und m' bezeichnet sind (s. Fig. 146^a), nach den Gleichungen 182) und 188) (somit sowohl für symmetrische als unsymmetrische Systeme):

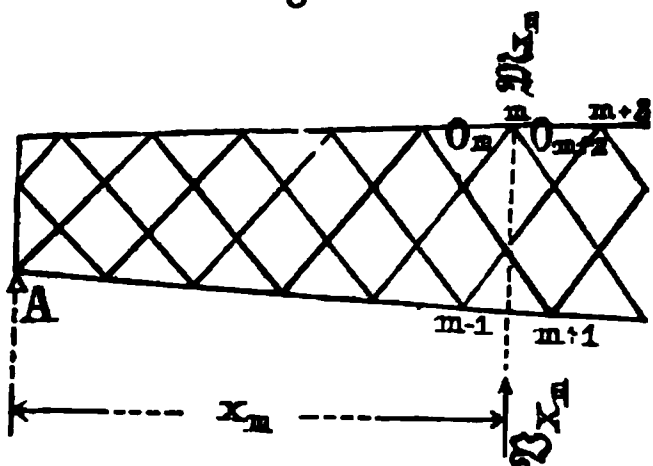
$$N_m \cos \varphi = \frac{1}{n} \left(\frac{\mathfrak{M}'_m}{\xi_m} - \frac{\mathfrak{M}'_{m'}}{\xi'_{m'}} \right). \quad . \quad . \quad 195)$$

und ebenso aus den Gleichungen 184) und 191):

$$N_m \sin \varphi = \frac{1}{n} \left\{ \mathfrak{S}'_{\frac{1}{2}(m+m')} - \frac{\mathfrak{M}'_{\frac{1}{2}(m+m')}}{\xi'_{\frac{1}{2}(m+m')}} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right\} \quad . \quad . \quad 196)$$

wobei der Index $\frac{1}{2}(m+m')$ sich auf die Mitte der betrachteten

Fig. 148.



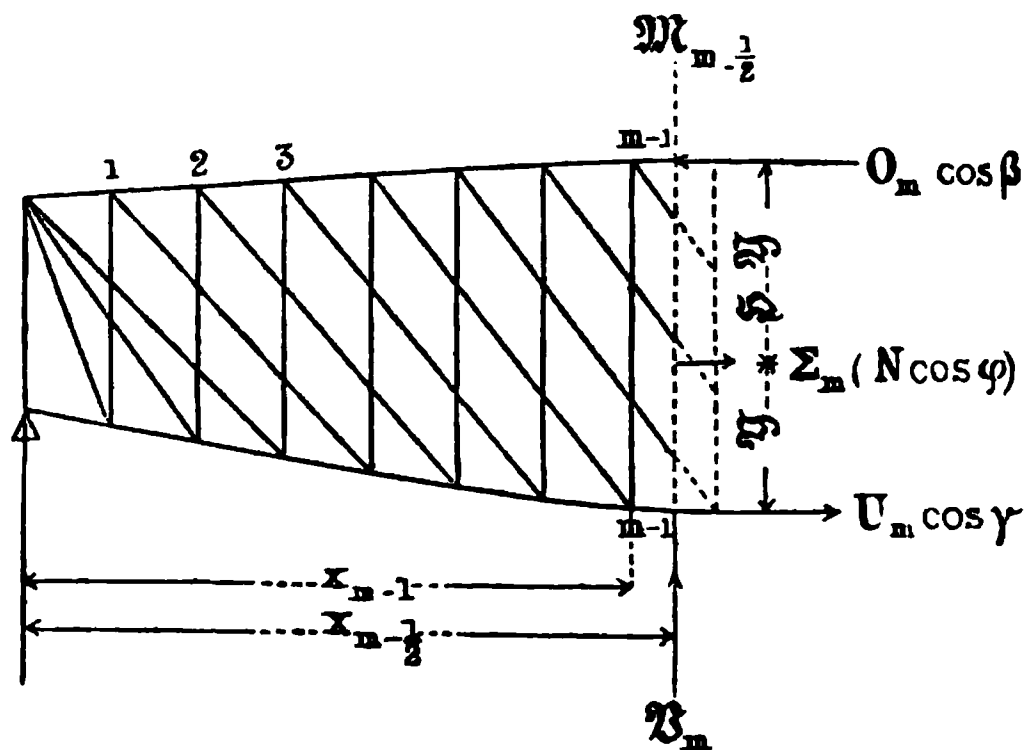
Man bringt einen Vertikalschnitt durch einen oberen oder untern Knotenpunkt an, welcher Schnitt zugleich den Knotenpunkt zweier anderen Streben (ganz oder nahezu) schneidet; indem man auch hier wieder von der Differenz der horizontalen Componenten der sich kreuzenden Streben absieht und den Drehungspunkt an

dem durch den fraglichen Schnitt getroffenen Knotenpunkt der oberen, beziehungsweise untern Gurtung anbringt, so erhält man:

$$O_m \cos \beta \text{ oder } U_m \cos \gamma = \frac{M'_m}{S_m} \quad . \quad . \quad . \quad 199)$$

wobei man die Schnitte der Reihe nach und abwechselungsweise an den oberen und untern Knotenpunkten anbringt.

Fig. 149.



C) für das mehrfache unsymmetrische Fachwerk:

Man bringt einen Schnitt in der Mitte des Faches $(m - 1)m$ und denkt sich, da nach N^o. 140. alle Strebenkräfte bekannt sind, die Resultante der horizontalen Componenten sämtlicher durch fraglichen Schnitt getroffenen Streben gebildet, welche Summe mit $\Sigma_m (N \cos \varphi)$ bezeichnet werden soll; der Vertikalabstand dieser Resultante vom untern Gurtungsschwerpunkt wird mit \mathfrak{Y} bezeichnet, so dass $\mathfrak{S} - \mathfrak{Y}$ den Abstand vom oberen Gurtungsschwerpunkt angiebt.

Hiernach erhält man:

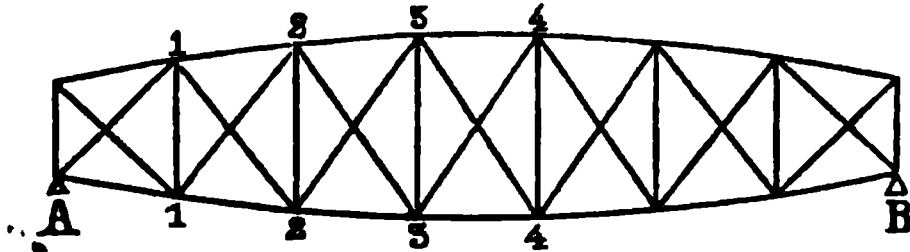
$$O_m \cos \beta = \frac{M'_{m-1/2}}{S_{m-1/2}} \pm \frac{\mathfrak{Y}}{S_{m-1/2}} \Sigma_m (N \cos \varphi) \quad . \quad . \quad . \quad 200)$$

und:

peltes, unsymmetrisches Fachwerk ansehen, wo die beiden Systeme verschieden gerichtete Diagonalen zeigen, wie solches in Fig. 153 und 154 dargestellt ist.

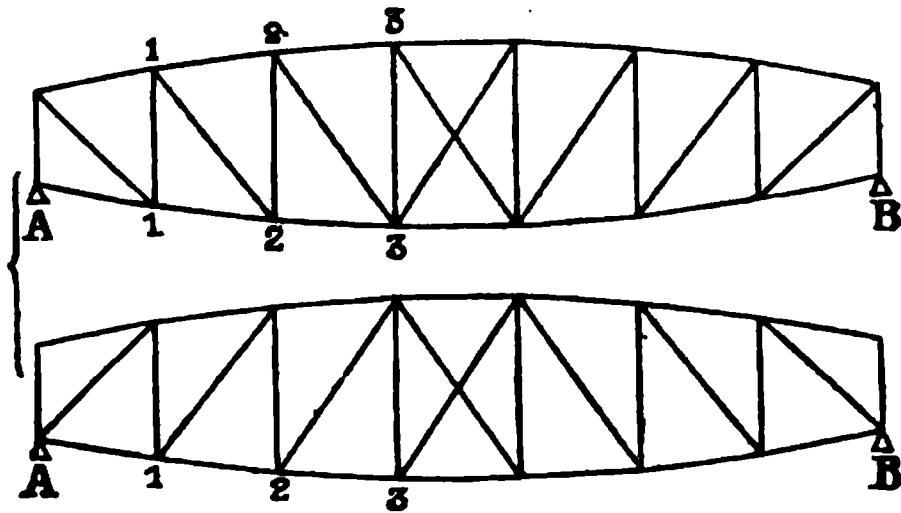
Es entsteht hiebei sofort die Ungewissheit, wieviel jedes der beiden Systeme von der Belastung aufzunehmen hat, da sämtliche Knotenpunkte beiden Systemen gemeinsam sind.

Fig. 153.



Die Aufgabe wird dadurch am vollständigsten gelöst, dass man mit Berücksichtigung sämtlicher Querschnittsdimensionen die Formänderung des ganzen Fachwerks genau verfolgt und hieraus bestimmt, welchen Bruchtheil der Gesamtlast jedes der beiden Systeme aufzunehmen hat, eine Aufgabe, welche meist sehr schwierig sein wird.

Fig. 154.



Zum Voraus lässt sich übrigens abnehmen, dass wenn beide Gurtungen gleiche Form und Belastung haben und wenn die beiderlei Streben gleich stark und insbesondere gegen Druck zweckmässig construirt sind — dass alsdann die in demselben Felde befindlichen Streben auch gleich grosse Kräfte zu übertragen haben, wodurch dann allerdings sich ergibt, dass die Vertikalen gar keine Kraft zu übertragen hätten, sie wären also in diesem Falle jedenfalls leicht zu halten.

In weiterer Verfolgung dieser Betrachtung ergibt sich, dass eine übermässige Stärke der Vertikalen auf die gleichmässige Wirkung der beiden Strebensysteme ungünstig wirkt, indem die der Formänderung der ganzen Träger sich widersetzen den Vertikalen einen Theil der Fachwerkkräfte aufnehmen. — In viel höherem Grade kommen aber die Vertikalen zur Wirkung, wenn die beiderlei Streben verschiedene Stärke haben.

$$O_m \cos \beta + N_m \cos \varphi = \frac{M'_m}{S_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 204)$$

$$U_m \cos \gamma + T_m \cos \psi = \frac{M'_m}{S_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 205)$$

und indem sodann ein Schnitt unmittelbar rechts von der Vertikalen ($m - 1$) angebracht und Drehung um den untern Knotenpunkt ($m - 1$) angenommen wird:

$$O_m \cos \beta + T_m \cos \varphi = \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 206)$$

In den Gleichungen 204)–206) sind 4 Unbekannte O , U , T und N und können letztere aus genannten 3 Gleichungen nur dann bestimmt werden, wenn über das gegenseitige Verhältniss dieser Grössen, z. B. zweier derselben, eine weitere Bedingungsgleichung gegeben ist.

Eine solche 4. Gleichung ist durch die in N^o. 143. angeschriebene Gleichung 202), beziehungsweise 203) gegeben, welche Gleichungen wesentlich genauer sind, wenn die Vertikalen weder zu schwach, noch übermässig stark sind — noch besser, wenn sie genau die ihnen zukommende Stärke besitzen.

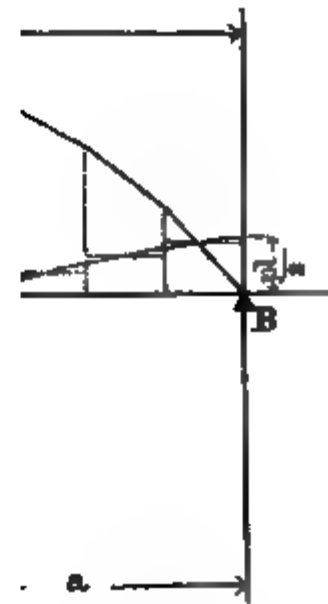
Man findet aber die von den Vertikalen aufzunehmende Kraft, wenn man die Bedingungen des Gleichgewichts um einen der beiden Knotenpunkte anschreibt, nachdem vorher die Gurtungs- und Strebenkräfte nach den Gleichungen 202)–206) bestimmt worden waren.

§. 16. Fachwerke mit geradlinig horizontalen Gurtungen.

144. Bei geraden horizontalen Gurtungen vereinfachen sich die Formeln, indem die Gurtungswinkel gleich Null werden, wonach insbesondere in den Gleichungen 183), 184), 189) bis 193), sowie 195)–197) die Glieder mit M ausfallen, und die Strebenkräfte nur noch von der Vertikalkraft S abhängig sind; man wird daher bei horizontalen Gurtungen die vorgenannten Gleichungen vorzugsweise zur Bestimmung der Strebenkräfte anwenden, wonach für letztere die Kurve $\max S$, beziehungsweise $\min S$, massgebend sein wird.

Die Gurtungskräfte sind beim einfachen System, sowie beim mehrfachen symmetrischen System nur vom Werthe $\max M$ abhängig (vergl. die Gl. 180, 181, 185, 186, 198, und 199) und ist daher die umstehende Fig. 156, in welcher die Maximalwerthe M_m und S_m verzeichnet sind, bei den geradlinigen Trägern für die vorgenannten Systeme ausreichend und besonders geeignet, diejenigen M und S zu bestimmen, welche zur Entwicklung der grössten Gurtungs- und Strebenkräfte nothwendig sind.

horizontalen Gurtungen.



bei ungleicher Belastung, wofern nicht die ganze Gurtung concentrirt ist in N^o. 130. behandelt

System ist die grösste dass gleichzeitige Werthe werden müssen; da jedoch ganze Spannweite gleich ist, so lassen sich hierfür bestimmen (zu vergleichen

max M entsprechend der nach Gleichung 174) erhalten ist. — Für die Kurve

eingetragen ($q_0 = p + k_0$) den vierten Werth $\mathcal{B} = 0$ (Gleichung 99). — Diese vier Kurve max \mathcal{B} .

sowohl wie in N^o. 134. zeigen, dass gleichgerichtete

$\frac{M}{S}$ ändern; bei horizon-

S , findet diese Aenderung im Punkte $\mathcal{B} = 0$ statt, wo die Last seine Stellung zur Trägermitte entfernteste

Lage des Punktes $\mathfrak{S} = 0$ ist, wie soeben erwähnt, durch Gleichung 99) bestimmt; bezeichnet nämlich a die Abscisse der äussersten, zunächst dem Auflager A gelegenen Stellung des Punktes $\max \mathfrak{M}$ und $\mathfrak{S} = 0$, so ist:

$$a = l \left\{ -\frac{p}{k} \pm \sqrt{\frac{p}{k} + \left(\frac{p}{k}\right)^2} \right\} \quad . \quad . \quad 207)$$

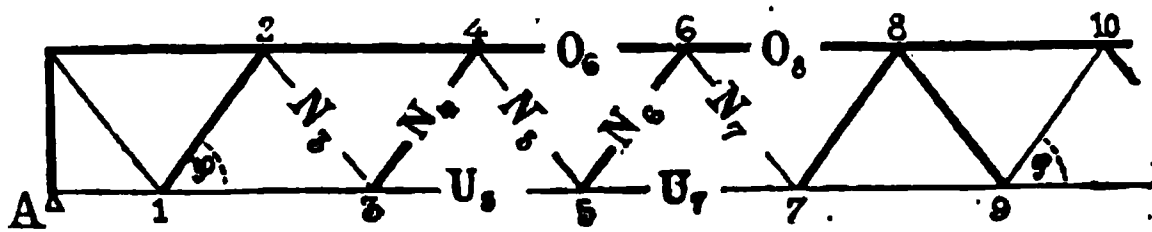
Für Eisenbahnbrücken können die Verhältnisse $\frac{p}{k}$ aus den Tabellen XVII. entnommen werden, indem hiebei die für einseitige Belastung gegebenen Werthe k^1 annähernd gültig sind; genauer werden die Werthe k mit Hülfe der Fig. 134 erhalten. — Für Strassenbrücken findet man die Verhältnisse $\frac{p}{k}$ aus den Angaben der Nummern 66. und 67.

Zwischen den Auflagern und den soeben bestimmten Grenzpunkten a ist bei geradlinigen Trägern jede Strebe bloss auf Zug oder bloss auf Druck in Anspruch genommen; zwischen der Mitte und den genannten Punkten a findet in jeder Strebe in Folge Bewegung der Last Wechsel von Druck und Zug statt, sofern nicht Gegenstreben angebracht sind (vergl. N^o. 137.).

Im Vorstehenden sind zunächst frei aufliegende Träger ins Auge gefasst; bei continuirlichen Trägern werden für mehrere besondere Belastungsarten graphische Darstellungen hergestellt, wie solche in Tafel IV. und V. ersichtlich sind und sind in letzteren für jedes \mathfrak{M} stets die gleichzeitigen \mathfrak{S} eingetragen, auch sind die äussersten Lagen der Punkte $\mathfrak{S} = 0$ daselbst ersichtlich.

145. Das einfache symmetrische System mit horizontalen Gurtungen ist in England bekannt unter dem Namen der „Warrenträger“.

Fig. 157.



Unter Beibehaltung der in N^o. 133. angenommenen Bezeichnungen erhalten wir aus den Gleichungen 180) bis 183) für geradlinige Träger folgende einfache Formeln:

a) für die Gurtungen:

$$O_m \text{ oder } U_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\Omega} \quad . \quad . \quad . \quad 208)$$

und indem Ω den Querschnitt der betrachteten Gurtungen bezeichnet:

$$\text{mittlere Pressung } \mathfrak{S}_m = \frac{O_m}{\Omega} \quad . \quad . \quad . \quad 209)$$

mit geradlinig horizontalen Gurtungen.

$$= \frac{U_m}{\Omega} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 210)$$

vorstehenden ein frei aufliegender Träger voraus-
immer gedrückt ist; bei continuirlichen Trägern
die Spannung, durch Gleichung 210) eine Pressung

$$P_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 211)$$

chnitt der betrachteten Strebe bezeichnet

$$\left\{ \begin{array}{l} P_m \\ P_m \end{array} \right\} = \frac{N_m}{\omega} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 212)$$

findet sich aus der mittleren Pressung
t dem Coefficienten $\left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta}\right)$ wo L
ersten Gliedes, ω den Querschnitt dessel-
moment dieses Querschnitts bezeichnet

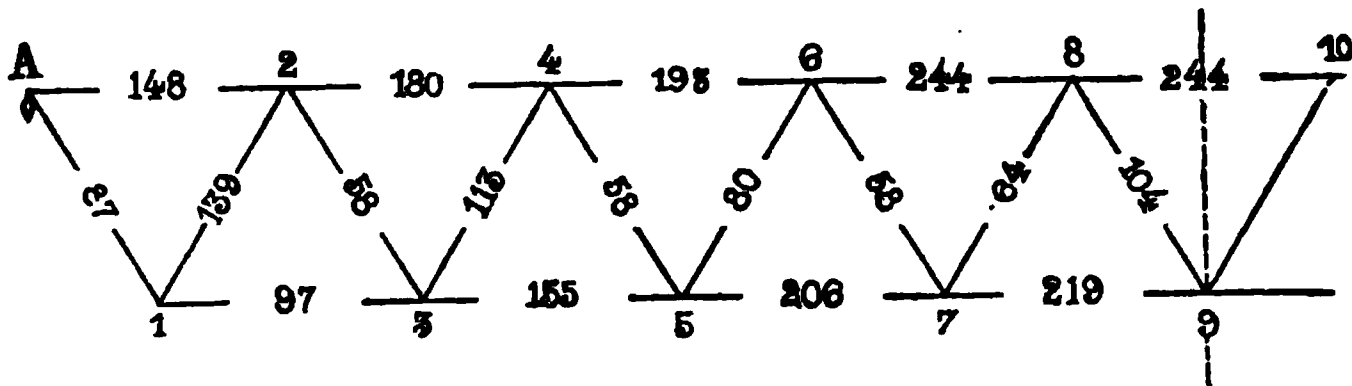
ste unter den Brücken nach Warren's
viaduct; derselbe ist in der Berliner
Jahrgang 1858, von Herrn Baurath Mal-
r Mittheilung die nachstehenden Angaben

liegt in der Newport-Abergavenny-Here-
in nahe bei Newport (South Wales) und
in den Plänen der Ingenieure Lidell und
r Viaduct hat 10 Oeffnungen, welche bei
150 Fuss englisch eine Spannweite von
es erhalten haben; die Pfeiler, welche
zeigen, bestehen aus gusseisernen Säu-
edeiserne Stangen und gusseiserne Rah-
t diess aus Tafel IX, wo eine der Oeff-
her ersichtlich; es ist hier die Geleiseaxe
fenden zwei Träger angebracht, so dass
iger zu tragen hätte; in der folgenden
en Umstand keine Rücksicht genommen,
träger gleich stark belastet angenommen
ungleiche Belastung jederzeit nach dem
lich berücksichtigen lässt).

Die obere gedrückte Gurtung
159. hat einen kastenförmigen Quer-
schnitt erhalten, wie nebenstehende
Figur 158 zeigt; die untere Gur-
tung und die gezogenen Streben
sind flache Bänder, während die
gedrückten Streben einen kreuz-
förmigen Querschnitt erhalten ha-
ben (siehe Figur 159).



Fig. 160.



Die Querschnittsdimensionen der Gurtungen und Streben sind nach den Angaben des Herrn Malberg, aber in Quadratcentimeter übertragen, in der folgenden Figur 160 verzeichnet; hiebei ist zu bemerken, dass bei den Flacheisen kein Abzug für Nietlöcher nothwendig war, weil der Querschnitt an den Knotenpunkten durch Deckplatten verstärkt ist; die der Brückenmitte zunächst gelegenen Streben haben einen verhältnissmässig stärkeren Querschnitt erhalten, bei welchem indessen Abzüge nothwendig sein dürften.

147. Wir haben in N°. 65. für das Eigengewicht einer schmiedeisernen Brücke in Gleichung 103^a) die Gleichung aufgestellt:

$$p = Cl + F \quad . \quad . \quad . \quad 213)$$

wo F das Gewicht der Fahrbahn (per meter) und zwar inclusive Schienen, Schotter und Bedielung, C dagegen einen der betreffenden Hauptträgerconstruction eigenthümlichen Coefficienten bezeichnet; wenn wir dagegen im Folgenden das blosse Eisengewicht, exclusive Oberbau und Bedielung, bezeichnen wollen, wenden wir hiefür die Relation an:

$$p' = Cl + F' \quad . \quad . \quad . \quad 214)$$

Der Coefficient C ist für beide Gleichungen derselbe, da für dieselbe Brücke — ganz eiserne Hauptträger vorausgesetzt — p und p' sich nur durch das Gewicht der Fahrbahn unterscheiden (zu vergleichen der Schluss von N°. 65.).

Wir haben für den Crumlinviaduct keine Angaben über das Gesamteisengewicht p'; dagegen ist für jede Oeffnung das Gewicht zweier zu demselben Geleise gehörigen Hauptträger zu 50 tons, das Gewicht der zugehörigen Fahrbahn zu 21 tons angegeben; hieraus folgt:

$$F = \frac{21000}{45} = 466 \text{ oder rund } = 480 \text{ Kilo,}$$

ferner:

$$p - F = Cl = \frac{50000}{45} = 1111 \text{ Kilo oder rund } 1120 \text{ Kilo,}$$

woraus

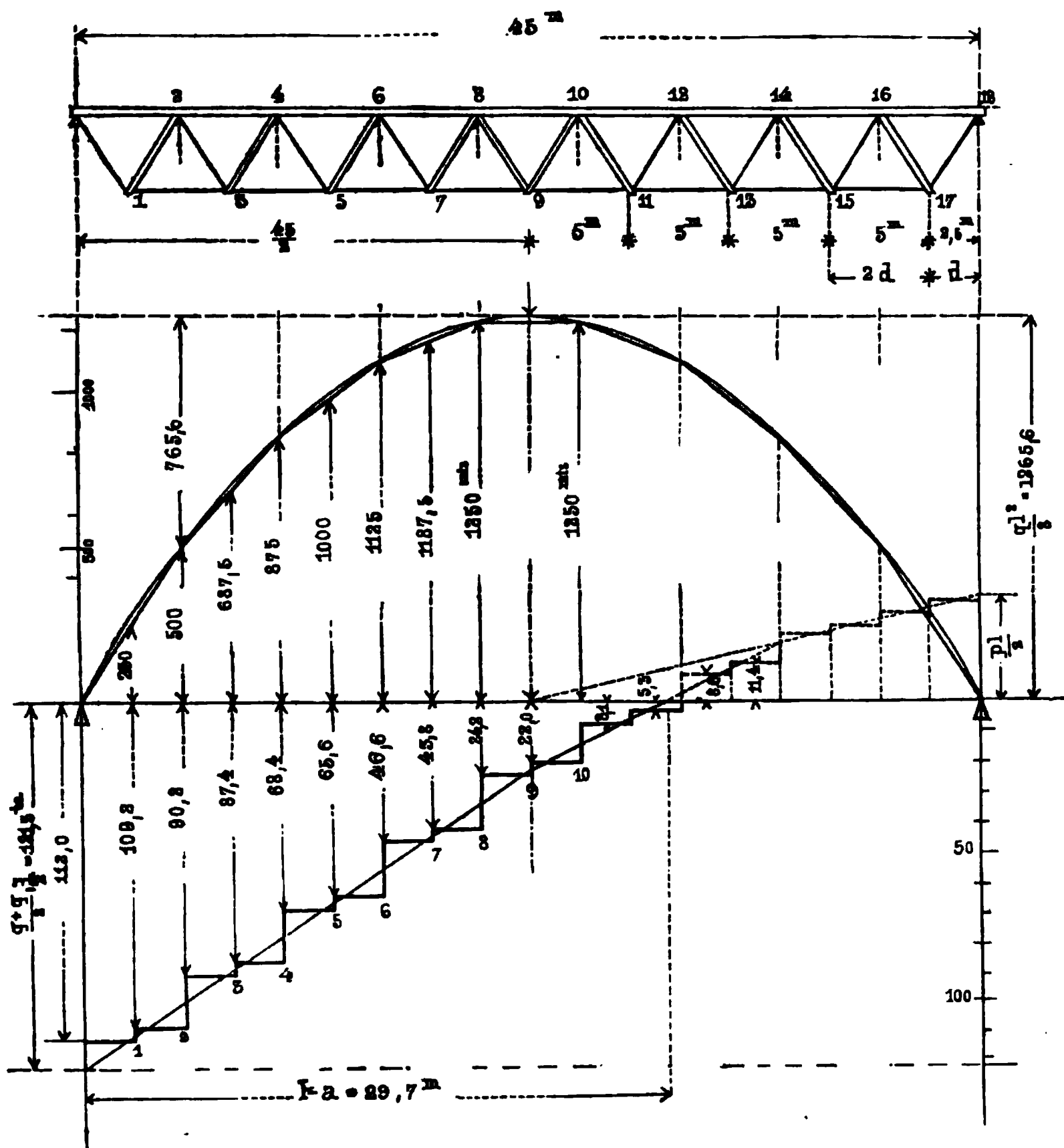
$$C = \frac{1120}{45} = 24,9$$

und

$$p = 24,9 l + 480 = 1600 \text{ k}$$

Die Maximalwerthe von \mathfrak{B} werden graphisch bestimmt, indem die 4 unter II — V aufgeführten Werthe zur Herstellung der betreffenden graphischen Darstellung hinreichen, wie aus der folgenden Fig. 161 näher ersichtlich ist. — Zu bemerken ist hiebei, dass nur die obern Knotenpunkte durch die Fahrbahn belastet werden, wesshalb mit Rücksicht auf die grosse Fachweite das in N^o. 130. erläuterte Verfahren angewendet wurde.

Fig. 161.



Das auf die untern Knotenpunkte vertheilte halbe Gewicht zweier Hauptträger ist auf 5 M. Länge $= 5 \cdot \frac{1120}{2} = 2800$ Kilo; um diese letztere Grösse ändert sich \mathfrak{B} an den untern Knotenpunkten und wurde je die Hälfte von dem betreffenden Punkte der Kurve max \mathfrak{B} aufwärts und je die Hälfte abwärts aufgetragen.

XLV.

$k^1 = 4200^k, \quad q^1 = 5800^k, \quad l = 45,0^m \quad \S = 4,2^m$

7	8	9	10	11	12	Anmerkungen.
Gurtungen :						Zur Bestimmung der Spannungen und Pressungen der Streben genügt es, die Last nur von einer Richtung, z. B. von B gegen A, vorgerückt zu denken, indem der Träger symmetrisch gegen die Mitte angelegt ist; es ist hier auch die Bewegung von A nach B verzeichnet, damit die in denselben Streben wirkenden, mit der Richtung der Last-Bewegung wechselnden Kräfte zur Anschauung kommen.
1187,5	1250	1250	1250	1187,5	1125	
	141369		148801		141369	
133929		148801		148801		
206	244	219	244	219	244	
	579		610		579	
650		680		680		
der Last von B nach A :						
46,6	48,8	24,8	22,0	5,0	2,2	
27693	25465	14430	12790	2907	1279	
58	64	104	104	64	58	
477		138		45		
	398		123		22 *)	
der Last von A nach B :						
— 2,2	— 5,0	— 22,0	— 24,0	— 48,8	— 46,6	
— 1279	— 2907	— 12790	— 14430	— 25465	— 27693	
58	64	104	104	64	58	
	45		138		477	
22		123		398		

der Enden corrigirt ist. — (Vgl. N^o. 52. über das Verhältniss des Bolzendurchmessers zur Plattendicke.)

Es scheint aber beim Crumlinviaduct noch der weitere Missstand obgewaltet zu haben, dass die Querabsteifung, nur aus einer hölzernen Plattform bestehend, ganz ungenügend war, wesshalb nunmehr eiserne Querträger von 12" Höhe und 28 Fuss Länge und dazwischen eben solche Längsträger angewendet sind; ferner wurde statt der hölzernen Bebohlung eine Bedeckung aus schmiedeisernen, zusammengesetzten Platten gemacht, und die seitliche Steifigkeit wiederum erheblich vermehrt. — In Folge der angewendeten Verstärkungen werden bei schweren Zügen nur noch $\frac{5}{8}$ Zoll Durchbiegung beobachtet, anstatt $1\frac{1}{2}$ Zoll, welche früher gemessen worden waren.

149. Nahezu gleichzeitig mit dem Crumlinviaduct ist die Trentbrücke bei Newark erbaut worden, welche von Herrn Lohse im Jahrgang 1857 der berliner Zeitschrift beschrieben ist.

Diese Brücke ist schief, hat nur eine einzige Spannweite von 240 Fuss englisch (75,15 M.) und hat für 2 Geleise 4 Träger erhalten, von denen je 2 eine für sich abgesonderte Brücke bilden; die Fahrbahn befindet sich unterhalb und die Höhe der Träger gestattete, oberhalb eine zweite Querverbindung anzubringen, wie aus der folgenden Skizze ersichtlich ist.

Fig. 162.

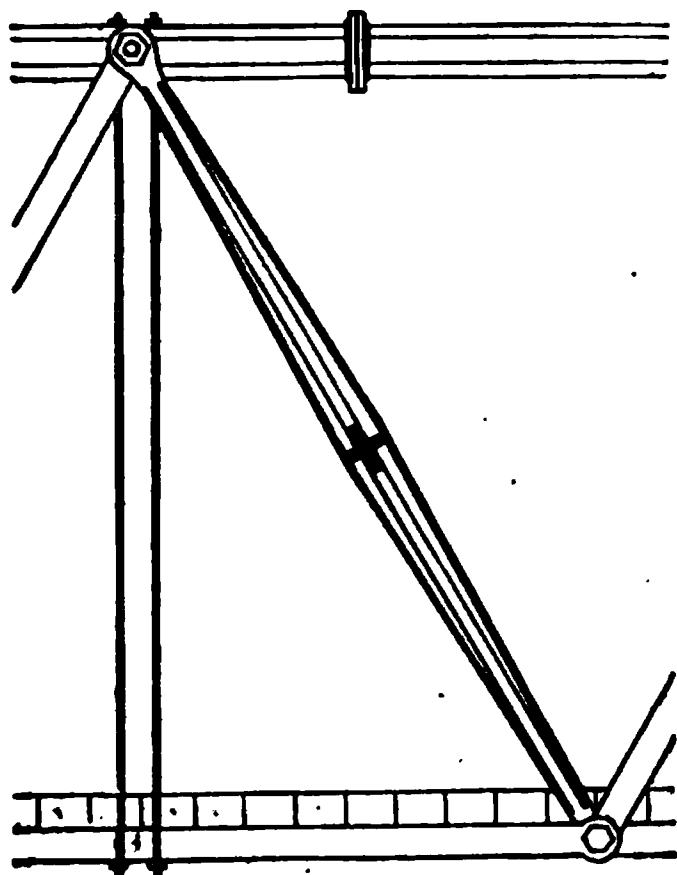
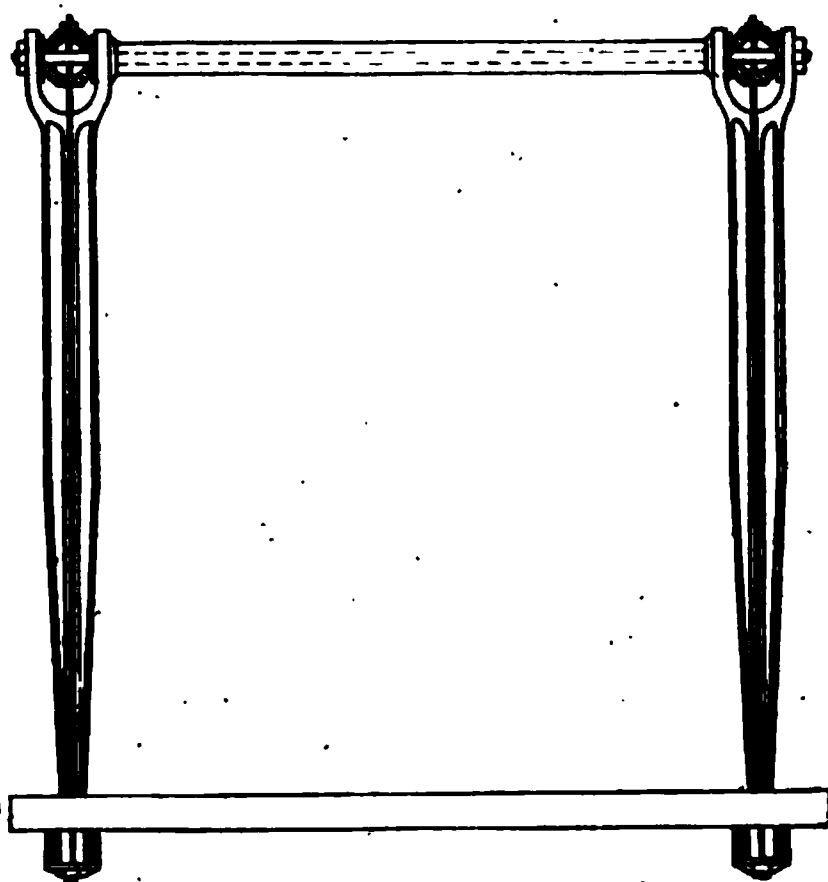


Fig. 162 a.



Sämmtliche gedrückte Theile sind von Gusseisen, sämmtliche gezogene Theile von Schmiedeisen; die obere Gurtung besteht aus einer gusseisernen Röhre, die am Endauflager 13" Durchmesser und $1\frac{1}{2}$ " Metalldicke hat und gegen die Mitte hin auf

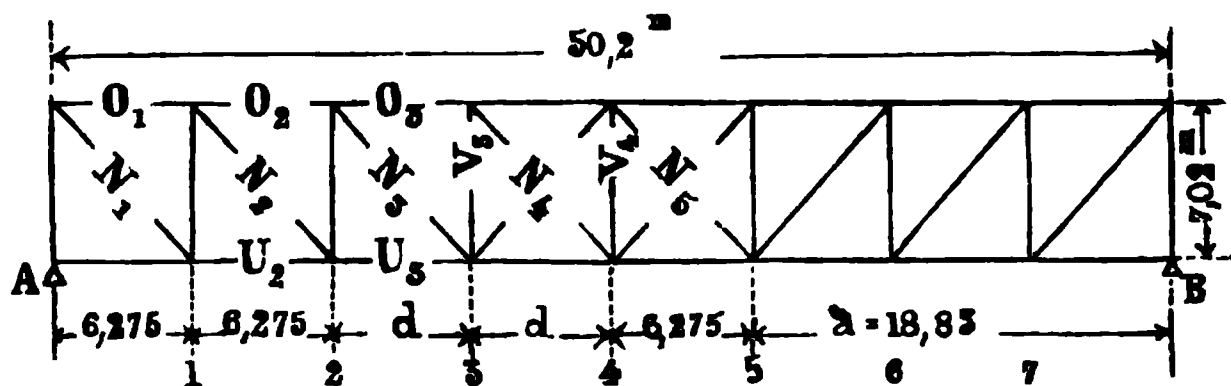
152. Eine Fachwerkbrücke nach vorstehend beschriebenem System wurde von der k. bayrischen Eisenbahnverwaltung über die Isar bei München hergestellt.

Die Brücke hat 2 Mittelpfeiler und 3 Oeffnungen erhalten, deren jede für sich durch frei aufliegende Träger von je 50,2 M. Spannweite überbrückt wird.

Die Eisenconstruction dieser Brücke war der Maschinenfabrik von Klett und Comp. in Nürnberg übertragen, deren Ingenieur Herrn Gerber wir die gefällige Mittheilung der Werkzeichnungen verdanken. Ansicht und Grundriss eines Trägers nebst einigen Details sind in Tafel X. wiedergegeben.

Die Hauptträger dieser Brücke, deren zwei für jedes Geleise dienen, haben eine geometrische Gurtungsdistanz (Höhe) von 7,02 M. und eine Fachweite von 6,275 M. erhalten; die ganze Länge jedes Hauptträgers ist somit in 8 Felder getheilt; die Fahrbahn ist unmittelbar über der untern Gurtung angebracht, so dass oberhalb eine zweite Querverspannung hergestellt werden konnte.

Fig. 165.



Die Gurtungen bestehen je aus 2 Theilen, welche durch einen Zwischenraum von 28 Mm. getrennt sind; in Fig. 166 ist links

Fig. 166.

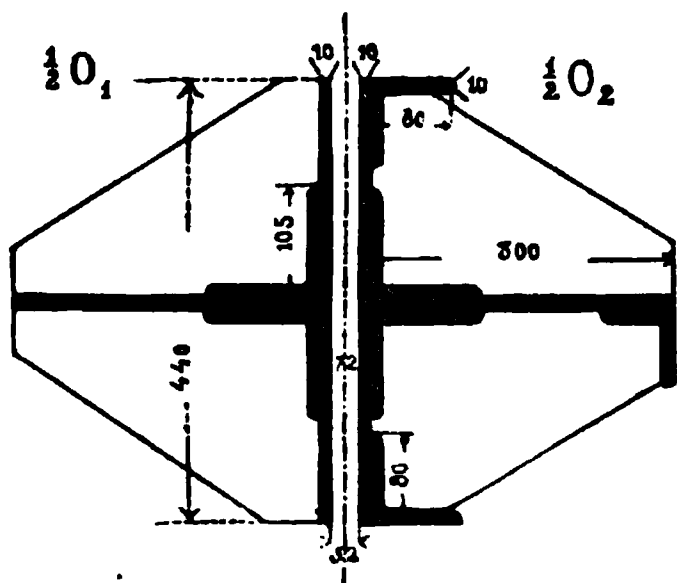
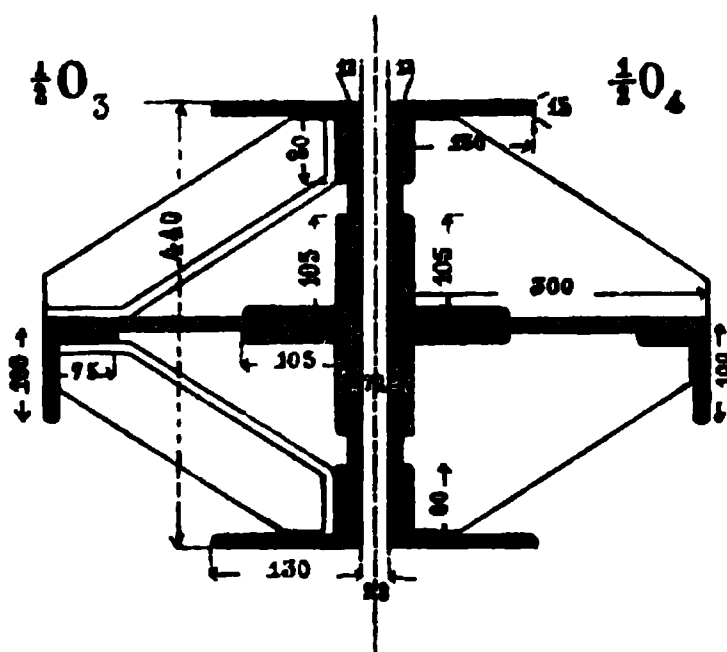


Fig. 167.



die halbe obere Gurtung des ersten Feldes, rechts die des zweiten Feldes dargestellt (wobei zu bemerken, dass in Fig. 166 und 169 anstatt 32^{mm} als Zwischenraum gleichfalls 28^{mm} einzusetzen ist); ebenso zeigt Fig. 167 die Gurtungen des dritten und des vierten

Feldes und ist aus diesen Figuren ersichtlich, wie die Verstärkung der Gurtungen gegen die Mitte durch Hinzufügung weiterer Winkel oder Platten erzielt wird; die Mehrzahl der Winkel und Platten ist je am Knotenpunkte selbst gestossen und dient nun ein 28 Mm.

Fig. 168.



starkes, polygonales Stossblech — welches den erwähnten Zwischenraum zwischen den beiden Gurtungshälften ausfüllt, sowohl zur Verbindung der gestossenen Gurtungsglieder als zur Befestigung der Diagonalen und Vertikalständer, wie solches aus bestehender Fig. 168 näher ersichtlich ist. Soweit der Querschnitt durch besagtes polygonales Stossblech nicht ersetzt ist, sind weitere Stossplatten hinzugefügt.

Fig. 169.

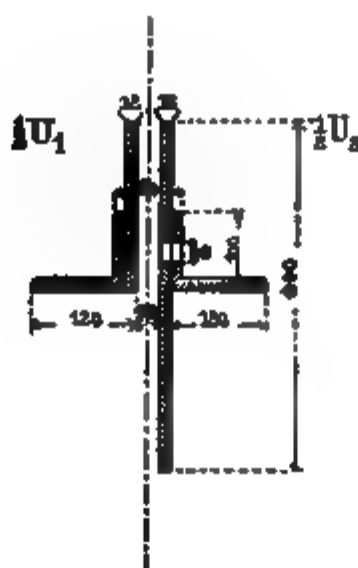
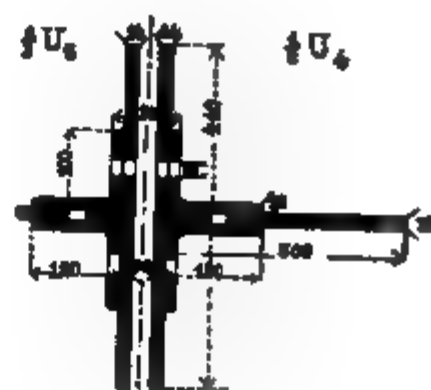


Fig. 170.

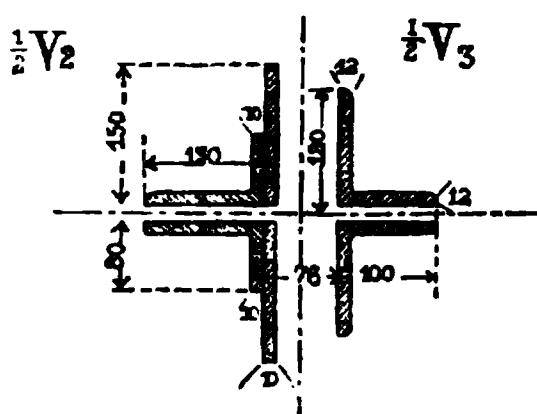


Die untere Gurtung ist in ähnlicher Weise construirt, mit dem Unterschied jedoch, dass diese Gurtung, weil durchaus auf Zug in Anspruch genommen, verhältnissmässig stärkere Flacheisen und weniger Winkel erhalten hat; die Figuren 169 und 170 stellen

die untern Gurtungen für die Felder (1) bis (4) dar, indem in jeder Figur wieder zwei verschiedene Gurtungshälften erscheinen. Die untere Gurtung hat, wie auch die obere, im allgemeinen eine Höhe von 44 Cent. erhalten; im ersten Felde ist dieselbe jedoch nur halb so hoch, und ist damit schon in der äussern Ansicht angezeigt, dass die untere Gurtung im ersten Felde gar keine Fachwerkskräfte aufzunehmen hat, sondern nur zur gegenseitigen Fixirung des ersten untern Knotenpunkts und des Endständers, sowie ebendamt zur Consolidirung der Fahrbahn dient.

Die schiefen Streben oder Diagonalen bestehen aus Flacheisen von 26—50 Cent. Breite, 28—30 Mm. Dicke, welche in den beiden Endfeldern durch aufgenietete weitere Flacheisen verstärkt sind; in Fig. 168 ist die Verbindung der Diagonalen mit den Gurtungen und Vertikalen ersichtlich.

Fig. 171.



Die Vertikalständer bestehen je aus 4 Winkeln, welche gegen die Auflager hin an Stärke zunehmen, und ausserdem an den Knotenpunkten (1) und (2) mit Flacheisen verstärkt sind, wie solches beistehende Fig. 171 angiebt.

Die Endständer bestehen je aus 12 Winkeln und 2 hinzugefügten Flacheisen und ist deren Stärke danach bemessen, dass nicht nur die vertikale Resultante der anstossenden Strebenkraft auf die Auflager

übertragen, sondern auch alle seitlichen Kräfte, insbesondere die vom Winddruck in der obern Horizontalverspannung hervorgerufenen, durch die relative Festigkeit der Endständer aufgenommen werden können.

Die Fahrbahntafel zeigt Schwellenträger von 6,275 M. Länge, welche als Blechwandträger construirt sind, aufruhend auf Querträgern; welche aus einem einfachen Fachwerk bestehen und an den Vertikalständern der Hauptträger befestigt sind. Man ersieht hieraus, dass das Gewicht der Fahrbahntafel, beziehungsweise die Verkehrslast in keiner Weise die relative Festigkeit der Fachwerksglieder in Anspruch nimmt, dass vielmehr sämtliche Lasten in den Knotenpunkten eintreten.

152. Für die Berechnung der Hauptträger dienen folgende Gewichtsangaben:

Das Eigengewicht der Brücke beträgt für ein Geleise per laufenden Meter:

zwei Hauptträger, zusammen . .	1786 Kilo
Verspannung	114 „
	<hr/> 1900 Kilo

Grösste Vertikalkraft am Auflager:

$$\text{II. } \max \mathfrak{B}' = \frac{1}{2} \frac{ql}{2} = \frac{8620 \times 50,2}{2 \times 2} = 108,18 \text{ ts.}$$

Grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\text{III. } \max \mathfrak{B}'_{1/2} = \frac{1}{2} \frac{kl}{8} = \frac{5440 \times 50,2}{2 \times 2} = 17,0 \text{ ts.}$$

Grösste Vertikalkraft in Folge des Eigengewichts:

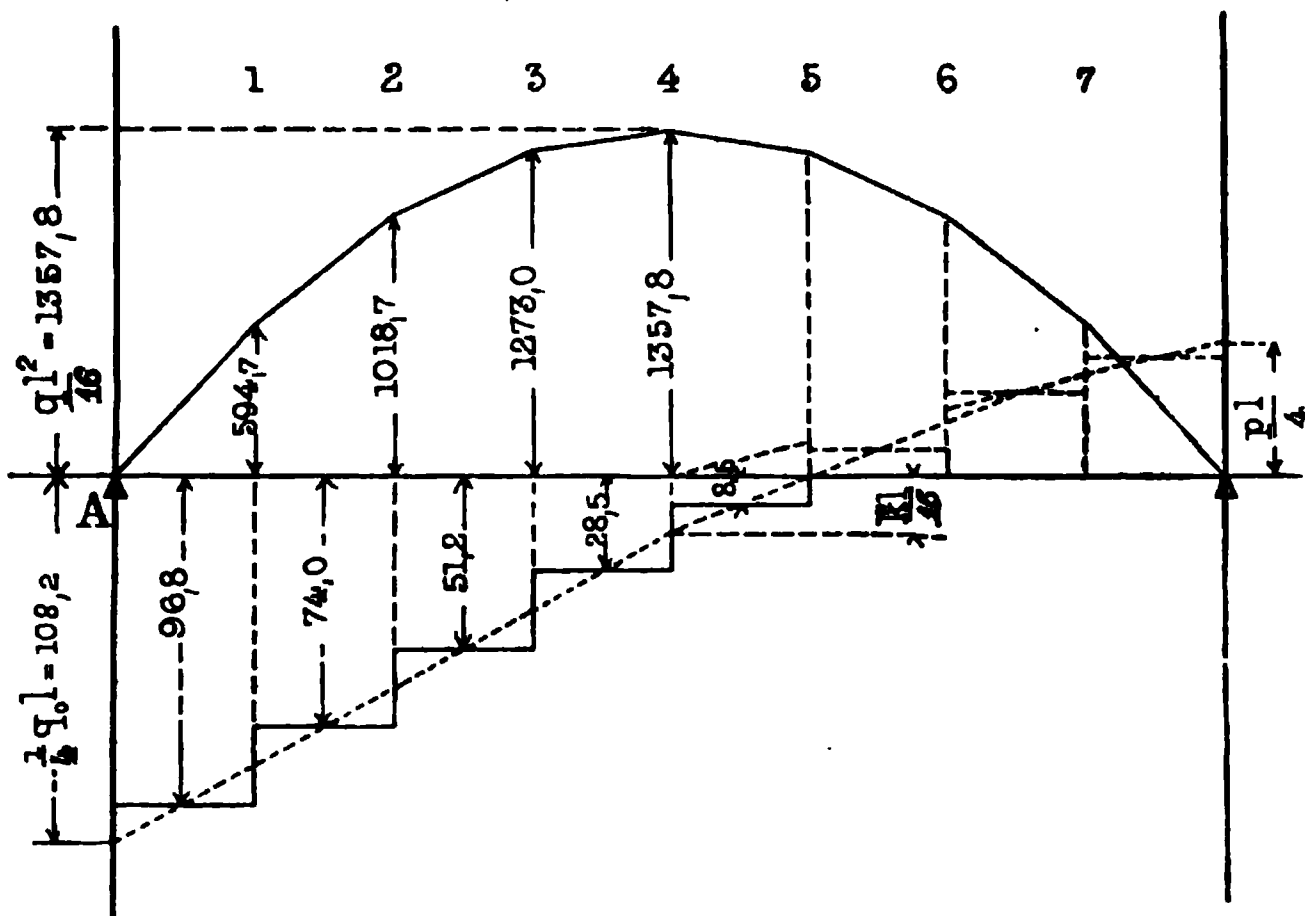
$$\text{IV. } \min \mathfrak{B}'_1 = \frac{1}{2} \frac{ql}{2} = \frac{3180 \cdot 50,2}{4} = 30,9 \text{ ts.}$$

Grösste Annäherung des Punktes $\mathfrak{B} = 0$ an das Auflager A nach Gleichung 207):

$$\text{V. } \begin{cases} a = \{-0,585 \pm \sqrt{0,585 + (0,585)^2}\} 50,2 = 18,925 \text{ m} \\ 1 - a = 31,375 \text{ m} \end{cases}$$

Indem man nun nach Anleitung von Fig. 156 für den vorliegenden Fall die nachfolgende Fig. 173 konstruiert hat, so er-

Fig. 173.



hielt man nach den bekannten Eigenschaften der Geraden und der Parabel (welche letztere nach Gleichung 174) berechnet wurde) nachstehende Tabelle, welche sämtliche zur Bestimmung der Fachwerksdimensionen nothwendigen Angriffsmomente \mathfrak{M}' und Vertikalkräfte \mathfrak{B}' enthält:

$K = 0,0001$) die in der folgenden Tabelle XLVII. enthaltenen Werthe ergeben.

Nachdem nunmehr alle Elemente der Berechnung entwickelt sind, werden zunächst die Fachwerkskräfte O , U , N und V nach den Gleichungen 216—220) unter Einführung der durch Tabelle XLVI. gegebenen Werthe \mathfrak{M}' und \mathfrak{S}' bestimmt, und erhält man schliesslich die in jedem Glied herrschende grösste Spannung \mathfrak{X} oder Pressung \mathfrak{B} mittelst der Gleichungen 166—168, wobei die Verhältnisse $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ aus Tabelle XLVII. entnommen werden.

Tabelle XLVII.

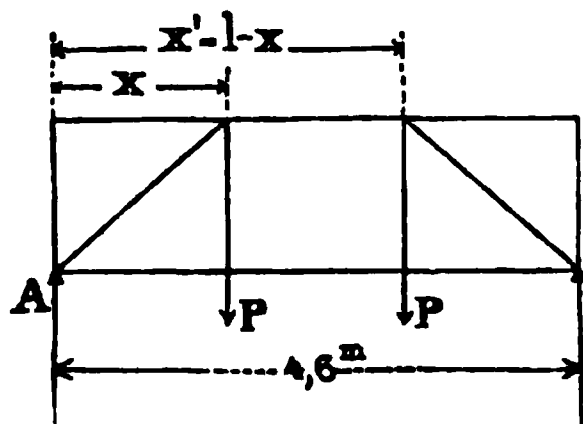
Gurtungsglieder	O_1	O_2	O_3	O_4
$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	1,54	1,34	1,26	1,24
Pfosten	V_1	V_2	V_3	V_4
$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$	1,56	1,80	2,0	2,6

Das ganze Verfahren ist in nachstehender Tabelle XLVIII. enthalten.

Wir ersehen aus dieser Tabelle, dass die grössten Spannungen und Pressungen in den Gurtungen, sowie in den Diagonalen (schiefen Streben) der Spannung von 600 Kilo per □ Cent. sehr nahe kommen; bei den Vertikalständern finden grössere Differenzen statt, wohl deshalb, weil bei der Ausführung zu Grunde gelegten Berechnung nicht die gleichmässigen Lasten, sondern die Gewichte der einzelnen Locomotiven und Tenderaxen in Berechnung gekommen sind.

153. Die Querträger zeigen ein Fachwerk, dessen Endfelder durch volle Blechwandungen gebildet und durch aufgenietete diagonale Winkleisen verstärkt sind; die untere Gurtung dieser Querträger besteht aus vier Winkleisen, welche zugleich ein rückwirkendes Element für die untere Windverstrebung bilden; ihr Querschnitt beträgt nach Abzug der Nietlöcher 70 □ Cent.; die obere Gurtung besteht aus zwei Winkeln und einem Flacheisen und hält ohne Nietenzug 74 □ Cent.

Fig. 175.



Für die Berechnung der Querträger hat man zunächst die Last P zu bestimmen, welche an jedem der beiden Lastpunkte (Vertikalstützen) wirkend gedacht ist; diese Last P setzt sich aus dem Eigengewicht P , und der Verkehrslast $P_{,,}$ zusammen.

Das Eigengewicht beträgt per laufenden Meter:

Querträger	200
Schwellenträger . .	434
Oberbau	546

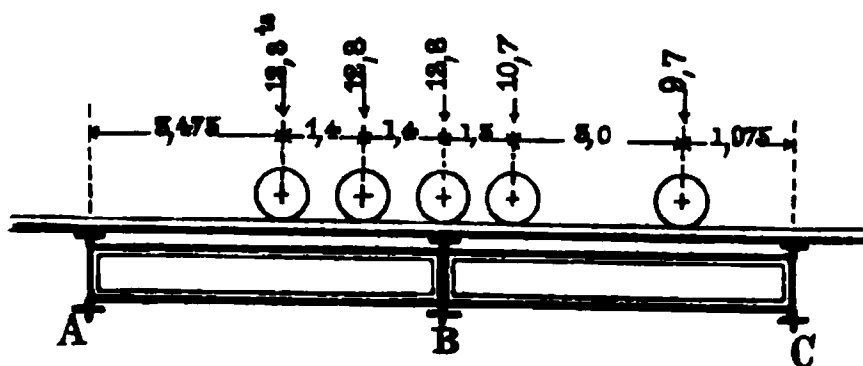
zus. 1180 Kilo.

somit ist bei 6,275 M. Querträger Distanz:

$$2 \cdot P = 1180 \cdot 6,275 = 7404^k \text{ und } P = 3702^k.$$

Die Verkehrslast $P_{,,}$ ist durch die ungünstigste Stellung einer Locomotive bestimmt, wie solches durch Fig. 176 dargestellt ist;

Fig. 176.



nach dem Hebelgesetz ist der Druck auf den mittleren der gezeichneten drei Querträger:

$$B = 12,8 \frac{3,475 + 4,875}{6,275} + 12,8 + 10,7 \frac{4,975}{6,275} + 9,7 \frac{1,975}{6,275} = 41,4 \text{ tons,}$$

woraus $P_{,,} = \frac{B}{2} = 20,7 \text{ tons}$ und schliesslich

$$P = P_{,,} + P = 3,7 + 20,7 = 24,4 \text{ tons sich ergibt.}$$

Durch Anwendung des Hebelgesetzes, speziell der Gleichungen 170)—173) erhält man:

$$M_1 = M_2 = P \cdot x = 24,4 \times 1,55 = 37,82 \text{ tons}$$

und hieraus nach Gleichung 216):

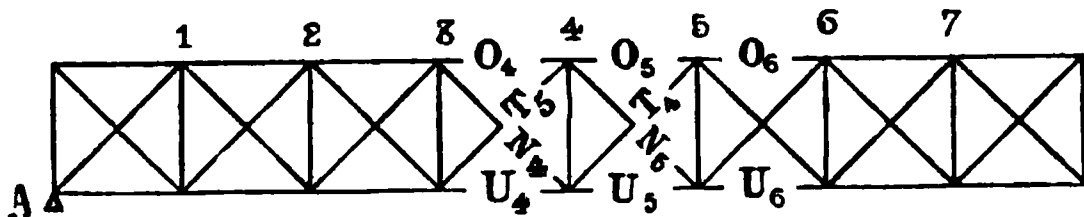
$$U_2 = O_1 = O_2 = \frac{M_1}{\xi} = \frac{37820}{1,37} = 27600 \text{ Kilo,}$$

beweist, dass unser Verfahren die ungünstigsten einseitigen Belastungen gebührend berücksichtigt.

155. Das doppelte symmetrische System mit horizontalen Gurtungen wird meist in der Weise angewendet, dass die gleichnummerigen (in denselben Vertikalen befindlichen) Knotenpunkte mittelst leichter Vertikalständer verbunden sind, welche letztere nur zur gleichmässigen Vertheilung der Last auf die beiden Gurtungen dienen; nach N^o. 142. trifft diese Voraussetzung bei entsprechend geringer Stärke der Vertikalen zu, wenn die in demselben Fache befindlichen, gezogenen und gedrückten Streben annähernd gleiche Widerstandsfähigkeit haben (wobei der gedrückte Querschnitt im Verhältniss $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ grösser anzunehmen ist).

Anmerk. Wenn die gedrückten Streben übermässig stark construirt würden, oder aber umgekehrt wegen Mangels an Steifigkeit sich ausbiegen würden, so wäre die betreffende Construction als combinirtes System zu betrachten, und zwar um so mehr, wenn die Vertikalständer vermöge zu übermässiger Querschnittsdimensionen die Vertheilung der Strebenkräfte beeinflussten.

Fig. 177.



Indem wir die in N^o. 135. angenommenen Bezeichnungen beibehalten, erhalten wir durch Vereinfachung der in N^o. 140. gegebenen Formeln:

a) für die Gurtungen:

$$O_m = U_m = \frac{\mathfrak{M}'_{m-1/2}}{\xi} \dots \dots \dots 221)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_m \text{ (oder } \mathfrak{U}) &= \frac{O_m}{\Omega} \\ \mathfrak{U} \text{ (oder } \mathfrak{B}_m) &= \frac{U_m}{\Omega} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 222)$$

und zwar ist beim frei aufliegenden Träger, wie mehrfach erwähnt, die untere Gurtung stets gezogen, die obere Gurtung stets gedrückt.

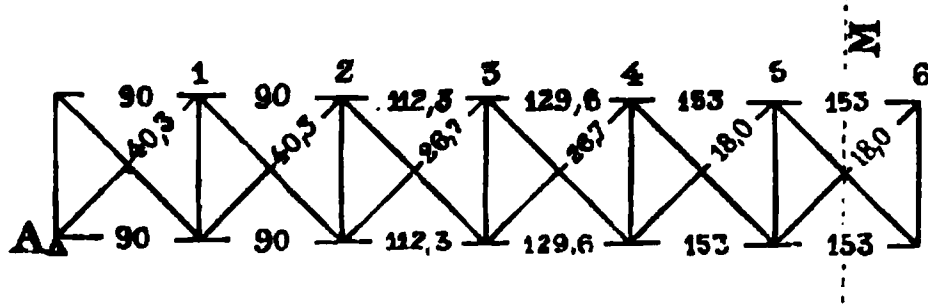
b) Für die Streben nach Gleichung 195):

$$\left. \begin{aligned} N_m &= \mathfrak{B}'_m \frac{1}{\sin \varphi} \\ T_m &= \mathfrak{B}'_m \frac{1}{\sin \psi} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 223)$$

wicht der letztern auf beide Gurtungen gleichmässig vertheilen sollen.

Die Fahrbahntafel konnte sehr leicht werden, da die Querdistanz der Hauptträger nur 9' (oder 2,57 M.), der Längenabstand der Querträger nur 6,1' (oder 1,74 M.) beträgt.

Fig. 178.



Die Fig. 178 giebt für sämtliche Fachwerksglieder diejenigen Querschnittsdimensionen an, welche in die Rechnung einzuführen sind, und zwar angegeben in □Centimetern.

157. Die Verkehrsbelastung kann für die vorstehend beschriebene Brücke direct nach den in Tab. XVII^a. gegebenen Angaben bestimmt werden, indem bei den Brücken der württembergischen Staatsbahn die in genannter Tabelle angenommene Güterlokomotive massgebend ist.

Bei einer Spannweite von 19,25^m finden wir aus Tab. XVII^a

$$p = 1450 \text{ k} \quad k = 4660 \text{ k}$$

$$q = 6110 \text{ k} \quad k^1 = 6600 \text{ k}$$

$$\frac{k + k^1}{2} = 5630 \text{ k}$$

$$q_0 = p + \frac{k + k^1}{2} = 7080 \text{ k},$$

woraus die hauptsächlichsten Grössen wie folgt bestimmt werden:
Grösstes Angriffsmoment in der Trägermitte:

$$M \max \mathfrak{M} = \frac{q l^2}{8} = 282,6 \text{ mts.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I.}$$

Grösste Vertikalkraft am Auflager:

$$M \max \mathfrak{B} = \frac{q_0 l}{2} = 68,14 \text{ tons} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II.}$$

Grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\max \mathfrak{B}_{1/2} = \frac{k^1 l}{8} = 16,156 \text{ tons} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{III.}$$

Kleinste Vertikalkraft am Auflager:

$$\min \mathfrak{B}_1 = \frac{p l}{2} = 13,95 \text{ tons} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV.}$$

1

1

Die Gurtungs-Spannungen und Pressungen sind in dieser Tabelle ziemlich niedrig, indem bei der der Ausführung zu Grunde gelegten Rechnung etwas ungünstigere Axendistanzen für die damals noch nicht genau festgestellte Güterlokomotive angenommen worden waren.

Tabelle XLIX.

$$l = 19.25^m \quad \zeta = 1,8^m \quad \sin \varphi = 0,745$$

Index m =	1	2	3	4	5	6
Angriffsmoment $\mathcal{M}'_{m-1/2}$	23,3 mts	65,3	98,02	121,40	135,45	140,15
$O_m = U_m = \frac{\mathcal{M}'_{m-1/2}}{\zeta}$	12,94 ts	36,28	54,46	67,45	75,25	77,85
Gurtungsquerschnitt Ω in □Cent.	90,0	90,0	112,3	129,6	153,0	153,0
\mathcal{U} od. $\mathcal{B}_m = \frac{O_m}{\Omega}$ od. $\frac{U_m}{\Omega}$	144	403	482	523	492	509
Vertikalkraft \mathcal{B}'_m	31,7 ts	26,95	22,25	17,55	12,80	8,05
$N_m = T_m = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{B}'_m}{\sin \varphi}$	22,42 ts	19,06	15,73	12,41	9,05	5,69
Strebenquerschnitt ω in □Cent.	40,3	40,3	26,7	26,7	18,0	18,0
\mathcal{U} oder $\mathcal{B}_m = \frac{N_m}{\omega}$	556	472	589	465	503	316

Die Querträger sind zwar in der Mitte durch eine Querabsteifung gefasst (vergl. Tafel XI.), doch hat letztere keinen Einfluss auf das grösste Angriffsmoment, welches bei den gegebenen Hebelverhältnissen jedenfalls an den Lastpunkten der Querträger stattfindet und nach Fig. 95 (Fall 12 der Tabelle XXVIII.) durch die Gleichung

$$\max \mathcal{M} = P\lambda$$

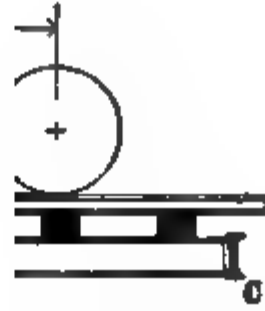
gegeben ist, wo P das in jedem der Lastpunkte eintretende Gewicht, λ den Abstand der Lastpunkte von den Auflagern bezeichnet.

Die grösste Verkehrsbelastung P_1 beträgt nach umstehender Skizze (Fig. 180) für jeden Lastpunkt:

$$(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}) 6000 = 7500 \text{ Kilo,}$$

inig horizontalen Gurtungen.

180.



des Eigengewichts gleich 7800 K.
sich aus Tafel XI. gleich 0,5 m

$$\times 7800 = 3800 \text{ KM.}$$

ste Gurtungsspannung:

$$\frac{ax \mathfrak{M}}{+ \frac{1}{6} \delta \mathfrak{G}_0)}$$

$$= 26,0 \text{ Cent., } \delta = 1 \text{ Cent.,}$$

$$\frac{\quad}{+ 4,33) = 535 \text{ Kilo}}$$

hwellenträger ist in Fig. 181
dem Hebelgesetz:

$$6000 = 5250 \text{ K,}$$

an den zunächst A befindlichen
3 = 2257,3 KM. sich ergibt. —
500 K. betragen soll, so müssen
für 600 K. Spannung berechnet
ndestens $\frac{6}{5} \cdot 2257 = 2708 \text{ KM.}$
wobei uns noch die Höhe der
eben ist. — Die grösste Annähe-
gezeichneten Querschnitt erreicht,
ht von 50,7 K. per Meter und
C. ein Widerstandsmoment von
er in der Ausführung gewählte
chnung entsprechendes Gewicht

hat in der Ausführung folgende

Hauptträger	15270 K	
Hiezu Windkreuze und Absteifung der schiefen Enden	565 K	
		15835 K
Fahrbahn:		
Querträger	3162 K	
Schwellenträger:		
von I Eisen	1910 K	
Blechträger an den Enden . .	600 K	
Schrauben zur Befestigung der Fahrbahn	253 K	
		5925 K
	Total	21760 K

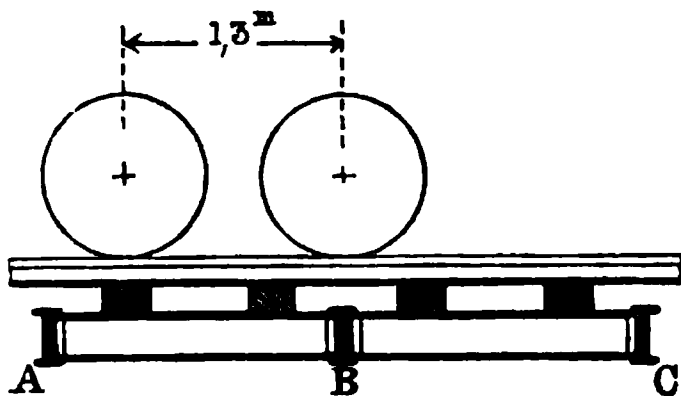
Es ist hienach das Eisengewicht per Meter bei 19,25 m Spannweite:

$$p_1 = 42,7 \text{ l} + 308 = 1130 \text{ Kilo} \text{ I.}$$

Für den Oberbau ist entsprechend der Tabelle XXXVI. per Meter 262 K. hinzuzufügen, woraus

$$p = 42,7 \text{ l} + 570 = 1392 \text{ Kilo} \text{ II.}$$

Fig. 181.



sich ergibt, was mit der obigen Gewichtsannahme gut stimmt, obgleich die Hauptträger, wie schon oben erläutert, etwas stark konstruiert sind.

158. Das mehrfache unsymmetrische System mit horizontalen Gurtungen wird bei Eisenconstructions meist in der Weise angewendet, dass die Diagonalstreben nur auf Zug in Anspruch genommen, also zunächst den Auflagern mit ihren Köpfenden gegen letztere gerichtet sind, wie in Fig. 182 dargestellt ist; die Vertikalen sind hierbei vorzugsweise auf Druck in Anspruch genommen.

Wenn wir die in N^o. 135. aufgeführten Bezeichnungen beibehalten, so erhalten wir beim n-fachen System nach Anleitung von N^o. 139. und 140.:

a) für eine schiefe Strebe, deren beiden Endpunkte mit m und m' bezeichnet sind, nach Gleichung 196):

(10) reicht, so ist für diese Strebe die grösste Vertikalkraft durch $\max \mathfrak{B}_{1/2} (7+10)$ dargestellt. — Wie vorstehend entwickelt, dient dieselbe Vertikalkraft zur Bestimmung der grössten Kraft in den Vertikalen m und m' , was durch unmittelbare Einsetzung dieser Grösse in Gleichung 227) beziehungsweise 227^a) geschieht.

Die Grösse P_u ist hiebei, wenn wir das Eigengewicht $p = Cl + F$ (siehe Gleichung 213) und die Fachweite $= d$ setzen, ausgedrückt durch:

$$P_u = \left\{ k_m + \frac{Cl}{2} + F \right\} d \quad . \quad . \quad . \quad 230)$$

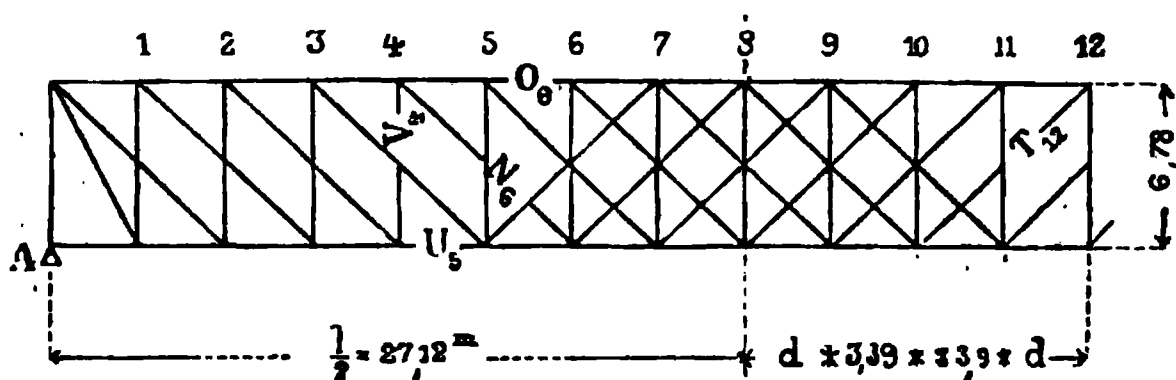
und wird P'_u durch Reduction auf einen Hauptträger hieraus erhalten; bei variabler Fachweite bezeichnet d den mittlern Werth der links und rechts stattfindenden Fachweiten.

159. Als Beispiel eines mehrfachen unsymmetrischen Systems mit horizontalen Trägern wählen wir die Eisenbahnbrücke über die Donau bei Ingolstadt, welche in der Zeitschrift des bayrischen Architekten- und Ingenieurvereins, Jahrgang 1869, veröffentlicht ist.

Diese Brücke hat 3 Oeffnungen von je $52,54^m$ Lichtweite, welche mit freiaufliegenden Trägern von $54,24^m$ Stützweite überspannt sind; Tafel XII. stellt eine dieser Oeffnungen dar; wir ersehen hieraus, dass die theoretische Trägerhöhe, d. h. die Distanz der Gurtungsschwerpunkte $6,78^m$ beträgt, welche Höhe die Anbringung einer zweiten obern Querverbindung gestattete, da die Fahrbahn mit Rücksicht auf das Hochwasser unterhalb angebracht ist.

Die einzelnen Fachwerksglieder sind ganz ähnlich construirt, wie bei der oben beschriebenen Münchner Isarbrücke, wesshalb wir bezüglich der Details der Gurtungen und Vertikalständer auf die Figuren 166, 167 und 169 — 171, soweit nicht Abweichungen aus Tafel XII. sich ergeben, verweisen. — Die beiden Brücken sind auch insofern zur Vergleichung geeignet, als dieselben nahezu dieselbe Spannweite haben und beide von Klett & Comp. in Nürnberg zur Anfertigung übernommen und unter Direction des Herrn H. Gerber ausgeführt wurden.

Fig. 183.



Der wesentliche Unterschied beider Brücken besteht darin, dass bei der Donaubrücke ein doppeltes System angewendet wurde (s. Fig. 183), welches die Distanz der Knotenpunkte auf die Hälfte

§. 16. Fachwerke mit geradlinig horizontalen Gurtungen.

izirt; diese Reduction wirkt beim Hauptträger günstig bezüglich der rückwirkenden Festigkeit der obern Gurtung, ungünstig bezüglich des Gewichts der Vertikalständer, welche letzteren beim doppelten System ohne Beeinträchtigung der relativen Festigkeit halb so stark sein können, als beim einfachen.

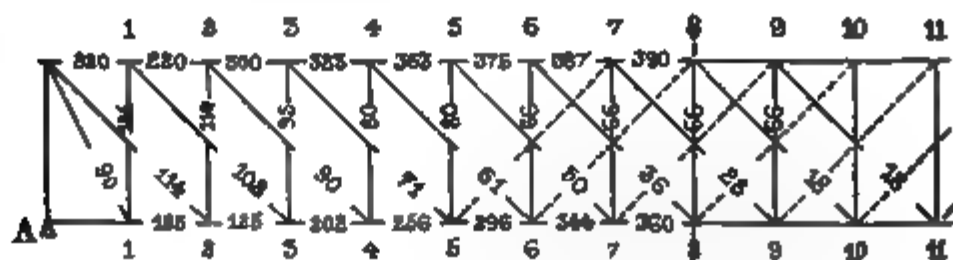
Ähnlich verhält es sich beim Gewichte der Fahrbahn; wählen nämlich die Schwellenträger beim doppelten System der Doppelbrücke entschieden leichter sind, als die 6,275 m langen Schwellenträger der Isarbrücke, so ist anderseits dort das Gewicht der Querträger deshalb grösser, weil die Anzahl der Querträger verdoppelt, das Gewicht des einzelnen Querträgers aber nicht in demselben Verhältnisse geringer ist.

Eine Vergleichung des Gewichts dieser Brücken ist von um so grösserem Interesse, als beide Brücken in jeder Beziehung am besten konstruirt und ganz geeignet sind, der Anwendung der unsymmetrischen Systeme weitere Ausdehnung zu verschaffen. Bei diesen können wir jedoch nicht umhin, auf einen wesentlichen Unterschied zwischen dem symmetrischen und unsymmetrischen System aufmerksam zu machen.

Vergleichen wir nämlich das doppelte symmetrische System (Fig. 177 und Gleichungen 221)–(225), mit dem doppelten unsymmetrischen System, Fig. 128 und Gleichungen 226)–(229), so sehen wir, dass bei gleicher Spannweite, gleicher Trägerhöhe und gleichem Strebewinkel die Zahl und Länge sämtlicher schiefen Streben, sowie die in denselben wirkenden Kräfte in beiden Fällen dieselben sind, wie auch die Formeln 223) und 224) (letztere für $n = 2$) dieselbe Stärke der Streben angeben; es erspart also beim symmetrischen System, entsprechende Steifigkeit der Streben gegen Druck vorausgesetzt, den grössten Theil des Gewichts der Vertikalständer, welche letztere bei diesem System bloss zur Uebertragung des halben Fahrbahngewichts dienen, theilweise durch eine demselben Zwecke dienende Verstärkung der schiefen Streben ersetzt sein können.

Es kommt nun lediglich auf die näheren Verhältnisse an, ob der entschiedene Vortheil der symmetrischen Systeme nicht etwa durch andere Umstände ganz oder theilweise aufgehoben oder ob

Fig. 184.



nach Umständen vollständig erhalten werden kann; keinesfalls aber a priori dem unsymmetrischen System ein unbedingter, relativer Vortheil zugeschrieben werden.

160. Uebergehend zur Berechnung der Ingolstadter Donaubrücke stellen wir zunächst in Fig. 184 die Querschnittsdimensionen sämtlicher Fachwerksglieder zusammen, wie dieselben in der Mittheilung der Zeitschrift des bayrischen Architekten- und Ingenieurvereins gegeben sind.

Ebendasselbst finden wir das Eigengewicht der Brücke zu 3440 K., die variable Last zu 4840 K. per Meter und Geleise angegeben, woraus $q = p + k = 8280$ K. sich ergibt; wir setzen $k_1 = k$ und $q_1 = q$, indem dieselbe Belastungsweise wie in N^o. 152. angenommen wurde. — Aus vorstehenden Gewichtsangaben folgt:

Grösstes Angriffsmoment in der Trägermitte:

$$M \max \mathfrak{M} = \frac{q l^2}{8} = \frac{8280}{8} 54,24^2 = 3040,5 \text{ mts.} \quad \text{I.}$$

Grösste Vertikalkraft am Auflager:

$$\max \mathfrak{B}_1 = \frac{q l}{2} = 8280 \frac{54,24}{2} = 224,4 \text{ tons} \quad \text{II.}$$

Grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\max \mathfrak{B}_{1/2} = \frac{k l}{8} = 4840 \cdot \frac{54,24}{8} = 32,8 \text{ tons} \quad \text{III.}$$

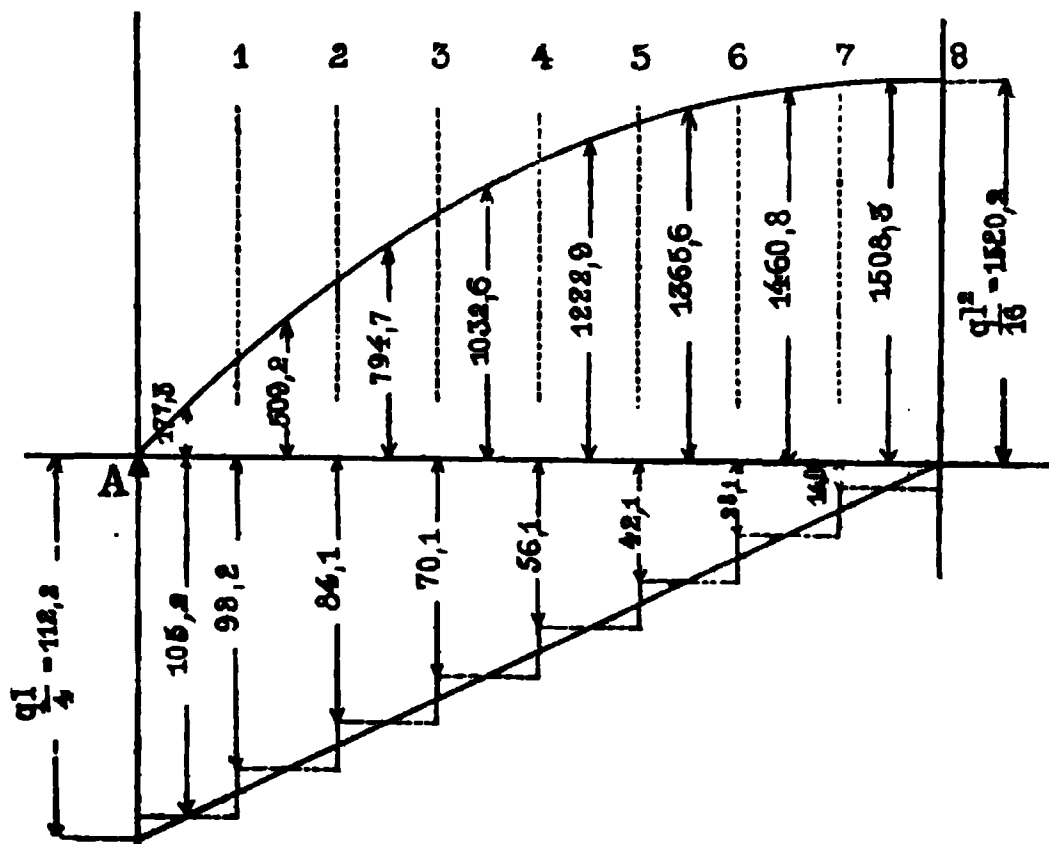
Kleinste Vertikalkraft am Auflager:

$$\min \mathfrak{B}_1 = \frac{p l}{2} = \frac{3440 \cdot 54,24}{2} = 9,32 \text{ tons} \quad \text{IV.}$$

Äusserste Lage des Punkts $\mathfrak{B} = 0$:

$$\left. \begin{aligned} a &= 54,24 \left\{ \frac{3440}{7850} \pm \sqrt{0,711 + 0,711^2} \right\} = 21,31 \text{ m} \\ l - a &= 54,24 - 21,31 = 32,93 \text{ m} \end{aligned} \right\} \quad \text{V.}$$

Fig. 185.



Fachwerke mit geradlinig horizontalen Gurtungen.

Tabelle
 $q = 8280^k$ $l = 54,24^m$

Index $m =$	1	2	3
$\max B'_{1/2(m+m')}$	105,2 ^m	98,2	84,1
$\sin \varphi$	0,899	0,707	0,707
$B_m = \frac{1}{2} B'_{1/2(m+m')} \frac{1}{\sin \varphi}$	58,5 ^m	69,4	59,5
$\cos \varphi$	0,448	0,707	0,707
$N_m \cos \varphi$	26,3 ^m	49,1	42,05
$\Sigma_m (N \cos \varphi)$	$\frac{26,3}{49,1}$ 75,4	$\frac{49,1}{42,05}$ 91,15	$\frac{42,05}{35,05}$ 77,10
ϑ	4,50 ^m	3,27	3,25
$\phi - \vartheta$	2,28 ^m	3,51	3,53
$B'_{m-1/2}$	177,3 ^m	509,2	794,7
$= \frac{B'_{m-1/2}}{\phi} + \frac{\vartheta}{\phi} \Sigma_m (N \cos \varphi)$	76,1 ^m	119,0	154,2
Ω	220	220	300
$B_m = O_m \frac{1}{\Omega}$	386 ^k	541	514
$\frac{B'_{m-1/2}}{\phi} - \frac{\phi - \vartheta}{\phi} \Sigma_m (\cos \varphi)$		27,9 ^m	27,1
Ω		125	125
$\mathfrak{N} = U_m - \frac{1}{\Omega}$		223 ^k	616

L.

$$\xi = 6,78^m.$$

4	5	6	7	8
70,1	56,1	42,1	28,1	14,0
0,707	0,707	0,707	0,707	0,707
49,6	39,7	29,8	19,9	9,9
0,707	0,707	0,707	0,707	0,707
35,05	28,05	21,05	14,05	7,00
$\frac{35,05}{28,05}$ 63,1	$\frac{28,05}{21,05}$ 49,1	$\frac{21,05}{14,05}$ 35,1	$\frac{14,05}{7,0}$ 21,05	7,0
3,21	3,15	3,06	2,83	1,7
3,57	3,63	3,72	3,95	5,1
1032,6	1222,9	1365,6	1460,8	1508,3
182,2	203,1	217,2	224,2	224,2
823	363	375	387	390
564	560	579	579	574
119,0	154,0	182,1	203,2	220,7
202	256	296	364	360
589	602	612	591	613

Dieselbe Vertikalkraft dient auch mittelst Gleichung 227) zur Bestimmung der Kräfte in den Vertikalen V_m und V_m' , wie des Näheren aus den Gleichungen 227) und 227^a) ersichtlich. — Wegen Bestimmung der Kräfte P_o und P_u ist hier zu bemerken, dass das Eisengewicht der Brücke für die Hauptträger sammt Verspannungen per laufenden Meter 2224^k, für die Fahrbahntafel 685^k beträgt; für den Oberbau und Bedielung ist somit 431^k per Meter gerechnet.

Es sind nun in Tabelle LI. hienach die Kräfte in den schiefen Streben und Vertikalen zusammengestellt und die bezüglichen Querschnitte nach Massgabe von Fig. 184 beigesetzt; hieraus ergeben sich durch eine einfache Division die Spannungen \mathfrak{A} und mittleren Pressungen \mathfrak{B}_m . — In den Vertikalen (9) und (10) herrscht bei Belastung bis (8) beziehungsweise (9) Zug, weil P'_u grösser als die Vertikalkraft \mathfrak{B}'_m ist; weiterhin aber, das heisst in den Vertikalen 11 — 15 herrscht wieder Druck, indem jenseits der Abscisse 1—a die Strebenrichtung sich ändert und negative V nunmehr Druck bedeuten.

Wir entnehmen den Tabellen L. und LI., dass die grösste Spannung \mathfrak{A} in den schiefen Streben sowohl, wie in den untern Gurtungen je durchschnittlich 600 K. beträgt, während die obere gedrückte Gurtung mit 570 K., die Vertikalständer in den äussern Fachen mit 350 Kilo in Anspruch genommen sind. Es ist letzteres ganz in Uebereinstimmung mit den Bemerkungen in N^o. 159., woselbst aufmerksam gemacht ist, dass die kleinere Entfernung der Knotenpunkte (gegenüber dem einfachen System) bei den obern Gurtungen vortheilhaft sei (weil das Verhältniss $\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}}$ nur wenig von der Einheit abweicht), während die Vertikalständer in Bezug auf relative Festigkeit ungünstiger sich verhalten und bei ihrer grösseren Anzahl um so mehr Material erfordern.

Wie schon in N^o. 159. angedeutet, sind die Münchner Isarbrücke und die Ingolstadter Donaubrücke per Längeneinheit ziemlich gleich schwer geworden, und zwar ist letztere etwa in dem Maasse schwerer, als die Spannweite grösser ist.

Bei Berechnung der Brücke wurde nach der in N^o. 154. dargelegten Weise eine ideelle Maximalspannung von 1200 K. zu Grunde gelegt (indem bei den Hauptträgern das Eigengewicht 1,2mal, die variable Last 2,5mal gerechnet wurde); nach der Beschreibung in der Zeitschrift des bayrischen Architekten- und Ingenieurvereins soll die grösste Spannung bei einfach variabler Last 613 Kilo pro □Cent. betragen, was mit den Resultaten unserer Tabelle L. vollständig übereinstimmt.

g horizontalen

$$- F = 41 . 1$$

1	2
212,4 ^{te}	200
0.899	0,70
59,05 ^{te}	70,
90	11
656	65
18105 ^{te}	24
53100 - 9050 44050	50 - 19 380
2827	37
44125 1413 45532	38 1 400
124	1
367	8

LI.

$k = 4840^k \quad q = p + k = 8280^k \quad d = 3,39^m$

5	6	7	8	9	10	Bemerkungen.
128,4	104,6	80,7	56,7	32,8	13,0	<p>Die Werthe V_m' sind durchweg grösser als die Werthe V_m, welche in dieser Tabelle für dieselbe Belastung, nämlich für eine von B bis $\frac{1}{2}(m+m')$ sich erstreckende Ueberlast berechnet sind.</p> <p>Die Werthe V_m' sind grösser als die Werthe V_m um die Grösse $\frac{1}{2} (\frac{1}{4} k d)$, wie in N^o. 151. erläutert.</p>
0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	
45,40	37,0	28,5	20,05	16,60	4.60	
71	61	50	36	28	18	
639	606	571	557	414	255	
24300	24300	24300	24300	24300	24300	
$\begin{array}{r} 32100 \\ - 17150 \\ \hline 19950 \end{array}$	$\begin{array}{r} 26150 \\ - 12150 \\ \hline 14000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20175 \\ - 12150 \\ \hline 8025 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14175 \\ - 12150 \\ \hline 2025 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8200 \\ - 12150 \\ \hline - 3940 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3250 \\ - 12150 \\ \hline - 8890 \end{array}$	
3770	3770	3770	3770	3770	3770	
$\begin{array}{r} 20175 \\ 1885 \\ \hline 22060 \end{array}$	$\begin{array}{r} 14175 \\ 1885 \\ \hline 16060 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8200 \\ 1885 \\ \hline 10085 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3250 \\ 1885 \\ \hline 5135 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1400 \\ 1885 \\ \hline 3285 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6110 \\ 1885 \\ \hline 8995 \end{array}$	
80	66	66	66	66	66	
276	242	152	78	—	—	

beiden Gurtungen noch ganz willkürlich wählen, muss aber dann die andere Gurtung entsprechend der Gleichung 233) nehmen; ist eine der Gurtungen eine Gerade oder eine Parabel von senkrechter Axrichtung, so muss nothwendigerweise auch die andere Gurtung eine Parabel (oder nach Umständen eine Gerade) sein.

Die parabolischen Träger haben in der Regel eine, manchmal auch beide Gurtungen nach Form einer Parabel gekrümmt.

Die Kräfte in den Gurtungen sind im Falle der gleichförmigen Maximallast am grössten; für diesen Fall ist bei parabolischen Trägern, wie schon bemerkt, die horizontale Composante sämtlicher Gurtungskräfte constant und durch die in Gleichung 232) bestimmte Grösse R gegeben; es folgt hieraus, indem mit R' und M' die auf einen Hauptträger reduzirten R und M bezeichnet werden:

Grösste Kraft in der obern Gurtung:

$$\max O_m = \frac{R^1}{\cos \beta_m} = \frac{M'_x}{S_x} \cdot \frac{1}{\cos \beta_m} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 234)$$

Grösster Druck in der oberen Gurtung:

$$\vartheta_m = \frac{1}{\Omega} \cdot \frac{R'}{\cos \beta_m} 235)$$

Ferner grösste Kraft in der untern Gurtung:

$$\max U_m = \frac{R^1}{\cos \gamma_m} = \frac{1}{\cos \gamma_m} \cdot \frac{M'_x}{S_x} \dots \dots \dots 236)$$

Grösste Spannung in der untern Gurtung:

[illegible]

Die Gurtungswinkel β und γ nehmen bei gekrümmten Gurtungen gegen die Auflager hin an Werth zu und finden zunächst den letzteren die grössten Gurtungskräfte statt; ist beim parabolischen Träger eine der Gurtungen gerade, so bleibt in derselben die Gurtungskraft im Falle der gleichmässig vertheilten Belastung auf die ganze Trägerlänge constant.

162. Die vorstehend bestimmten Gurtungskräfte sind ganz unabhängig von der Wahl des Strebensystems; die Strebenkräfte, welche nur bei einseitiger Belastung in Wirkung kommen, werden beim einfach symmetrischen System nach Gleichung 182), beim einfach unsymmetrischen System nach Gleichung 188), beim mehrfachen System nach Gleichung 194) bestimmt; die Vertikalstände unsymmetrischer Systeme nach den Gleichungen 192)—194^a), beziehungsweise 197) und 197^a). — Für jede Art der Belastung können hienach die Strebenkräfte durch Anwendung der bezüglichen allgemeinen Formeln gefunden werden.

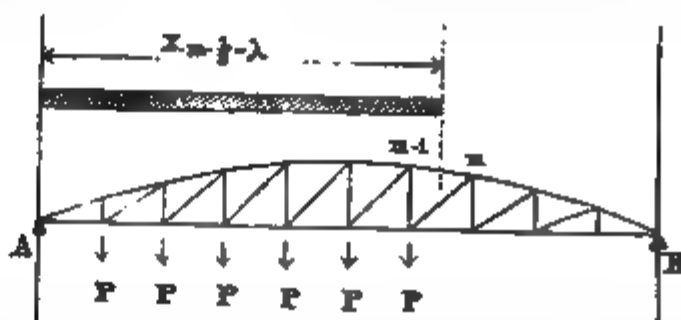
Um hierbei nicht eine sozusagen unbeschränkte Anzahl von Belastungsarten in Rechnung nehmen zu müssen, wird man in

möglichst allgemeiner Weise diejenige Stellung der Ueberlast bestimmen müssen, für welche die Strebenkraft ihren grössten Werth erreicht, und ist denn auch wiederholt bewiesen worden, dass die schiefen Streben (Diagonalen) parabolischer Träger dann am meisten in Anspruch genommen sind, wenn vom Auflager bis zu der betrachteten Strebe sämtliche Knotenpunkte mit der Maximallast, die übrigen Knotenpunkte (beginnend mit dem jenseitigen Endpunkt der betrachteten Strebe) nur mit dem Eigengewicht behaftet sind; in diesem Falle findet in dem durch die betrachtete Strebe gegebenen Felde die grösste Vertikalkraft statt.

Ueber diejenige Belastung, welche die Vertikalständer am meisten in Anspruch nimmt, sind in N^o. 151. die bezüglichen Regeln gegeben.

Es ist in Fig. 187 diejenige Belastung dargestellt, durch welche die Diagonalstreben, sowie die links, beziehungsweise rechts befindlichen Vertikalständer am meisten in Anspruch genommen

Fig. 187.

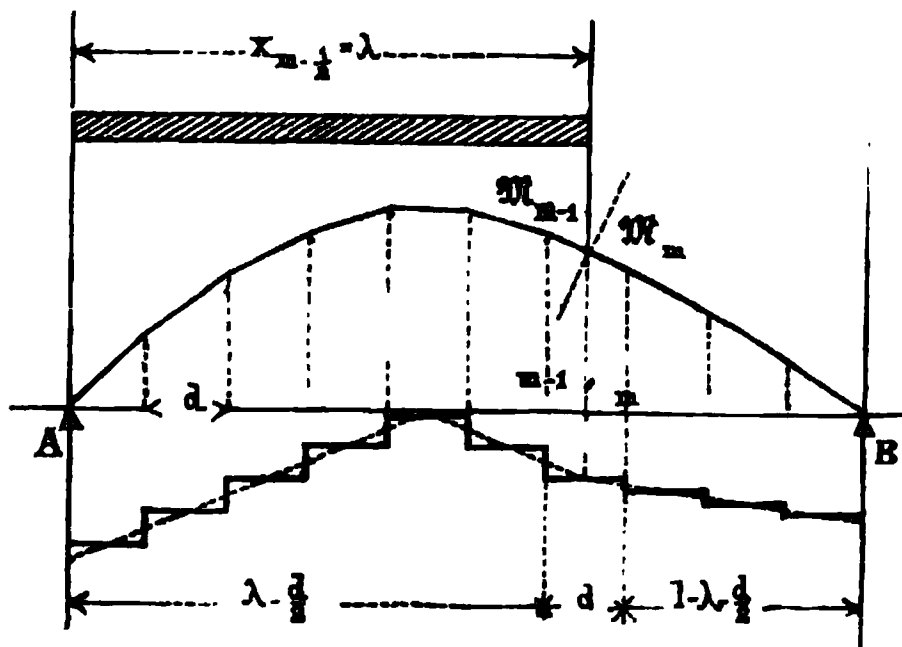


werden; eine gleichförmig vertheilte Last erfüllt diese Bedingung dann genau, wenn sie bis zur Mitte der betrachteten Strebe vorge-rückt ist, während das im halbbelasteten Felde befindliche variable Gewicht im letzten der belasteten Knotenpunkte concentrirt ge-dacht wird. — Letztere Voraussetzung ist aber überhaupt noth-wendig, wenn Fig. 130^b und Fig. 137, sowie die Gleichungen 176^a) und 178^a) ganz correct sein sollen, wie schon in N^o. 127. erläu-tert ist.

Da zur Bestimmung der Strebenkräfte gekrümmter Träger gemäss den oben citirten Gleichungen je mehrere gleichzeitige Werthe von \mathfrak{M} und \mathfrak{S} nothwendig sind, so ist sehr wichtig, dass für die der grössten Strebenkraft entsprechende Stellung der va-riablen Last die betreffenden gleichzeitigen Werthe \mathfrak{M} und \mathfrak{S} sich schnell auffinden lassen. — Es geschieht diess, wie in N^o. 128. mittelst der Gleichungen 175) und 176^a) — 179^a), wobei zum bes-sern Verständniss und zur näheren Erläuterung der angewendeten Bezeichnungen in umstehender Fig. 188 die der fraglichen Be-lastung entsprechenden Kurven \mathfrak{M} und \mathfrak{S} gezeichnet sind. — In-dem wir $x_m - \frac{1}{2}l = \lambda$ setzen und die Fachweite d einführen, so

Man erhält für Bewegung der Last von A bis zur Mitte des Faches $(m - 1) m$:

Fig. 188.



$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{\mathbf{p} \mathbf{l}}{2} + \lambda \mathbf{k} \frac{2\mathbf{l} - \lambda}{2\mathbf{l}} \\ \mathbf{B} &= \frac{\mathbf{p} \mathbf{l}}{2} + \lambda \mathbf{k} \frac{\lambda}{2\mathbf{l}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 238)$$

[illegible]
$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{U - \lambda}{2l} + \frac{d^2 k}{8l} \\ B &= \frac{pl}{2} + \lambda k \frac{\lambda}{U} - \frac{d^2 k}{8l} \end{aligned} \right\} \dots \dots 238^a)$$

Die Angriffsmomente, welche gleichzeitig mit $\max \mathfrak{B}_m$ stattfinden, werden nach den Gleichungen 176^a) und 179^a) bestimmt:

[illegible]

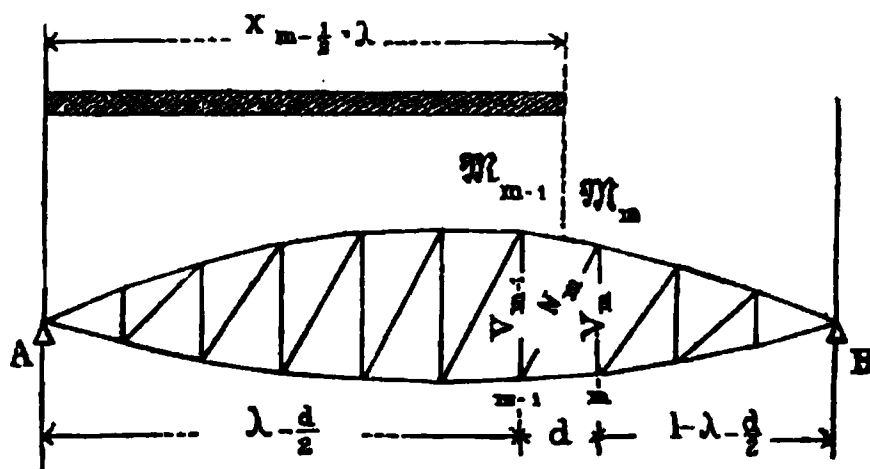
$$M_{m-1} = B (1 - \lambda - \frac{1}{2} d) - \frac{p}{2} (1 - \lambda - \frac{1}{2} d)^2 241)$$

Strebe gegen die Vertikale $\max \frac{M}{S}$, somit in jedem Felde gegen den grösseren der beiden Werthe $\frac{M}{S}$ gerichtet ist.

Bei den parabolischen Trägern findet (wie man sich durch eine einfache Rechnung überzeugen kann) bei stetig vorschreitender gleichförmiger Belastung $\max \frac{M}{S}$ stets im belasteten Theile statt und — was für die Bestimmung der Kräfte in den Vertikalen von Wichtigkeit ist — auch nicht im letzten der belasteten Punkte, sondern stets näher dem betrachteten Auflager.

Der Fusspunkt derjenigen Strebe N_m , bis zu welcher die Last vorgerückt ist, befindet sich daher (weil bei dem betrachteten System die Diagonalstreben stets auf Zug in Anspruch genommen sind), stets auf derjenigen Seite, von welcher die Last eingerückt ist, wie solches in Figur 189 dargestellt ist.

Fig. 189.



Zur Bestimmung der Kräfte in den Vertikalen ist vorherige Kenntniss der Strebenrichtung nothwendig und zwar für beide angrenzende Felder; nach vorstehenden Erläuterungen ist nun der Punkt $\max \frac{M}{S}$ stets im belasteten Theil der Brücke und soweit von der Spitze der Ueberlast entfernt, dass nicht nur im Fache $(m - 1) m$, bis zu welchem die Last vorgerückt ist, sondern auch im vorhergehenden Fache die Fusspunkte der (gezogenen) Streben gegen die belastete Seite gerichtet sind, was in gleicher Weise für alle Felder im unbelasteten Theile der Brücke gilt; es ist daher bei den Vertikalen m und $(m - 1)$ stets Gleichung 192) oder 193) anzuwenden, und zwar erstere stets, wenn die Last von A, letztere wenn sie von B einrückt.

Wenn wir das Feld $(m - 1) m$, in dessen Mitte die Last vorgerückt ist, und die beiden, dieses Feld begrenzenden Vertikalen V_{m-1} und V_m ins Auge fassen, so ist nach den Erläuterungen in N° 151. bei oben aufliegender Fahrbahn stets die letzte der belasteten Vertikalen, bei unten aufliegender Fahrbahn stets

die erste der unbelasteten Vertikalen je mit ihrer Maximalanstrengung behaftet, und kann man daher für unsymmetrische Systeme mit gezogenen Diagonalen zur Berechnung der Kräfte in den Vertikalen folgende Regeln geben:

1) Bei oben aufliegender Fahrbahn findet statt,

a) wenn die Last von A bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist:

$$\max V_{m-1} = \mathfrak{B}'_m - P'_{u_{m-1}} + \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\mathfrak{L}_{m-1}} (\operatorname{tg} \beta_m + \operatorname{tg} \gamma_{m-1}) \quad (247)$$

b) wenn die Last von B bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist:

$$\max V_m = -\mathfrak{B}'_m - P_{u_m} - \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{L}_m} (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \gamma_{m+1}) \quad . \quad (248)$$

2) Bei unterhalb angebrachter Last findet statt,

a) wenn die Last von A bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist:

$$\max V_m = \mathfrak{B}'_m + P'_{o_m} + \frac{\mathfrak{M}'_m}{\mathfrak{L}_m} (\operatorname{tg} \beta_{m-1} - \operatorname{tg} \gamma_m) \quad . \quad (249)$$

b) wenn die Last von B bis $m - \frac{1}{2}$ gerückt ist:

$$\max V_{m-1} = -\mathfrak{B}'_m + P'_{o_{m-1}} - \frac{\mathfrak{M}'_{m-1}}{\mathfrak{L}_{m-1}} (\operatorname{tg} \beta_{m-1} + \operatorname{tg} \gamma_m) \quad (250)$$

In den Gleichungen 247) bis 250) ist der Coordinatenursprung in A und die Richtung der Schwere als die positive angenommen; wenn alle Vorzeichen richtig angewendet werden, bedeuten positive V Druck, negative V Zug.

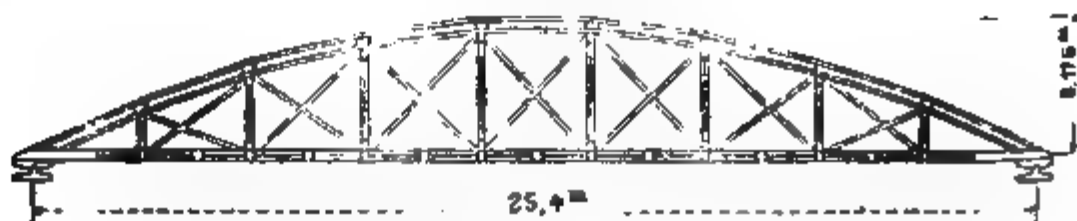
Eine Vereinfachung dieser Formeln tritt dann ein, wenn die untere Gurtung, wie dies meist der Fall, geradlinig horizontal ist, wo alsdann die Glieder mit γ wegfallen. — Man kann übrigens in diesen Fällen (wenn die untere Gurtung horizontal ist) V auch nach der Gleichung bestimmen:

$$V_m \text{ oder } V_{m-1} = N_m \sin \varphi - P'_u \quad . \quad (251)$$

wo stets die am Fusspunkt der Strebe N_m befindliche Vertikale gemeint ist, deren unterer Knotenpunkt mit P'_u belastet ist.

164. Eine der ersten Anwendungen parabolischer Träger in Deutschland zeigt die Brahebrücke bei Czerk, an der Thorn-

Fig. 190.



Bromberger Bahn, deren Eisenconstruction von Herrn J. W. Schwedler projectirt und in der „Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam, Jahrgang 1861“, veröffentlicht wurde.

Die Brücke ist für ein einziges Geleise construiert und hat 81' preussisch oder 25,4_m Spannweite (Stützweite), welche in 9 Fache von je 2,82^m Weite abgetheilt ist. Das Eigengewicht beträgt per laufenden Fuss 1000 alte Pfund oder 1490 Kilo per Meter und zwar ist annähernd $p = 750 + 26,3 l$, wo $F = 750 k$ das Gewicht der Fahrbahn per Meter bedeutet; die grösste variable Last k wurde zu 3000 Pfund per laufenden Fuss oder 4470 Kilo per Meter gerechnet, welche Last auch für die einseitige Belastung beibehalten wurde. Die grösste Spannung wurde zu 10000 alte Pfund per □" oder 684 Kilo per Quadratcentimeter angenommen.

Die Berechnung der Gurtungsstärke geschah entsprechend unsern Formeln 234, beziehungsweise 236, indem in letzterer Gleichung durchaus $\cos \gamma = 1$ zu setzen ist; es wurde auch in der obern Gurtung ein gleichmässiger Querschnitt beibehalten, indem in der Trägermitte die Gurtungskraft nur circa 10 % geringer ist; es wurden in der obern Gurtung 118 Quadratcentimeter, in der untern Gurtung 108 Quadratcentimeter nutzbarer Querschnitt angenommen (wobei die Nietlöcher in Abzug gebracht sind).

Für Berechnung der Diagonalen hat Herr Schwedler eine sehr einfache Formel entwickelt, welche unter Beibehaltung der von uns gewählten Bezeichnungen sich ausspricht:

$$\max N_m = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot \frac{kdl}{8f} \quad . \quad . \quad . \quad 252)$$

welche Gleichung auch richtig sein muss, wenn ein mit der Länge der Ueberlast wechselndes k genommen wird; da im vorliegenden Falle $f = \frac{1}{8} l$ war, so vereinfachte obige Gleichung sich weiterhin:

$$\max N_m = \frac{1}{\cos \varphi} \cdot kd \quad . \quad . \quad . \quad 252^a)$$

Nach den Gleichungen 252) beziehungsweise 252^a) nimmt unter der Voraussetzung eines constanten k die Kraft in den Diagonalen von dem Ende gegen die Mitte, wo $\frac{1}{\cos \varphi}$ seinen grössten

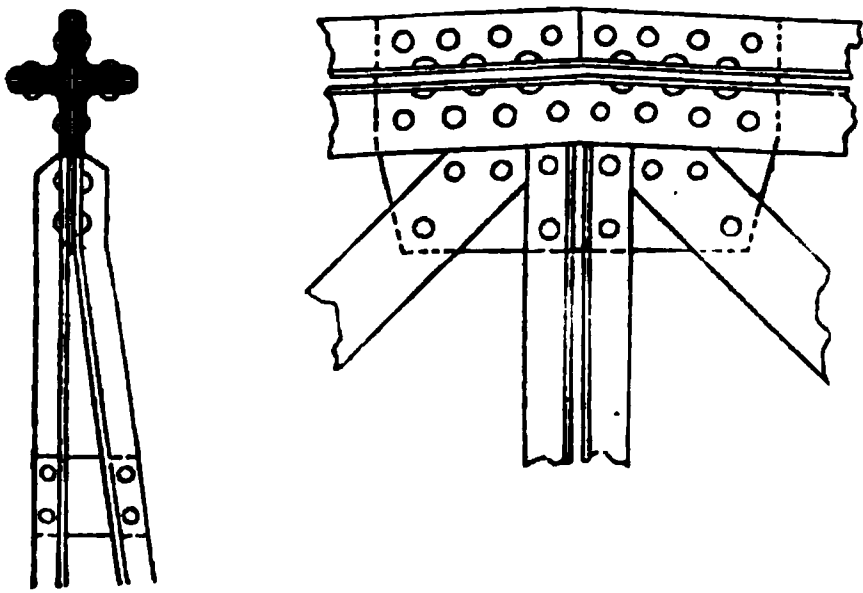
Werth hat, stetig zu, und zwar beim vorliegenden Beispiel im Verhältnisse von 1,09 bis zu 1,5. — Wenn man jedoch mit Rücksicht auf einseitige Belastung k_m ähnlich der in Figur 134 gegebenen Darstellung wechselnd annimmt, so sind von A ausgehend die mit ihrem Fusspunkte gegen A gerichteten Streben zwischen A und der Brückenmitte ziemlich gleich angegriffen, am Beginn der Bewegung sogar noch grösser als in der Mitte; in der zweiten Brückenhälfte nimmt die Anstrengung der Diagonalen stetig bis zum Auflager B ab.

In der Ausführung wurden alle Diagonalen gleich stark gehalten, was den Eigenschaften des Parabelträgers nach Vorstehendem ziemlich entsprechend ist.

Gegenstreben lediglich durch den Werth $\left(\frac{M_m}{S_m} - \frac{M_{m-1}}{S_{m-1}} \right) \frac{1}{\cos \varphi}$ gegeben; eine grössere Maximalanstrengung der Hauptdiagonalen könnte nur dann stattfinden, wenn auch in der Gegenstrebe noch eine Kraft wirkte, d. h. wenn die ursprüngliche Anspannung des Systems so gross war, dass sämtliche Diagonalen stets gespannt bleiben. (Zu vergl. N^o 137.)

166. Herr J. W. Schwedler hat in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen, Jahrgang 1868, den Entwurf einer Parabelbrücke publizirt, welche für die kleinen Oeffnungen der Elbbrücke bei Meissen bestimmt war, aber an einem andern Orte zur Ausführung kam; die Spannweite beträgt 69' preussisch oder 21,6^m, welche Weite in 6 Fache von 9' (2,82^m) und 2 Endfelder von 7,5' (2,35^m) abgetheilt ist.

Fig. 192.



Die Gurtungen, deren Querschnitt in beistehender Figur 192 skizzirt ist, bestehen je aus 4 Winkleisen von je 4 Zoll (104^{mm}) Schenkellänge und $\frac{1}{2}$ Zoll (13^{mm}) Stärke und sind nach einem Polygon gebogen; ihre Verbindung mit den Vertikalen u. Diagonalstreben ist gleichfalls aus Figur 192 ersichtlich. Die Stossplatten in den Knotenpunkten, sowohl horizontale als vertikale, sind

$\frac{1}{2}$ Zoll oder 13^{mm} stark, an den Knotenpunkten sind je zwei einander diagonal gegenüberstehende Winkleisen gestossen, während die beiden andern durchgehen; hiedurch ist ermöglicht, dass der volle Querschnitt der Winkleisen durch möglichst gleichmässig in Anspruch genommene Futterbleche (welche theilweise auch zur Befestigung der Diagonalen dienen) ersetzt werden konnte.

Das Eisengewicht dieser Brücke ist auf circa 390 Centner oder 19500 Kilo veranschlagt, wovon circa 140 Centner oder 7000 Kilo auf die Fahrbahn kommen; bei einer Spannweite von 21,6^m beträgt daher das per laufenden Meter ausgedrückte Eisengewicht

$$p' = 325 + 27 \cdot 1 = 900 \text{ Kilo.}$$

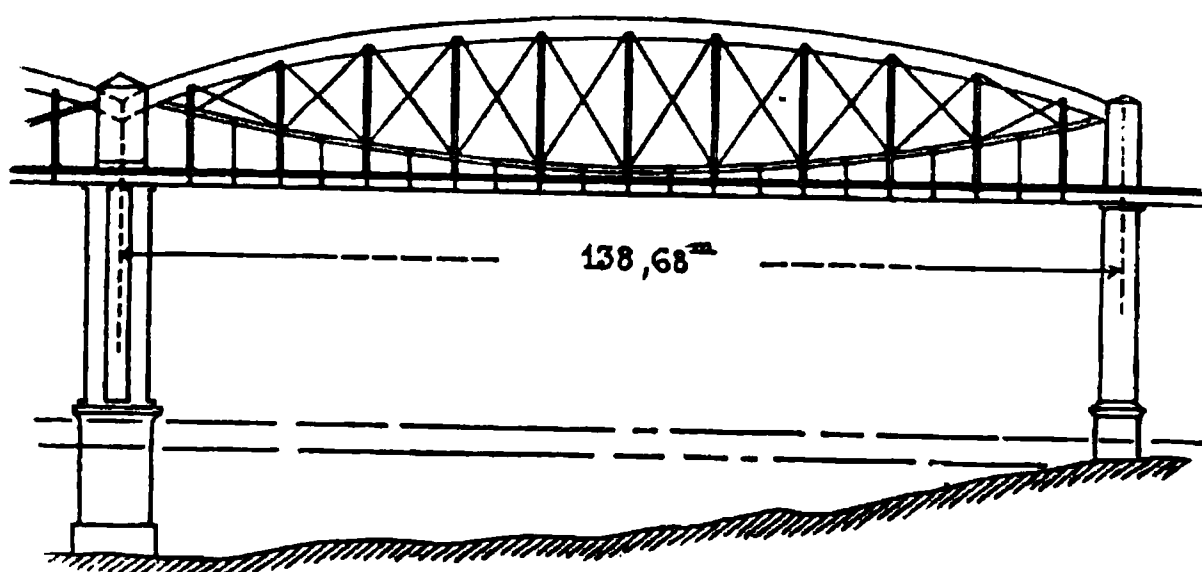
Hiebei soll die grösste Spannung jedenfalls unter 10000 Pfund per Quadratzoll sein, was circa 700 Kilo per Quadratcentimeter ergibt. Die variable Last wurde zu 3400 Pfund per Fuss oder 5440 Kilo per Meter gerechnet.

Bei vorstehenden Angaben über Eigengewicht und Belastung ist vorausgesetzt, dass die Gewichtsangaben in der „Zeitschrift für

Bauwesen“ sich auf Zollpfund beziehen; sollten alte Pfunde gemeint sein, so müssten sämtliche nach Kilogrammen angegebenen Gewichtsangaben im Verhältniss von 0,92 kleiner gesetzt werden.

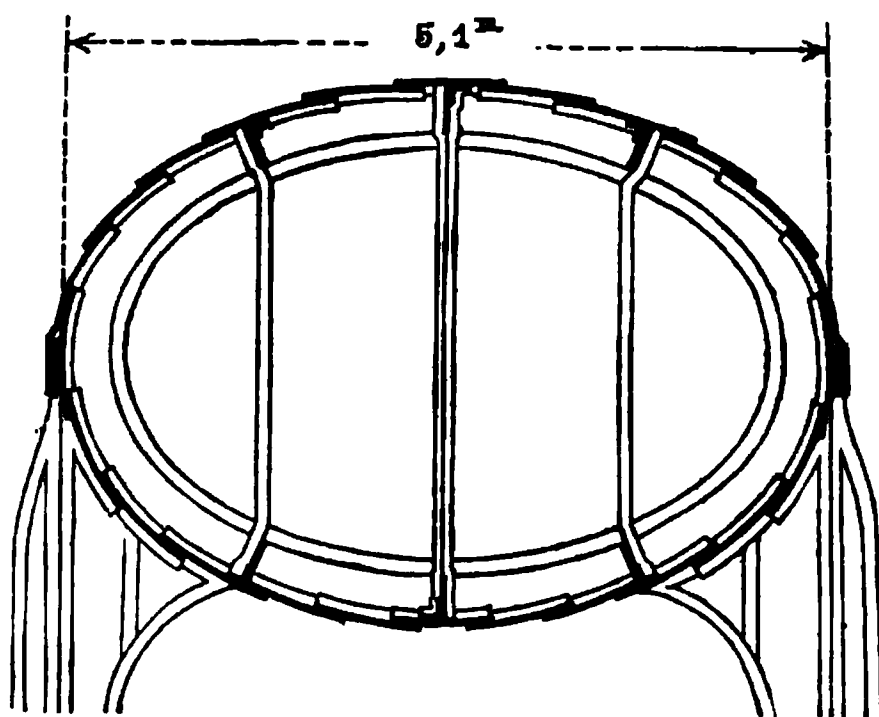
167. Die Royal-Albertbrücke bei Saltash hat zwei grosse Oeffnungen, welche mit Parabelträgern von 455' englisch oder 138,68^m Spannweite überbrückt sind; diese Brücke ist durch Isambard Kingdom Brunel (den Sohn des Erbauers des Themsekanals) in den Jahren 1856 — 1858 projectirt und angefertigt worden; einer der Hauptträger ist in beistehender Figur 193

Fig. 193



in seiner Längenansicht dargestellt. Die obere gedrückte Gur- tung besteht aus einer Röhre von Eisenblech, deren Breite

Fig. 194.



5,1^m und deren Höhe 3,66^m beträgt. Die Röhre, deren Querschnitt in Fig. 194 dargestellt ist, besteht aus 24 über einander geplatteten Flacheisen, welche durch 6 Längsrippen von 356^{mm} Höhe und 13^{mm} Dicke verstärkt sind; letztere dienen insbesondere zur Aussteifung der Röhre und sind hierin durch besondere Ausstei-

fungringe von etwa 50 Cent. Höhe unterstützt, welche letztere in Längenabständen von je 6,1^m angebracht sind. Die Röhre geht an den Enden behufs besseren Aufliegens in viereckige Form über.

Die untern Bänder bestehen für jedes Geleise aus 4 Ketten, deren je zwei über einander angebracht und durch Vertikalanker verbunden sind (vergl. Fig. 193). Diese Ketten haben je 14 Glieder von 17,8^{mm} Breite und 25,4^{mm} Dicke, abwechselnd mit je 15 Gliedern von derselben Breite und 24,8^{mm} Dicke; jedes Kettenglied ist 6,096^m lang, welche Länge zugleich den Abstand der Aufhängepunkte der Kette angiebt. Die Vertikalständer des Fachwerks sind in der doppelten Distanz von 12,192^m angebracht, und bestehen je aus zwei Flacheisen und 10 Winkleisen von zusammen 173 □Centimeter Querschnitt; es sind diese Vertikalständer zu beiden Seiten des Geleises und somit auf jeder Seite der obern Röhre angebracht.

Die Diagonalstreben sind auf jeder Seite des Geleises und zwar je als Kreuzstreben vorhanden; je zwei dieser Diagonalen haben somit die ganze auf ein Fachwerksfeld treffende Strebenkraft aufzunehmen; ihr Querschnitt wechselt, indem er bei einer Breite von 178^{mm} von den Auflagern gegen die Mitte von 45 bis zu 55 Quadratcentimeter zunimmt. Die Zunahme der Strebenkraft gegen die Mitte entspricht der für die Brahebrücke entwickelten Gleichung 252), für den Fall, dass die variable Belastung k für jede Länge der Ueberlast constant angenommen wird.

Die Fahrbahn zeigt Blechträger von 2,54^m Höhe, welche theils an den Vertikalständern befestigt, theils an den zwischenliegenden Kettenträgern aufgehängt sind; die Weite, welche diese Blechträger zu überspannen haben, beträgt somit 12,2^m. Zwischen diesen Fahrbahnträgern liegen Querträger von 356^{mm} Höhe, welche eine Bedielung und über derselben eine Beschotterung zur Aufnahme des Bahnoberbaues betragen.

Das Eisengewicht der Brücke beträgt nach annähernd übereinstimmenden Angaben 912 tons, wovon 156 tons auf die Fahrbahn, 756 tons auf die Hauptträger kommen; hienach beträgt das Eisengewicht per laufenden Meter

$$p' = 39,3 \text{ t} + 1125 = 6575 \text{ Kilo.}$$

Bei einer Belastung von 1 ton per laufenden Fuss englisch oder 3333 Kilo per Meter soll der Druck in der Röhre 660 Kilo per Quadratcentimeter betragen.

§. 18. Gekrümmte, nicht parabolische Träger.

168. Die Formeln für Träger, welche weder geradlinig horizontal, noch parabolisch sind, haben wir in den N^o. **131.—143.** in der allgemeinsten Weise entwickelt und sind, je nachdem ein einfaches oder mehrfaches, ein symmetrisches oder unsymmetrisches System gewählt ist, die betreffenden Gleichungen aus vorgenannten Nummern zu entnehmen.

Die speciellen Gesetze, welche für geradlinige und parabolische Träger aufgestellt wurden, können jedoch auch für die übrigen, zwischen beiden stehenden Trägerformen angewendet werden, insoweit diese Gesetze den geraden und den parabolischen Trägern gemeinsam sind.

Als ein solches gemeinsames Gesetz haben wir gefunden, dass bei frei aufliegenden Trägern die Streben in jedem Fache dann am meisten in Anspruch genommen sind, wenn die Last bis zur Mitte des betreffenden Feldes vorgerückt ist, in welchem Falle die Vertikalkraft ihren grössten positiven oder kleinsten negativen Werth erreicht (die Richtung der Schwere als die positive angenommen). — Wir verweisen hiebei auf die N^o. **144.** für gerade Träger und auf die N^o. **162.** für Parabelträger.

Zur Bestimmung der Strebenkräfte beliebig (auch nicht parabolisch) gekrümmter Träger dienen daher diejenigen \mathfrak{M} und \mathfrak{S} , welche in N^o. **162.** für parabolische Träger entwickelt und durch die Gleichungen 238) — 244) ausgedrückt sind.

Man kann nach diesen Gleichungen (insbesondere Gleichung 242) — 244) für jede (zu irgend einer Fachmitte fortgesetzte) Belastung sämtliche gleichzeitige Strebenkräfte bestimmen, was bei mehrfachen unsymmetrischen Systemen von Werth sein kann; in der Regel werden aber nur die Gleichungen 238) — 241) notwendig, indem es sich meist nur um die zum betrachteten Fache vorgerückte Belastung handelt.

Bezüglich der grössten Anstrengung der vertikalen Streben (Vertikalständer) unsymmetrischer Systeme sind in N^o. **151.** Regeln gegeben, welche nach den dortigen Erläuterungen für gerade und beliebig gekrümmte Träger ebenfalls gleichmässig gültig sind.

In solchen Fällen, wo die Gurtungen nicht stark gekrümmt sind, kann man sich häufig zu Bestimmung der Strebenkräfte der einfacheren Gleichungen N^o. 184), 191) oder 195) bedienen, in welchem Falle sämtliche \mathfrak{M} und \mathfrak{S} aus Fig. 130^b entnommen werden können.

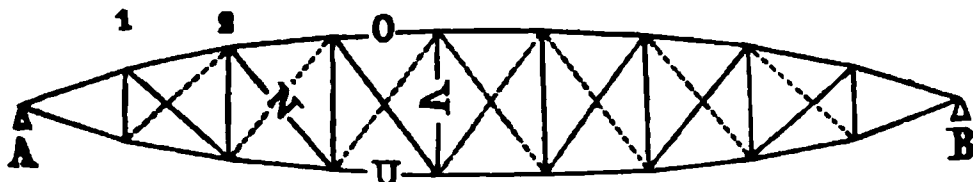
Insbesondere aber auch bei schwach gekrümmten continuirlichen Trägern wird man die Strebenkräfte nach den genannten Gleichungen 184), 191) oder 195) berechnen und hat man in diesen Fällen nur darauf zu achten, dass man stets diejenige Belastungsweise in

Rechnung nimmt, welche die grösste Vertikalkraft ergibt (zu vergleichen die graphischen Darstellungen auf den Tafeln IV. und V.), sodann aber auch den mit $\max \mathfrak{B}$ gleichzeitigen Werth \mathfrak{M} in die betreffende Gleichung einsetzt.

169. Den Parabelträgern sehr nahe steht das System Pauli. Die Gestalt der nach diesem System gebauten Träger ist gegeben durch die Bedingung, dass bei gleichförmig vertheilter Maximalbelastung beide Gurtungen und zwar je auf ihre ganze Länge gleichen Druck, beziehungsweise Zug auszuhalten haben.

Das Pauli'sche System wird als einfaches unsymmetrisches System mit gezogenen, aus Flacheisen bestehenden Diagonalen construirt, und indem wir die in N^o. 134. zusammengestellten Bezeichnungen beibehalten, erhalten wir unter vorläufiger Annahme der in Fig. 195 dargestellten Anstrengung der Diagonalen für die

Fig. 195.



zunächst A befindliche Trägerhälfte nach der obigen Definition des Pauli'schen Trägers:

$$O_m = \frac{1}{\cos \beta_m} \frac{\mathfrak{M}_m}{\mathfrak{S}_m} = O_{m-1} = \frac{1}{\cos \beta_{m-1}} \frac{\mathfrak{M}_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} = \text{Constans} \quad 253)$$

$$U_m = \frac{1}{\cos \gamma_m} \frac{\mathfrak{M}_{m-1}}{\mathfrak{S}_{m-1}} = U_{m+1} = \frac{1}{\cos \gamma_{m+1}} \frac{\mathfrak{M}_m}{\mathfrak{S}_m} = \text{Constans} \quad 254)$$

Wenn alle O einander gleich sein sollen, so müssen auch alle U denselben Werth haben, was nur dann möglich ist, wenn z. B. $\cos \beta = \cos \gamma_{m+1}$, $\cos \beta_{m-1} = \cos \gamma_m$ wäre; man sucht nun dieser Bestimmung dadurch zu genügen, dass man für O_m und U_m einen mittleren Werth einführt:

$$\left. \begin{aligned} O_m &= \frac{1}{\cos \beta_m} \frac{\mathfrak{M}_{m-1/2}}{\mathfrak{S}_{m-1/2}} = \text{Constans} \\ U_m &= \frac{1}{\cos \gamma_m} \frac{\mathfrak{M}_{m-1/2}}{\mathfrak{S}_{m-1/2}} = \text{Constans} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 255)$$

Diese Gleichung wäre ganz dieselbe geworden, wenn man in Fig. 195 die punktirten Streben als wirkend gedacht und entsprechend die Indices der O und U geändert hätte. — Aus Gleichung 255) folgt unmittelbar die Gleichheit der Winkel β_m und γ_m , dem gemäss der Pauli'sche Träger stets symmetrisch gekrümmte Gurtungen erhält.

Die Construction der Gurtungslinie geschieht in der Weise, dass die Constante der Gleichung 255) für die Trägermitte be-

Anmerk. Neuerdings werden offene, leichter auszuführende Querschnitte angewendet, z. B. Doppel-Tform, wie bei der Mainzer Rheinbrücke.

„Die Verbindung der beiden Bögen an den Enden geschieht durch den sogenannten Bogenschuh (Fig. 198 und 199), welcher entweder aus Gusseisen oder gewöhnlicher aus Schmiedeisen construirt ist, und sowohl genügende Fläche für die vollständige Befestigung der Gurtungen als auch genug Stärke besitzt, um der Tendenz zum Abscheeren über dem Stützpunkt zu widerstehen.

Fig. 198.

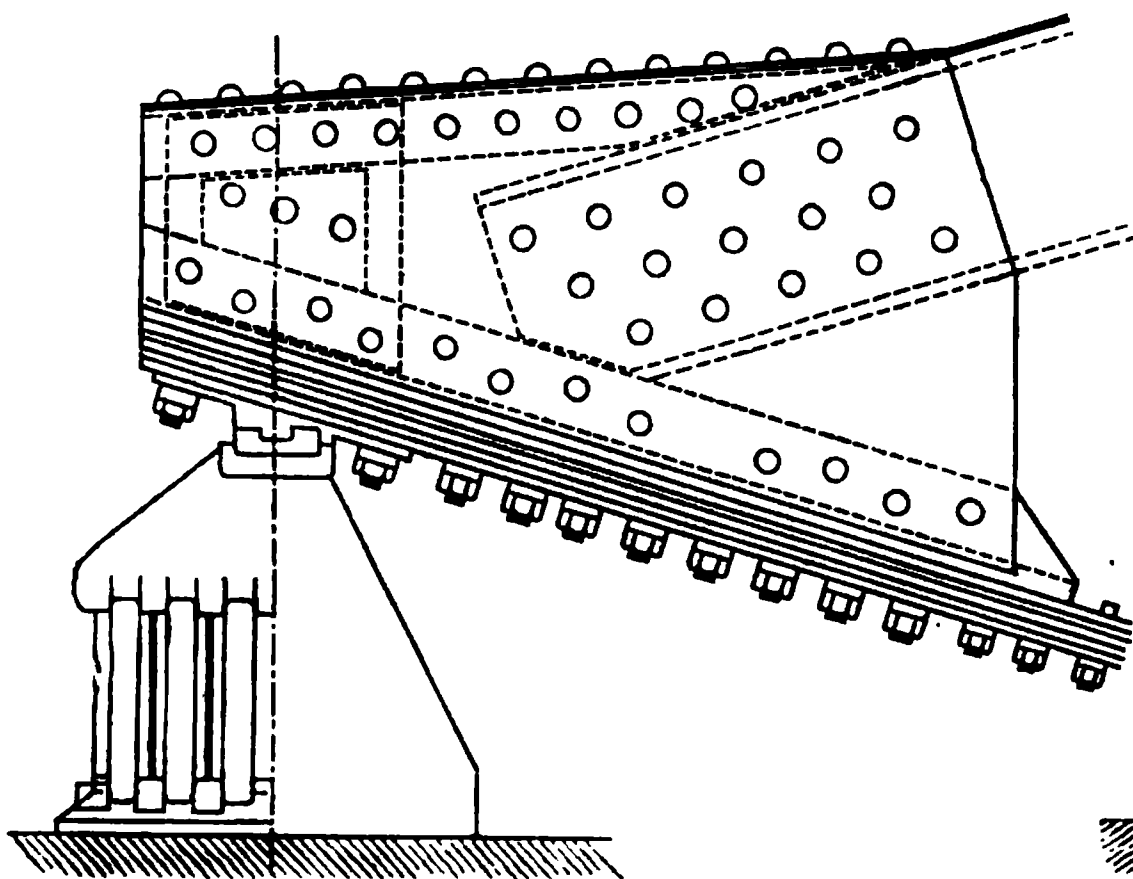
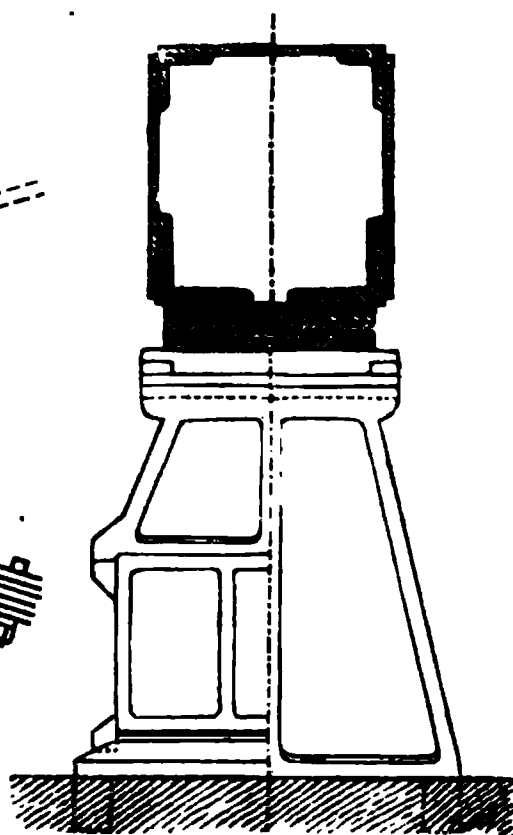


Fig. 199.



„Die vertikalen Pfosten sind aus Winkeleisen in Kreuz- oder doppelt Tform gebildet und oben der in ihnen wirkenden Spannung gemäss mit Bolzen an den Druckbogen befestigt, unten auf dem Spannbogen L aufstehend, dass keine Seitenbewegung möglich ist. (Fig. 200 und 201.) — In diese Pfosten sind die Träger der Fahrbahntafel angebracht und müssen sie daher je nach der Lage der Fahrbahn über den Druckbogen hinaus oder unter den Spannbogen hinabgehen, wodurch ihr verschiedener Querschnitt bedingt ist (zu vergleichen Schluss von N^o. 169).

„Die Diagonalen bestehen aus Flacheisen, die an ihren Enden an Bleche verbolzt sind, welche in entsprechender Verbindung mit den Gurtungen und Pfosten stehen (Fig. 200).

„Die ganze Trägerconstruction liegt an jedem Ende mittelst einer ebenen auf einer cylindrischen Stahlfläche von grossem Radius (Fig. 198), welche Anordnung zum Zweck hat, die elastische Biegung des Trägers möglich zu machen, ohne einseitigen starken Druck auf die Stützflächen hervorzurufen. Eine Längen- oder Querverschiebung dieser beiden Flächen ist durch die auf beiden Seiten befindlichen Vorsprünge, die wie Zähne in einander greifen, verhindert. — Die untern Stützplatten sind auf gusseiserne Stühle

sammenzupressen. — Dadurch wird das Eisen um das Loch herum etwas comprimirt und der Bolzen füllt es vollkommen aus. — Die Unterlagscheiben sind verhältnissmässig stark, damit kein Schraubengewinde im Eisen sich befindet, sondern letzteres ganz mit dem gedrehten Bolzenschaft ausgefüllt ist. — Nachdem die Muttern so fest als möglich angezogen sind, werden sie verstemmt, damit sie durch die Erschütterungen nicht möglicherweise losgehen können, wozu übrigens das Bestreben kaum vorhanden ist, da in Folge der beschriebenen Anordnung der Bolzen kein Stoss auf die Mutter geschehen kann. Diese konischen Bolzen wurden zum ersten Male bei der Isarbrücke zu Heselohe zur Anwendung gebracht.

Anmerk. In der Eisenbauanstalt bei Mainz wird gegenwärtig vorzugsweise warme Nietung angewendet; vorbeschriebene konische Bolzen in der Regel nur da, wo die warme Nietung nicht befriedigend ausgeführt werden kann.

„Von den verschiedenen zur Anwendung kommenden Eisen werden die Elasticitätsverhältnisse für Zug mittelst einer besonders hiezu construirten Maschine ermittelt und auf derselben sämtliche Flacheisen, die auf Zug in Anspruch genommen werden, mit 1200 Kilo per □Cent. gereckt unter Prellung durch Hammerschläge. — Es werden dadurch schlecht geschweisste Stellen sichtbar und die Eisen innerhalb dieser Belastung elastischer, d. h. ihre permanente Verlängerung durch spätere Belastung Null.

„Zum Schutze des Eisens gegen die Einflüsse der Athmosphären wird dasselbe durch Beizen und Scheuern von dem daran haftenden Hammerschlag und Rost gereinigt und dann in siedendes Oel gebracht, so dass durch die grosse Sitzhitze des Oels jede Spur von Feuchtigkeit entfernt und eine fest haftende Firnisschichte auf dem Eisen gebildet wird. Durch diese Operation wird der Uebelstand vermieden, der beim gewöhnlichen Verfahren entsteht, dass der unter dem Anstreich befindliche Rost schnell weiter greift, diesen hebt und daher fortwährende Reparaturen nöthig macht.

„Alle Diagonalen werden beim Montiren durch eigenthümliche Vorrichtungen um $\frac{1}{6000}$ ihrer Länge gespannt, damit möglicherweise noch vorhandene kleine Biegungen verschwinden und die Diagonalen bei dem Anfange der Biegung des Trägers sofort in Wirksamkeit treten.

„Die Aufstellung der Pauli'schen Träger hat auf einem Gerüste zu geschehen, und wird man gewöhnlich dieses in die zu überbrückende Oeffnung setzen und die Träger am Platze montiren. Wo die Herstellung eines derartigen Gerüstes unthunlich ist, kann man die Träger an geeigneten Orten fertig zusammensetzen, zwischen die Pfeiler flössen und dann aufziehen, nach Art der grossen Brücken in England.“

sind nämlich im 2. bis 8. Felde der Reihe nach 12, 12, 14, 16, 18, 18, 18 Centimeter.

Die Vertikalen bestehen aus je 4 Winkeln von je 80^{mm} Schenkelbreite und 9^{mm} Dicke, somit von je 13,5 und zusammen 54 □Cent. Querschnitt. — Diese Winkel sind mit der obern Gurtung mittelst Zwischengliedern von Winkel- und Flacheisen verbunden, während sie auf der untern Gurtung mittelst eines genau eingesetzten kurzen Stehblechs aufgesetzt sind; letzteres wird von zwei polygonalen Blechen umfasst, welche zur Befestigung der Diagonalen dienen, beziehungsweise letztere umfassen.

173. Das Eisengewicht p' setzt sich für jede Oeffnung folgendermassen zusammen:

Tabelle LII.

Bezeichnung der Brückenbestandtheile.	Walzeisen.	Bolzen, Niethen und Schrauben	Summe des Schmiedeisens.
1. Tragrippen (Hauptträger) . . .	28,60 ^{ts}	1,46 ^{ts}	30,06 ^{ts}
2. Verspannungen	2,00	0,10	2,10
3. Fahrbahntafel	9,02	0,54	9,56
4. Trottoir mit Geländer	1,96	0,09	2,05
Summa	41,58	2,19	43,77

Wenn man die Posten (1.) und (2.) als Gewicht der Hauptträger, die Posten (3.) und (4.) als Gewicht der Fahrbahntafel annimmt, so erhält man bei einer Länge der Brücke von 37 Meter als Eisengewicht per laufenden Meter und Geleise:

$$p' = 23,5 \times 1 + 314 = 1180 \text{ Kilo} \quad \text{ I.}$$

woraus

$$C = 23,5 \text{ und } F' = 314.$$

Für die statische Berechnung ist noch das Gewicht des Oberbaus hinzuzurechnen, nämlich per Meter:

$$\begin{array}{rcl} \text{Holz und Schienen} & & 520 \text{ Kilo,} \\ \text{Kiesdecke} & & 1000 \text{ „} \end{array}$$

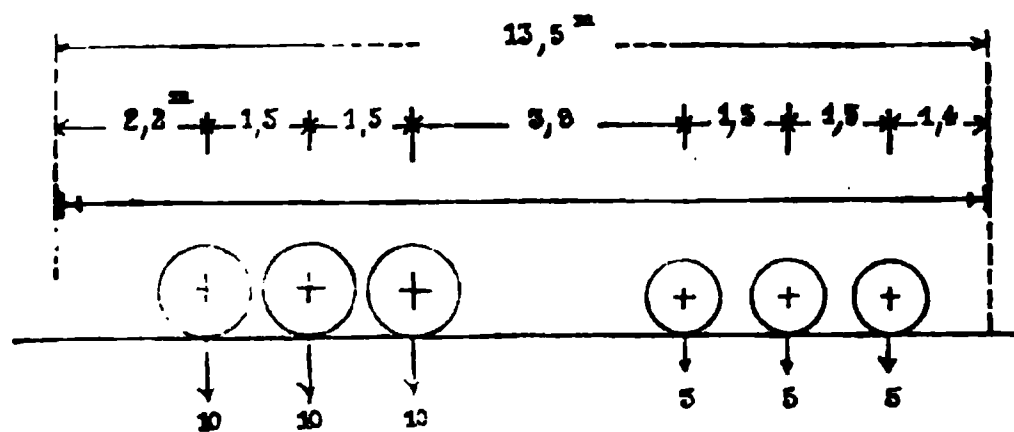
$$\text{zus. } p'' = 1520 \text{ Kilo.}$$

woraus sich als Gesamteigengewicht ergibt:

$$p = p' + p'' = 23,5 \text{ l} + 1834 = 2700 \text{ Kilo} \quad \text{ II.}$$

Als Verkehrslast wurden 3 Locomotiven angenommen, deren Raddistanzen und Gewichte in Fig. 204 dargestellt sind; hienach wurde das Angriffsmoment zu 649,6 Mtons berechnet, woraus die stellvertretende variable Last:

Fig. 204.



$$k = \frac{649,6 \times 8^{\text{te}}}{37^2} = 3800 \text{ Kilo per Meter} \quad \text{III.}$$

bestimmt wird.

Aus Gleichung II. und III. folgt:

$$q = p + k = 6500 \text{ Kilo} \quad \text{IV.}$$

Ferner erhalten für die Belastung der einen Brückenhälfte als stellvertretende gleichförmige Belastung nach Analogie der Tabelle XVII^a:

$$k' = \frac{5}{4} k = 4750 \text{ Kilo} \quad \text{V.}$$

Die grösste Spannung, beziehungsweise grösste Pressung in den Gurtungen findet im Falle der gleichförmig vertheilten Maximallast statt und ist nach der Definition der Pauli'schen Träger in allen Fachen dieselbe; man bestimmt dieselbe daher am besten für das Mittelfach, und ist daselbst:

$$\max M_{4\frac{1}{2}} = \frac{q l^2}{8} = 6500 \cdot \frac{37^2}{8} = 1112,3 \text{ Mts.}$$

$$S_{4\frac{1}{2}} = 5,6 \text{ M.}$$

somit nach Gleichung 255), indem das Moment auf beide Hauptträger zur Hälfte sich vertheilt:

$$U_{4\frac{1}{2}} = O_{4\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{1112300}{5,6} = 98296 \text{ Kilo}$$

und die grösste mittlere Pressung in der obern Gurtung:

$$\mathfrak{B}_m = \frac{99286}{151,7} = 654 \text{ Kilo,}$$

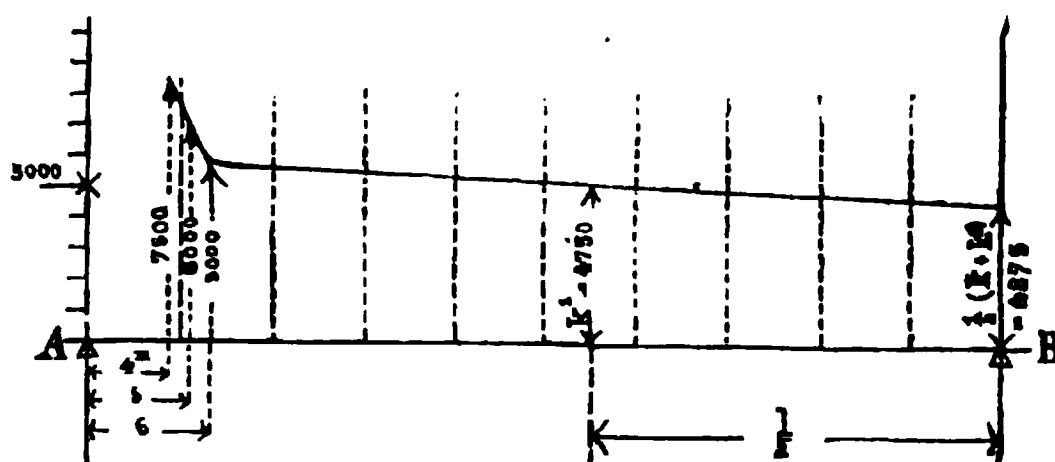
die grösste Spannung in der untern Gurtung:

$$\mathfrak{A} = \frac{99286}{132,2} = 734 \text{ Kilo.}$$

Bei Berechnung der schiefen Streben und Vertikalständer ist die grösste Vertikalkraft maassgebend; letztere findet

bei einseitiger Belastung und zwar dann statt, wenn die Last bis zur Mitte des betreffenden Feldes vorgerückt ist; die Grösse k variirt mit der Länge der variablen Last, wie solches in Fig. 134 dargestellt ist; hienach ist für den vorliegenden Fall die Fig. 205 construirt, wo für jede Länge der Ueberlast das zugehörige k sich mit dem Zirkel abnehmen oder nach arithmetischer Proportion berechnen lässt.

Fig. 205.



Das in den N^o. 162. und 163. angegebene Rechnungs-
verfahren ist in der nachstehenden Tab. LIII. übersichtlich dargestellt.

Nachdem nämlich die einzelnen k nach Anleitung von Fig. 205 für jedes Fach angeschrieben sind, werden die M_{m-1} und M_m für jedes Fach nach Gleichung 240) und 241) bestimmt, woraus sich sodann nach Gleichung 244) die betreffende Strebenkraft und nach Gleichung 245) die Spannung \mathfrak{A} ergibt.

Zur Bestimmung der Kraft in den Vertikalständern werden die Grössen $\max B_m$ nach Gleichung 239) angeschrieben und da die zugehörigen M_{m-1} nach Vorstehendem schon bekannt sind, lassen sich die einzelnen V_{m-1} nach Gleichung 246) bestimmen. In dieser Gleichung ist P_n aus Tabelle LII. zu berechnen; indem das Eigengewicht der Hauptträger 32,16 Tons, somit per laufenden Meter 869 Kilo beträgt, so ist die für die Vertikale ($m - 1$) berechnete Belastung des untern Knotenpunkts:

für die beiden äussersten Knotenpunkte:

$$P'_u = \frac{1}{2} 4,25 \cdot 869 \text{ Kilo} = 1846 \text{ Kilo},$$

für die zwischenliegenden Knotenpunkte:

$$P'_u = \frac{1}{2} 4,0 \quad 869 = 1738 \text{ Kilo.}$$

Die trigonometrischen Functionen der Gurtungs- und Strebenwinkel lassen sich aus Fig. 203 direct berechnen, ebenso die Grössen \mathfrak{S}_m und \mathfrak{S}_{m-1} .

Wir ersehen aus Tabelle LIII., dass die einzelnen N von A nach B stetig zunehmen, wie auch in der Ausführung die Strebenquerschnitte von 12,0 □Cent. allmählig bis 19,2 □Cent. ansteigen; da bei Feststellung der Dimensionen für jede Strebe je die un-

LIII. Mainbrücke bei Kitzingen.

Fachweite $d = 4^m$, in den Endfeldern $4,5^m$.

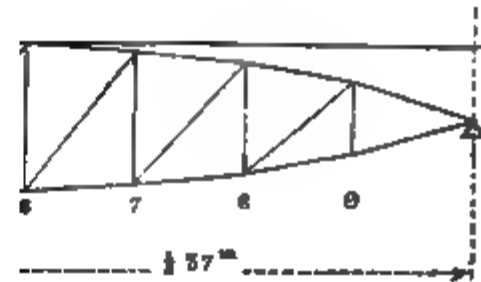
4	5	6	7	8	Bemerkungen.
18,5	22,5	26,5	30,5	34,75	M und B sind für ein Geleise berechnet, müssen daher bei der Anwendung auf einen Hauptträger halbiert werden, welche halbirte Werthe mit M' und B' bezeichnet werden. *) Die Auflagerdrücke für $\lambda = 6,5^m$ und $10,5^m$ sind nach Gleichung 238 ^a berechnet.
4750	4640	4530	4420	4300	
187,87	204,40	220,04	234,81	249,42	
71,97	81,74	93,00	105,57	120,17	
115,90	122,66	127,04	129,24	129,25	
893,27	972,22	942,08	791,70	503,75	
5,6	5,6	5,2	4,3	2,76	
159512	173632	181165	184120	182500	
819,97	812,92	692,97	447,73		
5,6	5,2	4,3	2,76		
146423	156331	161155	162221		Die Kraft in den Vertikalen erreicht bei Bewegung der Last von A nach B in den Vertikalen V_{m-1} , bei der Bewegung von B nach A je in den Vertikalen V_m das Maximum für den betreffenden Knotenpunkt.
13087	17300	20010	21900		
0,580	0,595	0,646	0,750		
11292	14537	15480	14540		
16,8	19,2	19,2	19,2		
670	757	806	757		
+ 21,92	+ 42,49	+ 64,55	+ 87,92	+ 114,1	
0,00	— 0,050	— 0,1125	— 0,1925	— 0,3066	
0,050	0,00	— 0,050	— 0,1125	— 0,1935	
1,74	1,74	1,74	1,74	1,85	
14077	16034	16685	15010	10532	
54,0	54,0	54,0	54,0	54,0	
261	297	309	278	195	

parabolische Träger.

1. aufgesucht und die Gurtungs-
ntrirten Lasten genau berechnet
der Tabelle LIII. als Beweis
seiner allgemeineren Ausdrucks-
ten Lasten genugsam berück-

3 direkte Rechnung für die dem
N₂ nachweisen. Letztere wird
nommen, wenn die Locomotive
er Vertikalen (1) angekommen
stellt ist; für diese Belastungs-

16.



$$1000 = 76351 \text{ Kilo}$$

$$1,5 \cdot 10000 = 301242 \text{ KM.}$$

$$1.30000 = 431446 \text{ KM.,}$$

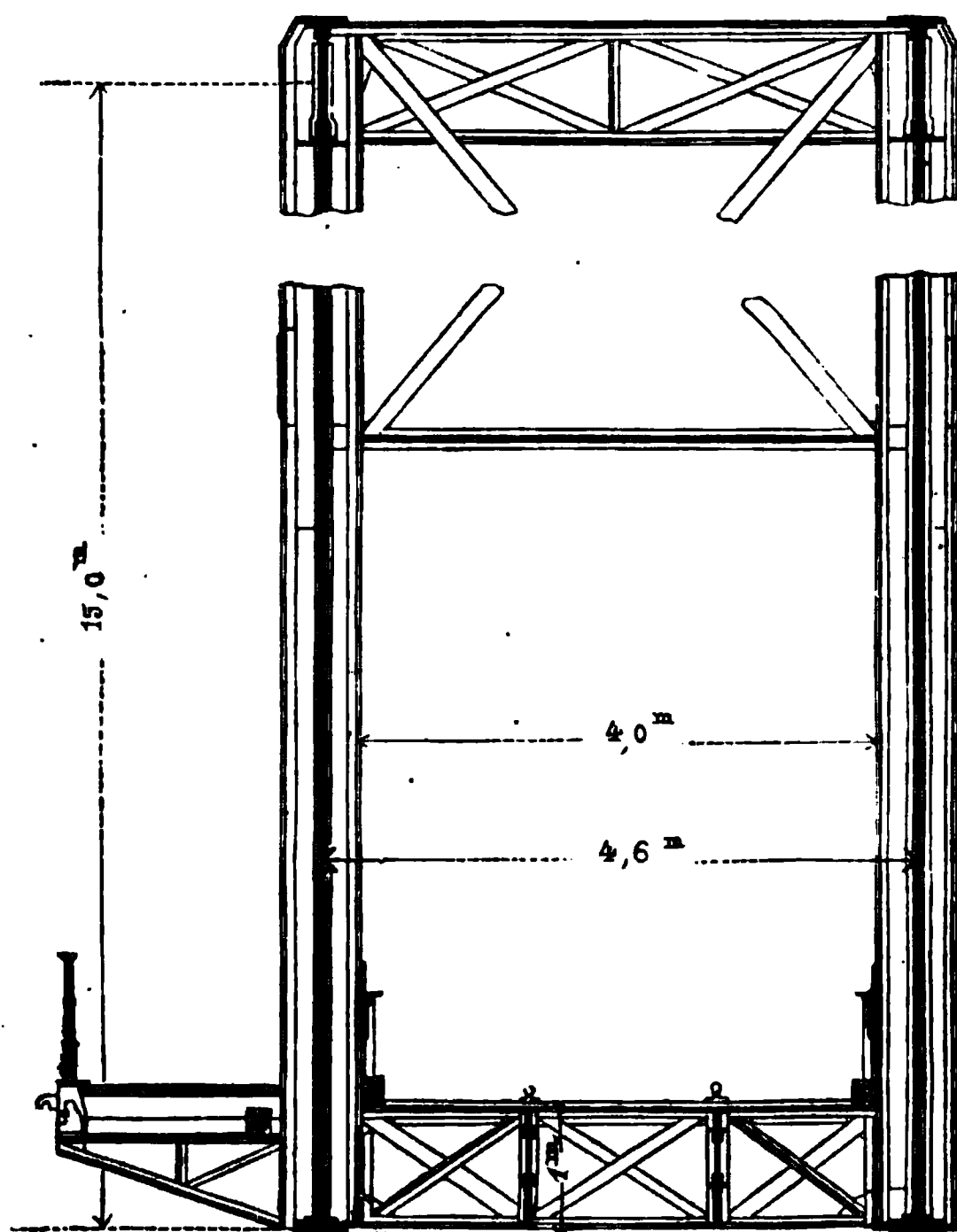
$$\frac{31446}{4,3} = 8809 \text{ Kilogr.,}$$

er Tabelle LIII. hierfür 8817
ereinstimmung ist Zufall; doch
Bestimmung der Auflagerdrücke

ch Pauli'schem System erbauten
ei Mainz, worüber die Ma-
in Nürnberg, welche mit Pro-
enconstruction betraut war, im
ntlichung hat erscheinen lassen.
Richtung über den Rhein der
normal zum Fluss 90 M., nach
Weite haben; an die 4 grossen
öffnungen von zusammen 551 M.

Für die 4 grossen Hauptöffnungen war massgebend, dass die Unterkante der Eisenconstruction 14,0 Meter über dem Nullpunkt des Pegels sich befinden musste, so dass die Schiffe beim höchsten schiffbaren Wasserstand mit umgelegten Masten die Brücke passieren können; aus diesem Grunde musste die Fahrbahntafel möglichst tief gelegt und deren Constructionshöhe auf 1 Meter beschränkt werden, wie aus beistehender Querschnittskizze ersichtlich ist (Fig. 207).

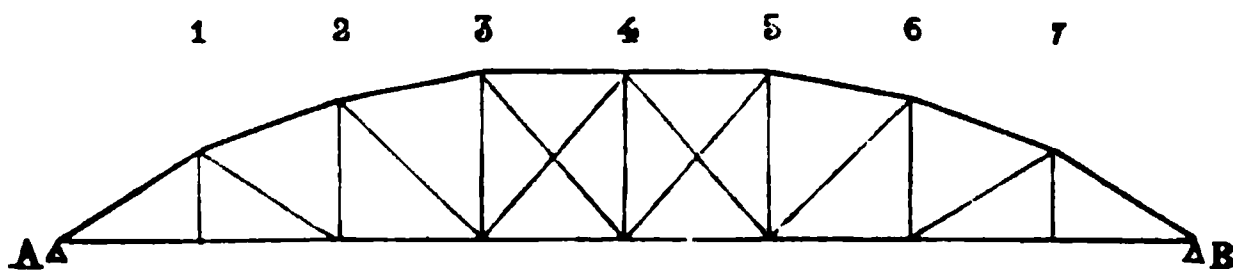
Fig. 207.



Die Fachweite der Mainzer Rheinbrücke beträgt 8 Meter, welche Weite durch besondere $1\frac{3}{4}$ Meter hohe Längenträger überspannt wurde; letztere sind ganz geeignet für die unter der Fahrbahntafel angebrachte Horizontalverstrebung und nehmen ferner in der Mitte jedes Faches je einen Querträger auf, während andere Querträger an den Vertikalständern selbst befestigt sind. Hiernach beträgt die Distanz der Querträger 4,0 Meter und befinden sich zwischen letztern Schwellenträger von gewöhnlichen Blechbalken eingeschoben. — Bei der beschriebenen Anordnung war nahezu die ganze Constructionshöhe der Fahrbahntafel (1,0 Meter) für die Querträger disponibel, welche demgemäss als Fachwerke construirt werden konnten.

trachteten Felde weder Haupt- noch Gegenstrebe wirkt, während bei allen anderen Belastungen die Kraft in der Hauptstrebe einen positiven Werth hat; es kommen somit die Gegenstreben gar nicht zur Wirkung und können (mit Ausnahme der Mittelfelder) ganz weggelassen werden.

Fig. 208.



Herr Schwedler hat die Vortheile der vorbeschriebenen Anordnung in der Berliner deutschen Bauzeitung, Jahrgang 1867, in folgender Weise beschrieben:

„Im Vergleich zum geraden Balken haben die Diagonalen bedeutend geringere Querschnitte, die Vertikalen sind nach den Auflagern hin weniger hoch, also leichter und stabiler, die Endsäulen an den Auflagern fallen ganz fort und stellt sich somit ein geringeres Gewicht heraus.

„Im Vergleich zum Parabelbalken nehmen die Gurtungen nach den Auflagern hin im Querschnitt ab, anstatt zu, jedoch nicht so stark, als beim geraden Balken, so dass die Variation des Querschnitts mittelst langer Eisensorten bequem hergestellt werden kann. — Der Winkel, unter welchem die Gurtungen am Auflager zusammentreffen, ist grösser als beim Parabelbalken und es lässt sich die Ueberführung der gedrückten Gurtung in die gezogene desshalb leicht bewirken.“

176. Zur Bestimmung der Gurtungsform denkt man sich die Träger in einzelne einfache Systeme zerlegt, deren \mathfrak{M} und \mathfrak{B} auf irgend eine Weise bestimmt worden sind; da das Schwedler'sche System unsymmetrisch ist, gerade untere Gurtungen und gezogene Diagonalstreben hat, da ferner diese letzteren nach der vorhergehenden Nummer nur in einer Richtung angebracht sind und hiebei in ähnlicher Weise wie beim geraden Träger wirken, so werden die Kräfte in den Diagonalen für die linkseitige Trägerhälfte nach Figur 140 und Gleichung 190) bestimmt und erhalten wir hienach:

$$N \sin \varphi = \mathfrak{B}' - \frac{\mathfrak{M}'_m}{\xi_m} t g \beta_m \quad . \quad . \quad . \quad 256)$$

Soll nun diese Strebenkraft für $\min \mathfrak{B}_m$ gleich Null sein, so muss sein:

$$\min \mathfrak{B}_m = \frac{\mathfrak{M}_m}{\xi_m} t g \beta_m \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 257)$$

wo $\min \mathfrak{B}_m$ und \mathfrak{M}_m gleichzeitige Werthe bedeuten. — Indem man nun für irgend einen Knotenpunkt die Trägerhöhe ξ_m vorläufig

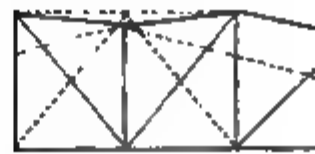
te, nicht parabolisc

gegenseitige Lage
) bestimmen und
ie Last eingerüc
ig. Herr Schw

$$) \frac{p + \frac{k}{2}}{p + k \frac{x}{l}}$$

ie in der Mitte,
unkts bezeichnet
diesem Buche an
ng in A voraus
und der Brück
metrisch gegen
bt. — In der A

Fig. 209.



Gurtung, welch
würde, horizonta
Mittelfeldern Ge
durch punktirte.
gs 1868 der dei
aufmerksam ge
urtungsform, wel
unkte angiebt, ei
ichförmig verthe
lichkeit nicht be
ne bestimmte La
t, dass die Gr
ehmen ist, wie
nde Formen s

ie werden wir n
wir bei Bestimm
les, der Länge
n, wie solches

ehr die prakti
es System ansch

rechnung der Gurtungsstärke die gleichförmig vertheilte Maximalast in Betracht zu ziehen, welche per laufenden Meter und Geleise mit $q = p + k$ bezeichnet wird; unter Beibehaltung der in N^o. **134.** erläuterten Bezeichnungen erhalten wir nach den Gleichungen 175)—179*) für diesen Fall:

$$A = \frac{ql}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 259)$$

$$M_m = A x_m - \frac{q x_m^2}{2} \quad . \quad . \quad 260)$$

$$\mathfrak{B}_m = A - q x_{m-1/2} \dots \dots 261)$$

worauf für die Gurtungskräfte sich nach den Gleichungen 185) bis 186) ergibt:

$$O_m \cos \beta_m = U_{m+1} = \frac{M'_m}{S_m} 262)$$

$$U_m = O_{m-1} \cos \beta_{m-1} = \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \quad . \quad . \quad . \quad 263)$$

und zwar ist für die obere Gurtung:

$$\beta_m = \frac{O_m}{\Omega} 264)$$

$$\mathfrak{B} = \left(1 + K \frac{\Omega L^2}{\Theta} \right) \frac{O_m}{\Omega} \quad . \quad . \quad . \quad 265)$$

und endlich für die untere Gurtung:

$$\Re = \frac{U_m}{\Omega} \dots\dots\dots 266)$$

Die Kräfte in den Streben und Vertikalen haben zwar im vorliegenden Falle der gleichförmig vertheilten Maximallast keine Maximalwerthe, doch kann es von Interesse sein, dieselben zu kennen; und erhalten wir nach der Gleichung 189) für die linksseitige, zunächst dem Auflager A gelegene Brückenhälfte:

$$N_m \cos \varphi = \left(\frac{M'_m}{S_m} - \frac{M'_{m-1}}{S_{m-1}} \right) . \quad . \quad 267)$$

$$N_m \sin \varphi = \mathfrak{B}'_m - \frac{M'_m}{S_m} t g \beta_m . . . 267^a)$$

und indem wir Gleichgewicht um den untern Knotenpunkt m anschreiben:

$$V_m = N_m \sin \varphi - P'_u \dots\dots\dots 268)$$

Indem wir das Eigengewicht $p = Cl + F$ setzen (s. Gleichung 213) so erhalten wir:

$$P_u = \left(k + \frac{Cl}{2} + F \right) d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 269)$$

wo d die mittlere Fachweite der beiden links und rechts von m befindlichen Felder bezeichnet.

(mit Ausnahme der Mittelfelder) ganz fehlen; man erhält demgemäss für die Vertikale V_m mittelst Gleichgewichts um den untern Knotenpunkt m :

$$V_m = N_m \sin \varphi - P'_{u_m} \dots \dots \dots 277)$$

Diess ist jedoch nicht die stärkste Anstrengung dieser Vertikalen, welche vielmehr — bei unterhalb angebrachter Fahrbahn — nach der Darstellung in N^o. 151. dann stattfindet, wenn die Last von B bis zur Mitte der Diagonale $m + 1$ vorgerückt ist; hienach erleidet bei der in Figur 210 dargestellten Belastung die Vertikale V_{m-1} ihre grösste Anstrengung und wir erhalten:

$$\begin{aligned} V_{m-1} &= - \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \beta_{m-1} - \mathfrak{S}'_{m-1} - P'_{u_{m-1}} \\ &= - \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \beta_{m-1} - \mathfrak{S}'_m + P'_{o_{m-1}} \end{aligned} \dots \dots \dots 278)$$

in welcher Gleichung \mathfrak{S}_m zwischen dem Auflager A und der Abscisse $l - a$ (Gleichung 207 zu vergleichen) negativ ist.

Gegen das Auflager B hin wird $N_m \cos \varphi$ nach Gleichung 275) negativ, was bedeutet, dass anstatt den Streben N die entgegengesetzt gerichteten Streben T zur Wirkung kommen; für diese Felder ist daher nach Gleichung 192):

$$V_m = \frac{M'_m}{\xi_m} \operatorname{tg} \beta_{m+1} + \mathfrak{S}'_m + P'_{o_m} \dots \dots \dots 279)$$

$$\begin{aligned} V_{m-1} &= \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} \operatorname{tg} \beta + \mathfrak{S}'_{m-1} + P'_{o_{m-1}} \\ &= \frac{M'_{m-1}}{\xi_{m-1}} + \mathfrak{S}'_m - P'_{u_{m-1}} \end{aligned} \left. \dots \dots \dots 280) \right\}$$

An den Vertikalen $\max \frac{M}{\xi}$, wo die gezogenen Diagonalstreben ihre Richtung ändern, wird entsprechend der Figur 142^a Gleichgewicht um den obern Knotenpunkt angeschrieben und nach Gleichung 194) erhalten:

$$V_m = P'_o + \frac{M'_m}{\xi_m} (\operatorname{tg} \beta_m - \operatorname{tg} \beta_{m+1}) \dots \dots \dots 281)$$

indem bei der vorausgesetzten Bewegung der Last von B gegen A der Punkt $\max \frac{M}{\xi}$ stets auf der rechten Brückenhälfte liegt.

In den vorstehenden Gleichungen 271)–281) ist die Last stets von B bis zur Mitte des Feldes ($m - 1$) vorgerückt gedacht, wobei die im halbbelasteten Felde befindliche variable Belastung in der Vertikale m concentrirt angenommen wird; hienach ist in allen vorgenannten Gleichungen:

$$P_{u_{m-1}} = P_{o_m} = P_{o_{m-1}} = \frac{1}{2} Cl \cdot d \dots \dots \dots 282)$$

$$P_{u_m} = (k + \frac{1}{2} Cl + F) d \dots \dots \dots 283)$$

—

—

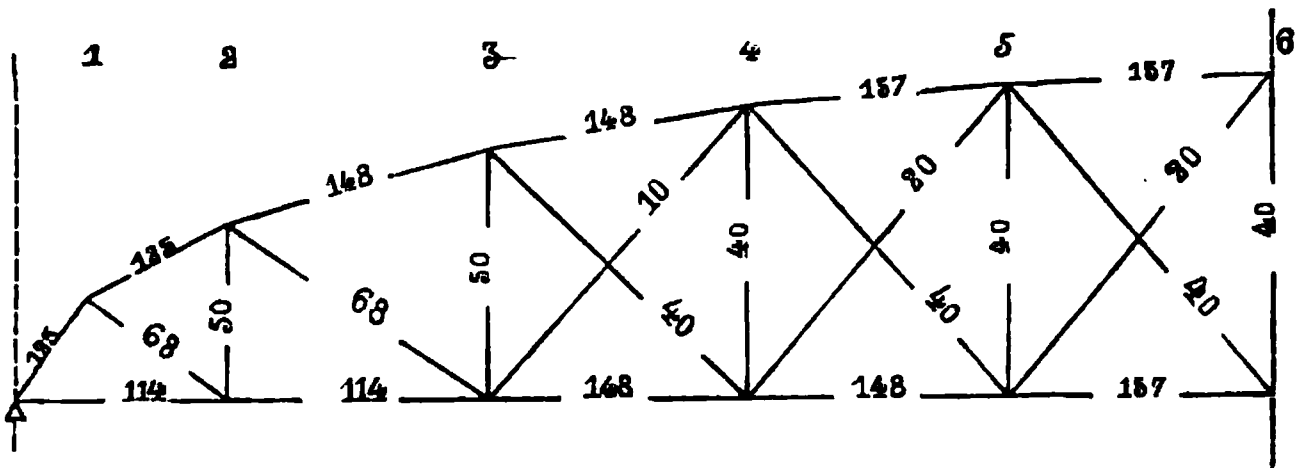
—

—

Eigenthümlich ist die Anordnung der Endfelder, welche gebrochene obere Gurtungen und je eine weitere Diagonale zeigen; in Folge dessen ist der Winkel, unter welchem beide Gurtungen sich verbinden, steiler (weniger spitz) und war es insbesondere möglich, die reine Ellipsenform der obern Gurtung durchzuführen; es mussten indess von den vorhandenen 10 Feldern die 6 mittleren Gegenstreben erhalten, was theilweise vermieden worden wäre, wenn zwischen 2 Viertels-Ellipsen ein gerades Stück eingeschaltet worden wäre.

Die Brücke ist in Tafel XIV. aufgezeichnet und ist hieraus die Construction der Hauptträger sowohl als der Fahrbahn ersichtlich; die Querschnittdimensionen der Hauptträger sind in Figur 212 nach Quadratcentimetern eingeschrieben, wobei die Abzüge für Nietlöcher bereits vollzogen sind.

Fig. 212.



Das Eigengewicht der Colomakbrücke setzt sich folgendermassen zusammen, je in Kilo per laufenden Meter ausgedrückt:

Hauptträger:		
Obere Gurtung	430 Kilo
Untere	"	393 "
Vertikalständer	153 "
Diagonalstreben	150 "
Windkreuze	34 "
		<hr/> 1160 Kilo.
Fahrbahntafel:		
Querträger	180 Kilo
Schwellenträger	280 "
Fahrschienen	68 "
Querschwellen und Bedielung	182 "
		<hr/> 710 Kilo.
Zusammen		<hr/> 1870 Kilo.

Hienach beträgt das Eigengewicht bei 33,8^m Spannweite:

$p = 34,3 \text{ l} + 710 = 1870 \text{ Kilo}$

und das Eisengewicht abzüglich von Schienen, Schwellen und Bedielung:

nnte, nicht parabolische Träger.

Colomak-Brücke. Tabelle
1870^k k = 4564^k q = 6434^k

n =	1	2
	0,91 ^m	2,9
	1,37 ^m	2,39
$-\frac{q}{2} x_m^2$ Nach Gleichung 260).	90,46 ^{mt*}	288,3
$\frac{1}{2}$	66,03 ^{tu}	120,6
$= \frac{1}{2} \frac{M_{m-1}}{\phi_{m-1}}$ Nach Gleichung 263).		33,01 ^{tu}
atcentimetern		114
in Kilo		289
$\frac{1}{2}$	1,696	1,135
$\frac{1}{\cos \beta}$ Nach Gleichung 263).	55,98 ^{tu}	68,44
atcentimetern	125	125
in Kilo	448	547
$\frac{M'_{m-1}}{\phi_{m-1}}$ Nach Gleichung 267).		27280 ^k
φ		0,822
ρ		0,690
		33190 ^k
$-\frac{M'_{m-1}}{\phi_{m-1}} \left(\frac{C l}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi$		18820
$\left(q - \frac{C l}{2} \right)$ Nach Gleichung 230).		1250
in $\varphi = P'_u$ Nach Gleichung 268).		9400

LIV.

Berechnung der Gurtungen.

$l = 33,8^m$

$A = q \frac{l}{2} = 108,735^m.$

3	4	5	6	Bemerkungen.
6,4	9,9	13,4	16,9	<p>*) $R_1 = \frac{0,91}{2,90} R_2.$</p> <p>*) Da $\frac{R}{\delta}$ seinen grössten Werth in der Trägermitte hat, so sind im vorliegenden Falle der gleichförmigen Maximalbelastung die Fusspunkte sämtlicher gezogenen Diagonalen gegen die Brückenmitte gerichtet.</p> <p>*) $V_6 = 2 N_6 \sin \varphi - P'_u.$</p>
3,34	3,88	4,18	4,22	
564,1	761,2	879,4	918,8	
168,9	196,2	210,4	215,2 *)	
60,30	84,45	98,10	105,20	
114	148	148	157	
529	570	663	670	
1,036	1,012	1,004	1,00	
87,49	99,28	105,62	107,60	
148	148	157	157	
591	632	673	685	
24150	13650	7100	2400	
0,826	0,724	0,670	0,666	
0,683	0,690	1,109	1,194	
29240	18850	10600	3600	
16090	13020	7870	2865	
10245	10245	10245	10245	
5845	2775	— 2375	— 4515 *)	

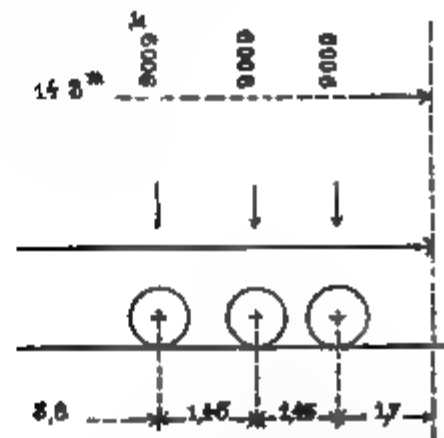
ht parabolische Träger.

460 = 1620,
 leisigen Brücke.

r Ausführung eine Aenderung erfahren,
 Hauptträgern 16' englisch oder 4,877m

st wurde angenommen, dass die
 olche in Fig. 213 skizzirt sind,
 der Maximalbelastung drei solche
 für diesen Fall wurde ermittelt,
 e Last $k = 4564$ Kilo dasselbe
 vorrufen würde.

213.



nden Eigengewicht und Verkehr
 nen der Eisenconstruction durch
 eben sind, so kann nunmehr die
 ig und Pressung nach den Glei-
 erden.

re grösste Anstrengung im Falle
 ast auszubalten und sind die be-
 eren Pressungen nach den Glei-
 in der vorstehenden Tabelle LIV.
 sind in dieser Tabelle aber auch
 len Strebenkräfte N und V ein-
 267)—269) gedient haben.

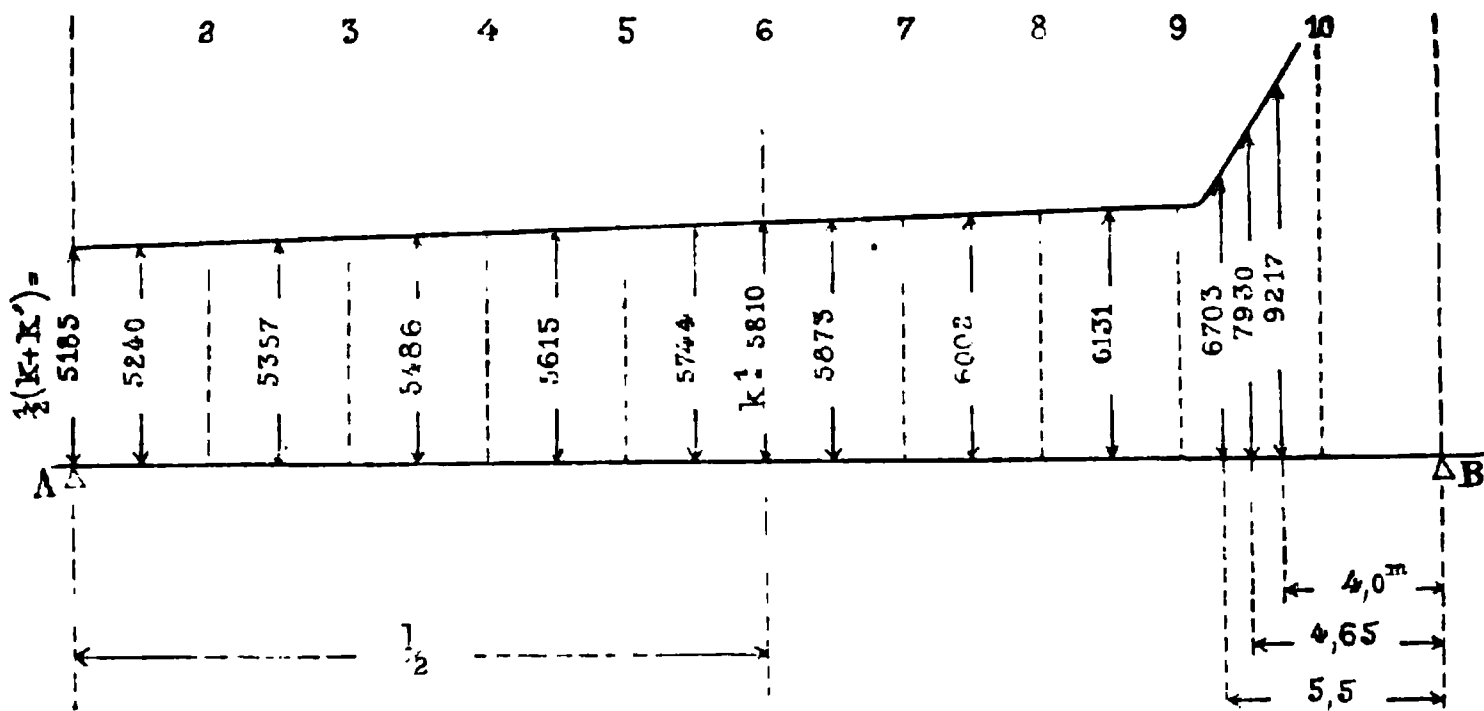
Diagonalstreben und Ver-
 itiger Belastung statt, für welche
 a Last wechselnder Werth k in
 in Figur 213 skizzirte Locomo-
 überhaupt ähnliche Verhältnisse
 Grunde gelegte Güterlocomotive,
 der halben Brücke entsprechende
 abelle und demgemäss bei 33,8°

5 . 4560 = 5810 Kilo

genommen werden. — Indem wir nunmehr das in Figur 134 dargestellte Verfahren auf den vorliegenden Fall anwenden, so erhalten wir für die Abscissen $\lambda = 4^m$, $4,65^m$ und $5,5^m$ die zugehörigen $k_\lambda = \frac{36882}{4,0}$, $\frac{36882}{4,65}$ und $\frac{36882}{5,5}$, ferner für die unsymmetrische Belastung der ganzen Brücke $k_0 = \frac{k + k'}{2} = 5185$

Kilo und ergeben sich schliesslich die in Figur 214 dargestellten Werthe k_λ für die je bis zur Fachmitte vorgerückte Belastung. Diese Werthe k_λ in den Gleichungen 271) — 274) eingesetzt, erhalten wir die Angriffsmomente \mathfrak{M} und Vertikalkräfte \mathfrak{B} in einer Weise, welche der Belastung mit den in Fig. 213 skizzirten Locomotiven möglichst vollständig entspricht.

Fig. 214.



Nachdem hienach die einzelnen \mathfrak{M} und \mathfrak{B} bestimmt sind, erhalten wir die Kräfte in den Diagonalstreben nach Gleichung 275), die Kräfte in den Vertikalständern nach den Gleichungen 277) bis 283) und sind in den Tabellen LV. und LVI. diese Strebenkräfte und deren Entwicklung zusammengestellt.

Die Formeln 277) — 283) geben für eine bis zur Fachmitte ($m - 1$) vorgerückte Ueberlast die in den Vertikalständern wirkenden Kräfte V_{m-1} und V_m zu beiden Seiten des betrachteten Faches; nach den Erläuterungen der N^o. 151. geben im vorliegenden Falle — wo die Fahrbahn an den untern Knotenpunkten befestigt ist — die Kräfte V_{m-1} die grösste Anstrengung der betreffenden Vertikalständer, wie diess insbesondere auch aus nachfolgender Tabelle LVI. ersichtlich ist. — (Es ist hiebei mit jedem V_{m-1} das in der vorhergehenden Vertikalcolumnne befindliche V_m zu vergleichen.)

Die Werthe V_m sind in genannter Tabelle theilweise negativ, wonach die betreffenden Vertikalen bei der betrachteten Belastung

LV.

p l = 63,2^m. Berechnung der Diagonalstreben.

6	7	8	9	10	11	Bemerkungen.
16,90	20,40	23,90	27,45	30,90	32,9	
18,65	15,15	11,65	8,15	4,65	4,65 *)	*) $\lambda_{11} = \lambda_{10}$, weil Punkt (11) kein Lastpunkt ist. —
5744	5873	6002	6131	7930		
7614	7748	7872	8001	8800		
170,33	152,17	133,13	113,17	100,08		
61,16	51,54	43,65	37,63	34,14		
109,17	100,63	89,48	75,54	65,94		
651,62	586,00	501,18	365,26	233,475		*) $R_1 = \frac{0,915}{2,900} R_2$, weil Punkt (1) nicht belastet.
4,18	4,27	4,18	3,88	3,34		
155,89	137,47	119,90	94,14	69,90		
757,71	653,29	499,78	319,63	150,02	73,63 *)	
4,27	4,18	3,88	3,34	2,89	1,37	*) $R_{11} = \frac{0,915}{2,9} R_{10}$.
177,45	156,29	128,81	95,70	64,02	53,74	
10783	9412	4453	780	—2940 *)	—8077 *)	
0,667	0,634	0,667	0,670	(0,826)	(0,822)	
16170	14845	6676	1165	(—3560) *)	(—9960) *)	
28	20	20	10	(68)	(68)	
577	742	334	116	(72)	(146)	*) Negatives $N_m \cos \varphi$ bedeutet Zug in den Streben T_{10} und T_{11} .

18. Gekrümmte, nicht parabolische Träger.

Colomak-Brücke. **Tabelle**
 $p = Cl + F = 1160 + 710 \text{ Kilo},$

$m =$	2	3	4	5
m	2,9 ^m	6,4	9,9	13,4
$r_m + \frac{d}{2}$	32,35 ^m	29,15	25,65	22,15
l	5240 ^k	5857	5486	5616
$+ k$	7110 ^k	7227	7356	7455
abelle LV.	120,00 ^m	120,42	119,06	115,22
$+ k) - B$	110,0 ^m	90,24	69,62	50,57
$k + \frac{1}{2} Cl + F) d$	10448 ^{k *}	11630	11808	12062
$(F + \frac{1}{2} Cl) d$		2064 [*]	2257	2257
$= \frac{1}{2} Cl d$	9,2 ^k	1015	1015	1015
n Tabelle LV.	70,11 ^m	116,76	151,17	161,01
r_{m-1}		0,514	0,271	0,174
$\text{tg } \beta_{m-1}$		30,02 ^m	20,48	12,40
$B'_m + P'_{om}$		16115	15345	13900
$\frac{1}{l} \text{tg } \beta_{m-1}$		50	50	40
ψ_{m-1}		322	307	322
ach Tabelle LV.	30565 ^k	29465	20377	143 ⁴⁾
$\text{tg } \varphi$	0,69	0,683	0,954	1,109
$N_m \cos \varphi \text{tg } \varphi$	21090 ^k	20124	19440	15914
$n \sin \varphi - P'_{um}$	10642 ^k	8494	7632	3832

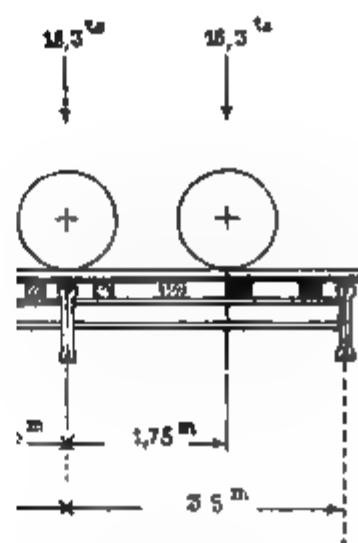
LVI. Berechnung der Vertikalstände.
 $l = 33,80^m$, Fachweite $x_{m+1} - x_m = d$.

6	7	8	9	10	11	Bemerkungen.
16,9	20,4	21,9	27,4	28,9	30,9	
18,65	15,15	11,65	8,15	4,65	4,65	$\lambda_{11} = \lambda_{10}$, weil Punkt (11) nicht belastet ist.
5744	5873	6002	6131	7930		
7614	7743	7872	8001	800		
109,17	100,63	89,48	75,54	65,94		
32,83	16,63	2,23	— 10,34	— 20,37		
12310	12533	12761	12985	14752 *)		*) Für die äussersten Vertikal- stände ist als mittlere Fachweite $\frac{1}{2} (3,5 + 2,9)$ zu setzen.
2257	2257	2257	2257	2257		
1015	1015	1015	1015	928		
155,89	137,47	119,90	94,14	69,90		
0,086	0,026	— 0,026	— 0,086	— 0,154		
6,70	1,78	— 1,56	— 4,05			
10730	7550	3690	— 107			
40	40					
268	189					
10733	9412	4453	780	— 2940 *)	— 8077 *)	*) Negatives N bedeutet, dass die Streben entgegen- gesetzter Rich- tung (T) in An- spruch genom- men sind.
1,194	1,22	1,194	1,109	0,683 *)	0,69 *)	**) Nach Gleichung 281).
12875	11483	5317	865	1828 *)	5573 *)	
565	— 1150	— 7444	— 2240 **)	— 9179 **)		

auf Zug in Anspruch genommen sind. — Die Zugkräfte erreichen ~~ihre grössten Werthe am U~~ und zwar wird der Zug desto grösser, je grösser die unmittelbar erhebliche Zugkräfte finden den Knotenpunkten statt und namentlich ist, bei welcher die untern Knotenkräfte finden bei gleichmässig verlaufenen Zugkräften, wesshalb in ~~den~~ nicht ganz unbedeutenden Zugkräften circa 112 Kilogr. per Quadratcentimeter (nach Tabelle LVI. einer ~~r.~~ auszuhalten hat.)

Die Brücke über den Colomak konnte nach demselben System wie die Kitzinger Mainbrücke (s. N^o. 172) gesehen davon, dass bei der Colomakbrücke die Rechnung somit etwas vereinfacht ist, auch bei Brücken, welche den parabolischen Trägern dem Auflager befindlichen Diagonalstreben leisten in Anspruch genommen, wesshalb bei A nach B angenommen ist; wenn die Brücke dem Schwedler'schen System nachgebildet wird, so tritt der Ueberlast wenig in Anspruch (hier Null sein); die grössten Strebenkräfte dann statt, wenn mehr als die Hälfte der Bewegung der Last von B nach A zu Grunde liegt in beiderlei Berechnungen ist dadurch die Colomakbrücke oberhalb, die Colomakbrücke unterhalb

Fig. 215.

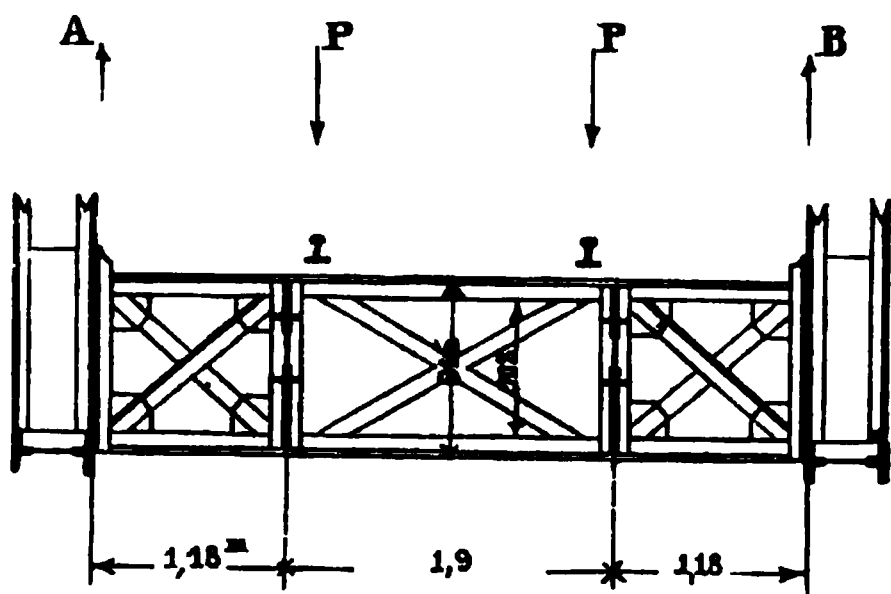


werden am meisten in Anspruch genommen. Die skizzierte Stellung der Locomotivbelastung des Querträgers II:

$$12300 \left(1 + \frac{2,05}{3,50} + \frac{1,75}{3,50} \right) = 25600 \text{ Kilo.}$$

Hiezu das Eigengewicht der Fahrbahn mit 710 Kilo per Meter, somit auf 3,5 ^m Länge . .	2485 „
Zusammen	<u>28085 Kilo.</u>

Fig. 216.



Diese Querträgerbelastung ist auf die beiden Lastpunkte gleichmässig zu vertheilen, wie obenstehende Figur 216 zeigt.

Hienach beträgt der Auflagerdruck A 14040 Kilo, somit:

$$M_1 = M_2 = 14040 \times 1,18 = 16567 \text{ KM.}$$

Dieses Moment ist auf die ganze Länge des mittleren Faches gleich und misst der widerstehende Querschnitt der beiden Winkel nach Abzug der Niete 40 □ Centim., wonach die im Material herrschende Spannung nach Gleichung 35)

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{b_0}{b} \mathfrak{B} \cdot \Omega \cdot \xi_0 \\ M &= \frac{a_0}{a} \mathfrak{A} \cdot \Omega \cdot \xi_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 284)$$

gefunden wird. — Indem wir in dieser Gleichung die Distanz ξ_0 der Gurtungsschwerpunkte $= 0,85^m$ und $\frac{b_0}{b} = \frac{a_0}{a} = 1$ setzen (indem gleichmässige Spannung des ganzen Gurtungsquerschnitts angenommen wird), so erhalten wir:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \frac{16567}{40 \cdot 0,85} = 487 \text{ Kilo.}$$

Die in den Lastpunkten wirkende Kraft $P =$ Auflagerdruck $A = 14040^k$ muss mittelst zweier gedrückten Strebenwinkel und eines gezogenen Strebenbandes auf die Auflager (d. h. zur Vertikalen des Hauptträgers) übertragen werden; nennen wir N die

Summe der in den vorgenannten Streben wirkenden Kräfte, welche denselben Winkel φ mit dem Horizont bilden, so ist somit:

$$\Sigma N \sin \varphi = A = 14040 \text{ Kilo},$$

$$\Sigma N = \frac{14040}{0,65} = 23000 \text{ Kilo},$$

welche Kraft durch folgenden Querschnitt aufgenommen wird:

2 Winkel à 16,77, zusammen 33,54 □Cent.

1 Spannstrebe 12,90 „

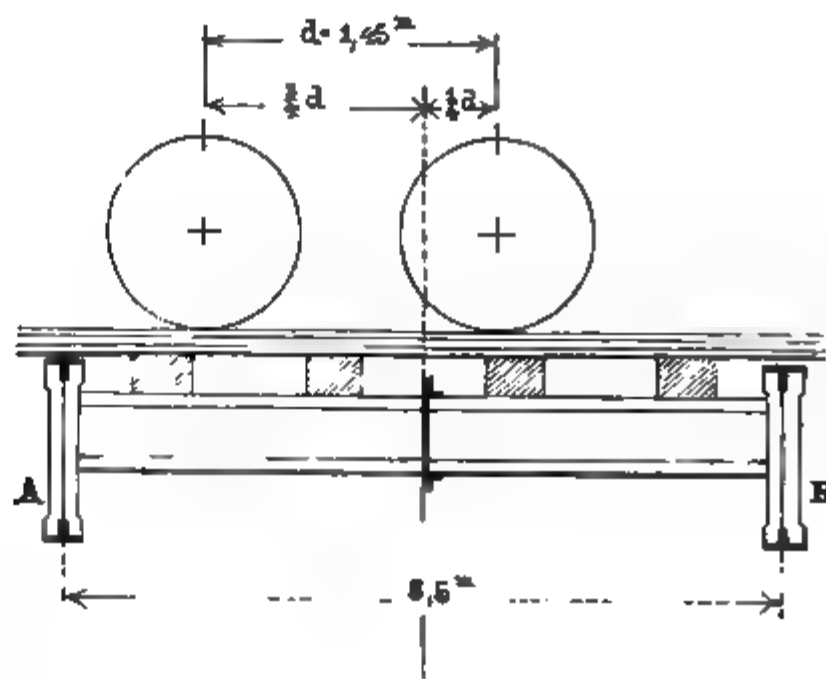
Zusammen 46,44 □Cent.

Hievon ab 2 Nieten mit . . 5,0 „

Bleiben 41,44 □Cent.,

wonach eine grösste Spannung von $\frac{230000}{41,4} = 555 \text{ Kilo}$ vorhanden ist.

Fig. 217.



Die Schwellenträger werden durch die in Figur 217 dargestellte Stellung der Locomotive am meisten in Anspruch genommen; der Auflagerdruck B wird gefunden:

$$B = \frac{211 + 0,66}{3,50} \cdot 12300 = 9734^k,$$

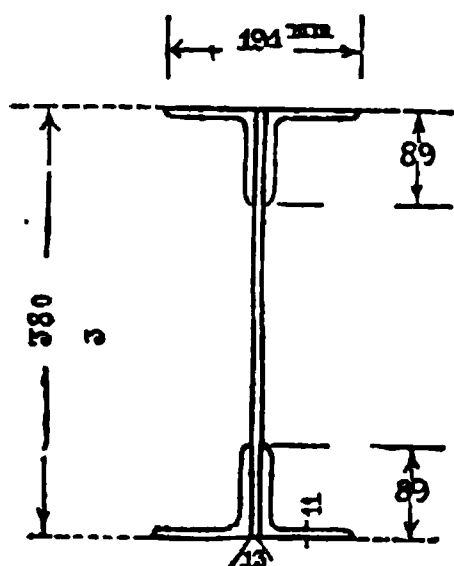
woraus das Moment an der Querschwellen III. sich ergibt:

$$M_s = 9734 \times 1,39 = 12530 \text{ KM.}$$

Dieses Moment vertheilt sich auf zwei Schwellenträger, deren jeder somit ein grösstes Angriffsmoment von 6265 KM. auszuhalten hat.



Fig. 218.



Die Querschnittsdimensionen der Schwelenträger sind in beistehender Figur 218 verzeichnet und findet sich nunmehr die grösste Spannung in der Gurtung, indem man in Gleichung 150) $b_0 = a_0 = \frac{\xi_0}{2}$, $b = a = H$ setzt, wonach:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{X} \frac{\xi_0^2}{H} (\Omega + \frac{1}{6} \delta \xi_0) \quad . . . \quad 150)$$

In dieser Gleichung ist:

$\Omega = 2 \cdot 18,5$	= 37,0	□ Cent.
Hievon ab 1 Niete	7,0	" "
		30,0	□ Cent.
Hiezu $\frac{1}{6} \delta \xi_0 = \frac{1}{6} (1,3 \times 3,3)$	=	7,1	" "
	Zusammen	37,1	□ Cent.

$$\frac{\xi_0^2}{H} = 0,309^m, \text{ somit:}$$

$$\mathfrak{X} = \mathfrak{M} \cdot \frac{1}{0,309} \cdot \frac{1}{37,1} = \frac{6265}{11,46} = 547 \text{ Kilo.}$$

182. Zwei Brücken nach gedoppeltem Schwedler'schen System sind die Weserbrücke bei Höxter (Spannweite 58,25^m) und die Elbbrücke bei Tangermünde (Hämerten) an der Berlin-Lehrte-Eisenbahn (Spannweite 65,9^m).

Erstere Brücke war in der Pariser Ausstellung vom Jahre 1867 durch Modell und Zeichnungen dargestellt und ist auch in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen (1867) veröffentlicht.

Die zweite dieser in mehrfacher Beziehung sehr ähnlichen Brücken ist durch Herrn J. W. Schwedler selbst, gleichfalls in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen (1868), veröffentlicht worden und soll als neueres Project der folgenden Darstellung zu Grunde gelegt werden.

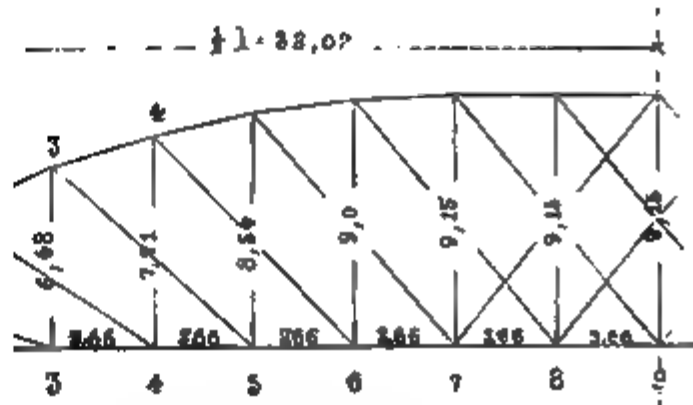
Anmerk. In den Figuren 219 — 222, sowie in der zugehörigen Berechnung sind in Folge einer Verwechslung des englischen mit dem preussischen Maasse durchweg die Längenangaben entsprechend zu niedrig; Tabelle LVII. bleibt aber richtig, ebenso die daran geknüpfte Betrachtung, weil in dem Ausdrucke der Gurtungskräfte q in demselben Maasse zu gross ist, als die Längenangaben zu klein sind, die übrigen Maasse sich aber in Nenner und Zähler ausgleichen.

Die allgemeine Anordnung der Brückenconstruction sowie einzelne Details sind auf Tafel XV. gegeben und ist hiezu zu bemerken, dass die Brücke für zwei Geleise bloss zwei Hauptträger erhalten hat und dass mit Ausnahme der Pfosten (1), (2), (16) und (17) an sämtlichen Knotenpunkten obere Querverbindungen angebracht werden konnten; letztere fehlen nur an den Enden je auf circa 10 Meter Länge.

krümmte, nicht parabolische Träger.

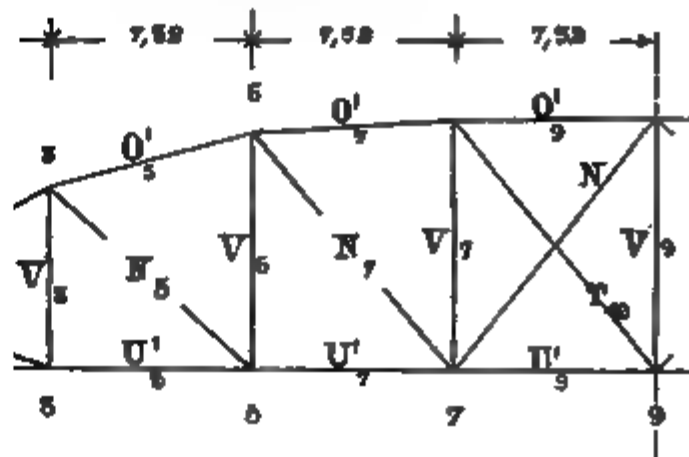
e der einzelnen Fachwerksglieder sind aus 219 ersichtlich, indem in Folge der symmetrischen Hauptträgers die Aufzeichnung der einen Hälfte dieser Längenmaasse genügt. In diesen doppelten Systemen geschah nun in jedem der beiden Strebensysteme je mit den

Fig. 219.



ersehen abgesondert denkt, wobei die Gurten gemeinsam sind, daher die obere polygonale stetige Kurve ersetzt gedacht wird.

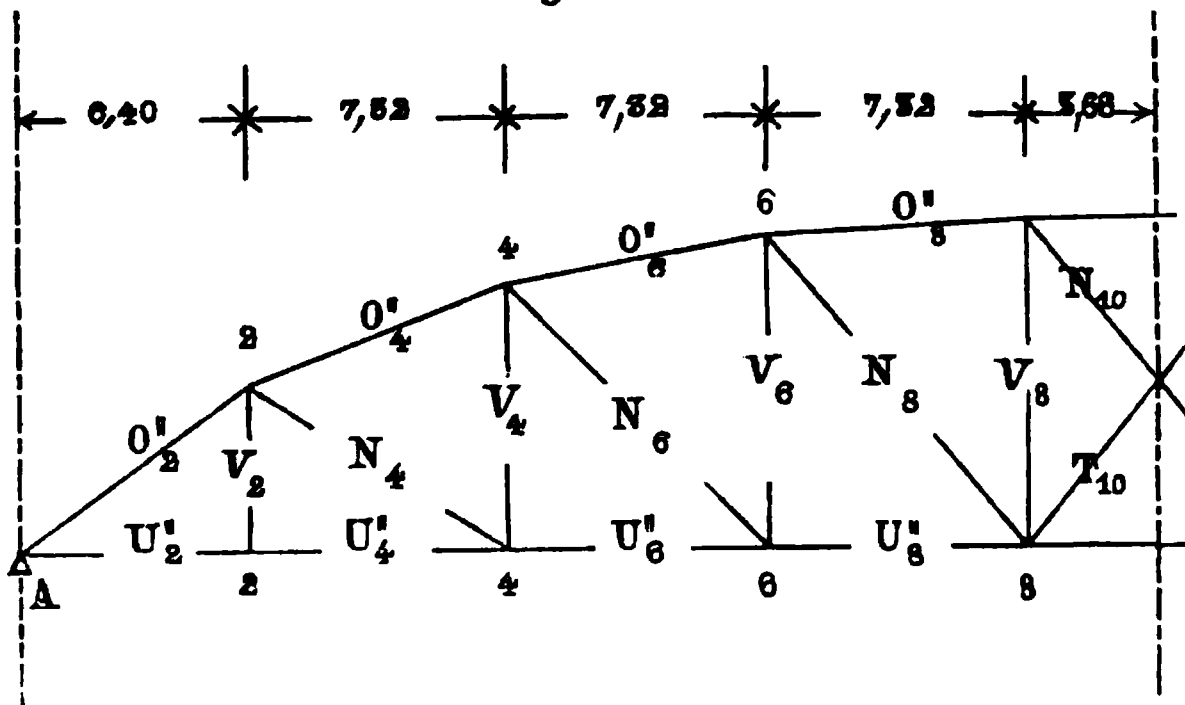
Fig. 220.



und 221 stellen die beiderlei Systeme dar, beziehungsweise zweites System bezeichnen; geraden, letzteres die geraden Knotenpunkte. In diesen Systemen wird nun für sich wie ein einheitliches und können wir für jedes dieser Systeme (223) anwenden, sobald wir die Lasten je Brückensystem gleichförmig vertheilt annehmen. Diese Annahme giebt nun im ersten System auf der Seite für den Knotenpunkt (1) eine gewisse vorliegende Falle nur etwa $\frac{2}{3}$ der Belastung der Knotenpunkte, während bei Vereinigung der Knotenpunkte nahezu die volle Belastung

der andern Punkte (hier wegen geringerer Endfelderlänge nur $\frac{7}{8}$ dieser Belastung) aufzunehmen hat; die bezügliche Differenz ist deshalb von geringerem Belange, weil die in den Endfeldern wirkenden Gewichte auf die Grösse der Angriffsmomente weniger Einfluss üben. (Uebrigens findet eine ähnliche Ungenauigkeit, nur

Fig. 221.



in ungekehrtem Sinne, dann statt, wenn man sämtliche Knotenpunkte trotz der geringeren Länge der Endfelder gleich belastet annimmt.)

Wir werden die Gurtungskräfte des ersten Systems mit $O' U'$, die des zweiten mit $O'' U''$ bezeichnen. Bei den Strebenkräften (in den Diagonalen sowohl als in den Vertikalen) ist eine solche Unterscheidung nicht nothwendig, da jede Strebe nur einem der beiden Systeme angehört.

Dagegen sind für die Angriffsmomente und Vertikalkräfte gleichfalls neue Bezeichnungen einzuführen. Hier haben wir die auf einen Träger bezogenen Werthe mit M' und B' bezeichnet; werden letztere Grössen noch einmal und zwar auf jedes der einzelnen Systeme reduzirt, so bezeichnen wir die auf ein einzelnes System eines Trägers bezogenen Grössen mit M'' B'' , so dass z. B. B''_5 nach Figur 220, B''_6 nach Figur 221 bestimmt wird, während für den ganzen Träger des doppelten Systems $B'_5 = (B''_5 + B''_6)$ wäre. — M''_m ist beim doppelten System $= \frac{1}{2} M'_m$, beim dreifachen System $\frac{1}{3} M'_m$.

183. Die Berechnung der vorliegenden Elbbrücke (siehe Tafel XV.) geschieht nach Vorstehendem in der Weise, dass für jedes der in Figur 220, beziehungsweise Figur 221, skizzirten Systeme die Fachwerkkräfte besonders gerechnet werden, wobei wir jedes der beiden Systeme mit der Hälfte sowohl des Eigengewichts als der variablen Last behaftet denken.

Das Verfahren bleibt im Uebrigen ganz dasselbe, wie solches in den Nummern 179. — 181. für die Colomakbrücke entwickelt

. 18. Gekrümmte, nicht parabolische Träger.

Im Folgenden nur ausgeführt werden, in welcher Art die Kräfte der beiden Systeme sich zusammen-

setzen. Der Schwedler hat bei seiner Berechnung an jedem Knoten-
punkt sein Eigengewicht und 280 Centner Verkehrslast
angenommen, so dass bei Anwendung von Metermaass

$$p = 2732^k, k = \frac{14000}{3,66} = 3825^k, \text{ und } q = p + k =$$

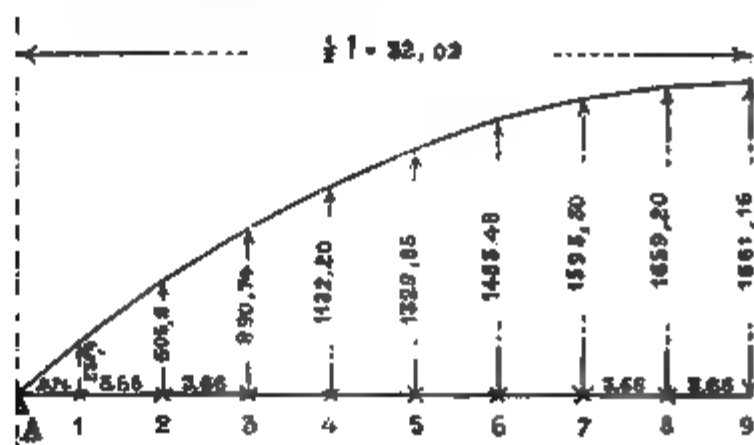
5557^k. — Da die Brücke für zwei Geleise nur zwei
Stützen hat, so folgt als grösstes Angriffsmoment in
Mitte:

$$\max M' = M_{\max} M = \frac{q l^2}{8} = 3362,33 \text{ mts.}$$

$$\max M'' = 1681,16 \text{ mts.}$$

Wir werden nun mittelst Gleichung 174) die einzelnen M''
bestimmen, als für das zweite System bestimmt und ist
dieser Rechnung in beistehender Figur 222 zusammen-
gefasst. Die ungeraden M'' dem ersten Systeme, die geraden
dem zweiten Systeme angehören.

Fig. 222.



Der Schwedler findet im Falle der gleichförmig ver-
theilten Last $\max \frac{M}{l}$ in der Brückenmitte statt, somit

die Diagonalen auf Zug construirt sind) für die linkseitige
Figur 140 massgebend, wonach wir zur Bestimmung
der Kräfte aus N^o. 134. entnehmen:

$$= U_{m+2} \cos \gamma = \frac{M'_m}{l_m}$$

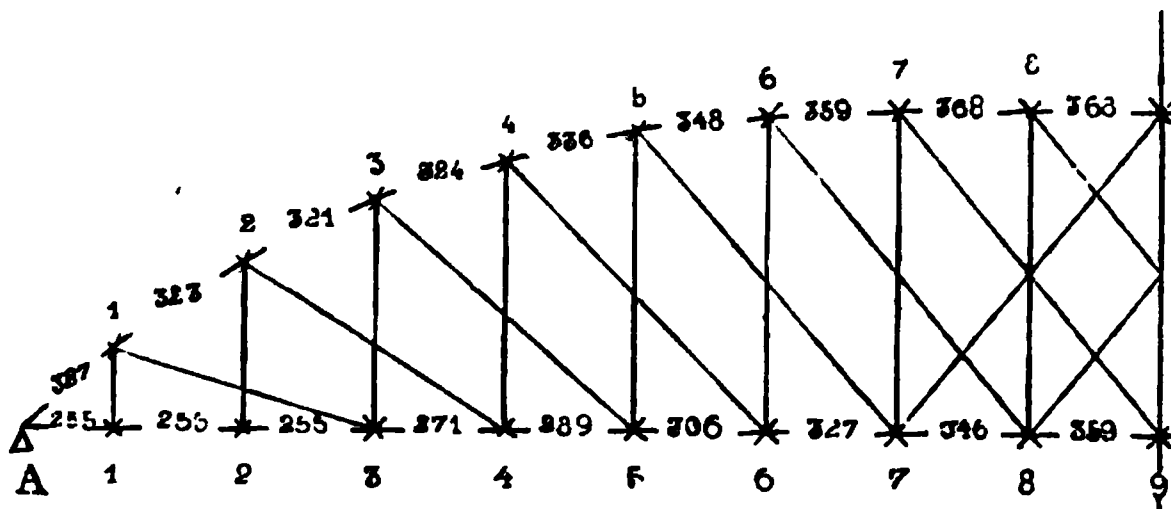
oder den vorliegenden Fall erhalten:

$$\left. \begin{aligned} U_{m+2} \cos \beta &= U'_{m+2} = \frac{M''_m}{l_m} \\ U_{m-2} \cos \beta &= U''_{m-2} = \frac{M''_{m-2}}{l_{m-2}} \end{aligned} \right\}$$

Nach diesen Formeln sind in der folgenden Tabelle LVII. die Gurtungskräfte zunächst für jedes der beiden Systeme und sodann durch Combination der demselben Gurtungsglied zugehörigen Theilkräfte die Gurtungskräfte für das gesammte doppelte System gebildet. — Die Tabelle LVII. bedarf nach vorstehender Entwicklung keiner besondern Erläuterung und soll nur bemerkt werden, dass die einzelnen M'' aus Figur 222, die $\cos \beta$ aus Figur 219 erhalten werden.

Herr Schwedler, welcher sämtliche Knotenpunkte (auch die zunächst den Endfeldern) gleichförmig je mit 480 Centner belastet angenommen hat, erhielt die in der folgenden Fig. 223 zusammengestellten Resultate. (Vergl. Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam, 1868, Seite 521—524.)

Fig. 223.



Eine genauere Berechnung, welche unter Voraussetzung ganz gleichförmiger Belastung der ganzen Brücke angestellt würde, müsste etwa das Mittel aus den Resultaten der Tabelle LVII. und der Figur 223 ergeben. (Diesen genaueren Werthen würde man durch Anwendung der Formeln 200) und 201) sehr nahe kommen, nach dem Verfahren, welches für den geradlinigen Träger der Ingolstadter Donaubrücke in vereinfachter Weise angewendet ist.)

184. Ueber die Construction der Hauptträger, welche aus Tafel XV. ersichtlich ist, sagt Herr Schwedler: „Die obere Gurtung besteht aus 16 Winkeleisen, deren vertikale Schenkel sämtlich 5 Zoll (127^{mm}) lang sind (siehe Figur 224), während die von Fach zu Fach stattfindende Aenderung des Querschnitts durch Variation der abstehenden Schenkel erreicht wird. Alle Winkeleisen haben die Länge von zwei Fachen und sind in den Fusspunkten nach einem Radius von .14 Fuss (4^{1/4} M.) gebogen. Die Stösse sind so angeordnet, dass in jedem Knotenpunkt 8 Winkeleisen durchgehen und 8 gestossen werden und zwar in der Art, dass die gestossenen Winkeleisen über Kreuz zu liegen kommen, so dass die vollständige Deckung des Stosses ohne Zuhilfenahme äusserer Deckplatten oder

olische Träger.

Tabella
münde.

	2	3	4
3te		890,74	
"		6,48	
3te		137,88	
3		0,901	
1te		152,45	
3te		116,89	
	605,20te		1432,20
	4,72m		7,71
	128,22m		146,85
	0,840		0,947
	152,64		155,07
	128,22 *)		128,22
5te	305,09	307,52	314,79
1te	254,11	245,11	265,58

LVII.

Berechnung der Gurtungskräfte.

5	6	7	8	9	Bemerkungen.
1329,88		1593,3		1681,16	
8,54		9,15		9,15	
155,73		174,13		183,72	
0,975		1,0		1,00	
159,72		174,13		183,72	
137,36		155,73		174,13	*) $U_1 = U_2$.
	1483,49		1659,20		
	9,0		9,15		
	164,83		181,33		
	0,992		1,00		
	166,06		181,33		
	146,85		164,83		*) $U_3 = U_4$.
325,78	340,19	355,46	365,05	365,05 *)	*) $O''_{10} = O''_8$.
284,21	302,58	320,56	338,96	355,48*)	*) $U''_{10} = O''_8$.

polia

inke
hen
Zo
kar
die
ngl
den

An
urt
ech
ve
ve
ink
tal
leis

sig
12,
lie
isst

äg
i du
ei
60

de
n
St
ig
es
en
do
Mi
ner
leis
der
er
zu
ring
un

lick
ung

Fahrbahntafel	58,1 ^{ts} .
Hauptträger:	
Gurtungen	115,20
Streben	38,30
Obere Querverbindung und Wirkungen	17,70
	<hr/>
	181,30
Zusammen	<hr/>
	239,4

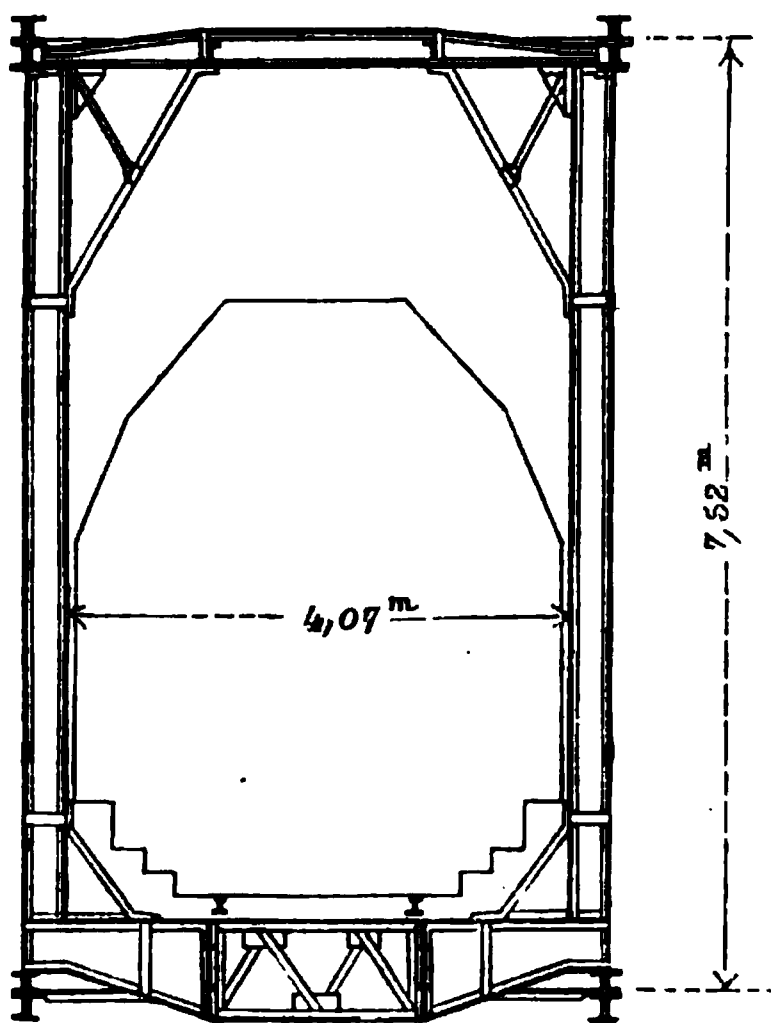
woraus per Meter und Geleise:

$$p' = 20,91 + 440 = 1817^k$$

In der statischen Berechnung wurde das Totaleigengewicht $p = 2660^k$ angenommen, welche Belastung durch Hinzufügung des Gewichts von Oberbau und Bedielung nicht vollständig erreicht werden wird.

Als Maximalspannung wurden 100 Centner per Quadratzoll oder 731 Kilo per Quadratcentimeter in den Gurtungen angenommen.

Fig. 226.



185. Die Elbbrücke bei Meissen hat neben einer Reihe kleinerer Oeffnungen drei grössere von je 21,6^m Spannweite, deren Eisenconstruction von Herrn J. W. Schwedler projectirt und in der Berliner Zeitschrift für Bauwesen von Erbkam, Jahrgang 1868, veröffentlicht worden ist. — Jede dieser Oeffnungen ist für sich mit zwei freiliegenden Trägern überspannt, deren obere Gurtungen sanft gekrümmt sind, der Art, dass die Constructionshöhe in der Brückenmitte nahezu $\frac{1}{7}$ der Spannweite beträgt, während an den Auflagern gerade die nothwendige Höhe zum Anbringen einer oberen Querver-

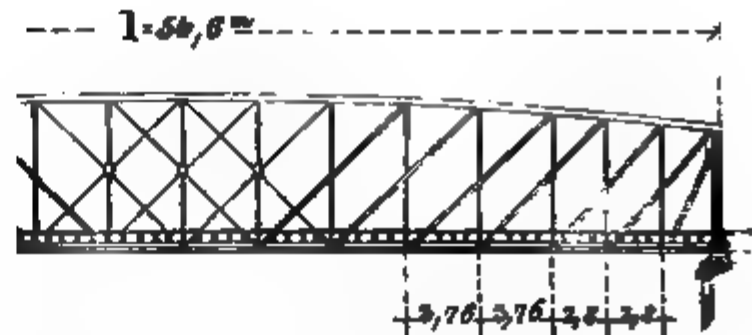
bindung verblieben ist, wie diess in beistehenden Figuren 226. und 227 dargestellt ist.

Die vorliegende Construction bildet einen Uebergang vom geraden Träger zum gekrümmten; die Wirkungsweise der Streben ist jedoch übereinstimmend mit der bei geraden Trägern stattfindenden und wird daher eine solche Brücke ganz ähnlich dem doppelten unsymmetrischen System behandelt, dessen Berechnungsweise in den N^o. 159. und 160. für die Ingolstadter Donaubrücke entwickelt wurde, mit dem Unterschiede jedoch, dass anstatt der Gle-

imnte, nicht parabolische Träger.

Rücksicht auf die Krümmung der obern 195)—197*), 200) und 201) angewendet

Fig. 227.



ng wurden 2600 Pfund per laufenden
· Meter, als Eigengewicht 1400 Pfund per
30 Kilo per Meter angenommen; das be-
trägt:

.....	18,9 ^m
.....	39,0
.....	32,9
ung und Windstreben .	16,4
	<hr/> 88,7
Zusammen	107,6 ^m

teleise bei 54,6^m Stützweite folgt:

$$71 + 346 = 1970 \text{ Kilo.}$$

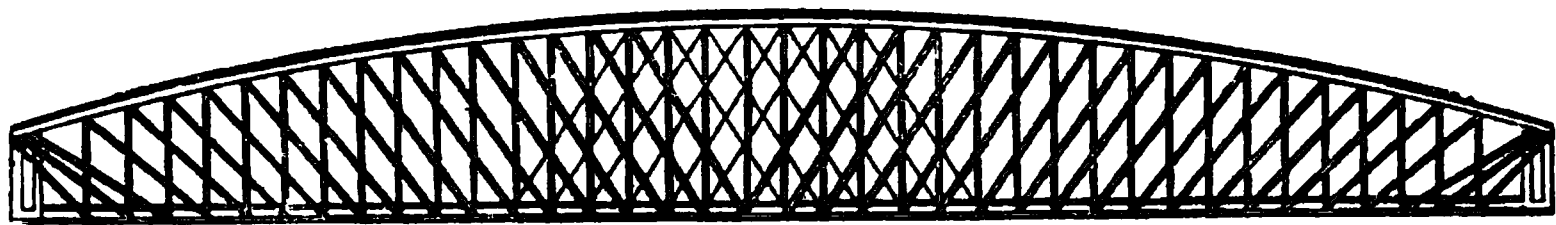
bei dem vorhergehenden Beispiel eine
00 Centner per Quadrat Zoll, ferner für
comotive angenommen, welche ein Trieb-
tner und zwei Laufaxen von je 120 Cent-
von 9' oder 2,82^m zeigt (s. Fig. 225).

der hat die in Figur 225 skizzierte Locomotive
igen angewendet, indem diese Gewichtsvertheilung
Hauptträger die Fahrbahntafel verhältnissmäßig
Hiedurch erhält man für die der Einwirkung der
zten Theile ein gewisses Uebermaass an Stärke,
n der zulässigen Maximalspannung erreicht wird.
(und N°. 154.)

Meissen zeigt die Eigenthümlichkeit, dass
chaus constant ist, sondern in den drei
nhälfte nur $\frac{3}{4}$ der normalen Fachweite
e günstigere (steilere) Stellung der End-
d die Ansicht der Brücke sich sehr ge-
rellenträger sind in den kürzeren Fachen
struirt.

186. Eine der vorstehend beschriebenen ähnliche Construction ist in Holland in sehr grossem Maassstab angewendet worden für die Brücke über den Leck bei Kuilenburg.

Fig. 228.



Die Brücke hat eine Spannweite von 150^m, eine grösste Höhe von 20^m und hiebei, wie Figur 228 zeigt, ein dreifaches, unsymmetrisches Fachwerk erhalten.

Als Metallgewicht der zweigeleisigen Brücke sind vorgesehen:

Fahrbahntafel 107,0^{ts}.

Hauptträger:

Gurtungen 1178,0

Streben, d. h. Diagonalen und Vertikalen 570,0

Obere Querverbindungen und Windkreuze 245,0

1993,0^{ts}.

Zusammen 2100,0^{ts}.

woraus per Meter oder Geleise bei 150^m Stützweite folgt:

$$p' = 43,21 + 357 = 7000 \text{ Kilo.}$$

Es ist bei dieser Brücke für die Fahrbahntafel und für die Windverstrebung fast ausschliesslich Gussstahl, für die Hauptträger durchaus Walzeisen angewendet; wir haben schon in N^o. 38. aufmerksam gemacht, dass die Anwendung des Gussstahls gegenwärtig noch grosse Vorsicht erfordere; es scheint auch, dass man aus diesem Grunde den Gussstahl für die Hauptconstruction nicht verwenden wollte; wenn man jedoch den Gussstahl bei solchen grossen Brücken namentlich deshalb anwenden will, um die Construction leichter zu machen, so wird dieser Zweck durch das hier beobachtete Verfahren nur sehr unvollständig erreicht, indem die Fahrbahn und die Windverstrebung nur einen geringen Theil des Totalgewichtes ausmachen.

Krümmung der ganzen Wand stattfinden können. — Die Figuren 230 und 231 stellen dar, in welcher Weise die Krümmung einer

ganzen Wand gedacht werden kann; wenn man mit l_0 deren ganze Höhe, mit L_0 die einer einfachen Biegung entsprechende freie Höhe bezeichnet, so ist in den durch genannte Figuren dargestellten Fällen $l_0 = 2L_0$ zu setzen; die Länge der Gitterstäbe, welche eine entsprechende Biegung erleiden, ist in Folge der schiefen Lage derselben eine grössere und soll durch $l = 2L$ bezeichnet werden, wonach also $L = \frac{1}{2}l$ die in Formel 169) einzuführende freie Länge des Stabs bedeutet, wie durch die folgende Gleichung erläutert ist:

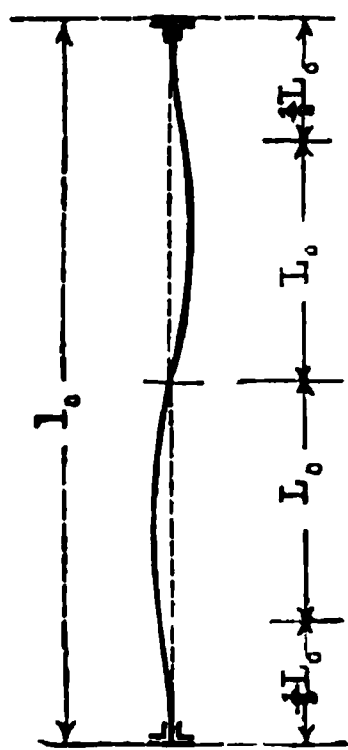
$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega L^2}{\Theta} \right) = B_m \left(1 + K \frac{\omega l^2}{4\Theta} \right) \quad . \quad . \quad 285)$$

Anmerk. Es ist angenommen, dass das Trägheitsmoment senkrecht zur Wandfläche berechnet wird, indem in der Ebene der Gitterwand die einzelnen Stäbe, welche an den Kreuzungspunkten sich gegenseitig stützen, meist steif genug sind; die Biegung in der Ebene der Gitterwand wird in §. 22 besprochen.

Wenn ein Gitterwerk durch besondere Vertikalständer ausgesteift ist, deren Abstand mit d_0 bezeichnet sei, so ist anstatt der ganzen Stablänge l die Grösse $\frac{1}{\cos \varphi} d_0$ einzusetzen, wobei φ

den Winkel des Gitterstabs mit dem Horizont bezeichnet.

Fig. 232.



Bei hohen Wänden, welche oberhalb und unterhalb sehr kräftig verspannt sind, so dass die Tangenten der Biegungskurve zunächst den Gurtungen vertikal bleiben, kann die Krümmung des ganzen Gitters nach Fig. 232) gedacht werden, wonach $L_0 = \frac{1}{3}l_0$ gesetzt werden dürfte; es ist jedoch, wie bemerkt, eine sehr tüchtige Verspannung nothwendig, wenn die Voraussetzung der Fig. 232 zutreffen soll.

In denjenigen Fällen, wo die gezogenen Gitterstäbe dieselbe Querschnittform haben, wie die gedrückten, werden diese ersteren gleichfalls einer seitlichen Biegung entgegenwirken, wonach wir in vorstehender Gleichung 285) das der Biegung widerstehende Trägheitsmoment Θ verdoppeln dürfen; für diese Fälle ist daher

φ_x den zugehörigen Neigungswinkel,

$\Sigma_x N \sin \varphi$ die Summe der vertikalen Composanten sämtlicher durch den Schnitt x getroffenen, mit dem Gitterstab N_x gleichgerichteten Streben,

$\Sigma_x T \sin \psi$ die Summe der vertikalen Composanten der durch den Schnitt x getroffenen entgegengesetzten gerichteten Stäbe.

Ferner nennen wir n die Anzahl der durch denselben Vertikalschnitt x getroffenen Gitterstäbe, oder auch die Zahl der Fragmente, in welche ein Stab durch die Kreuzungen mit Stäben der entgegengesetzten Richtung abgetheilt wird:

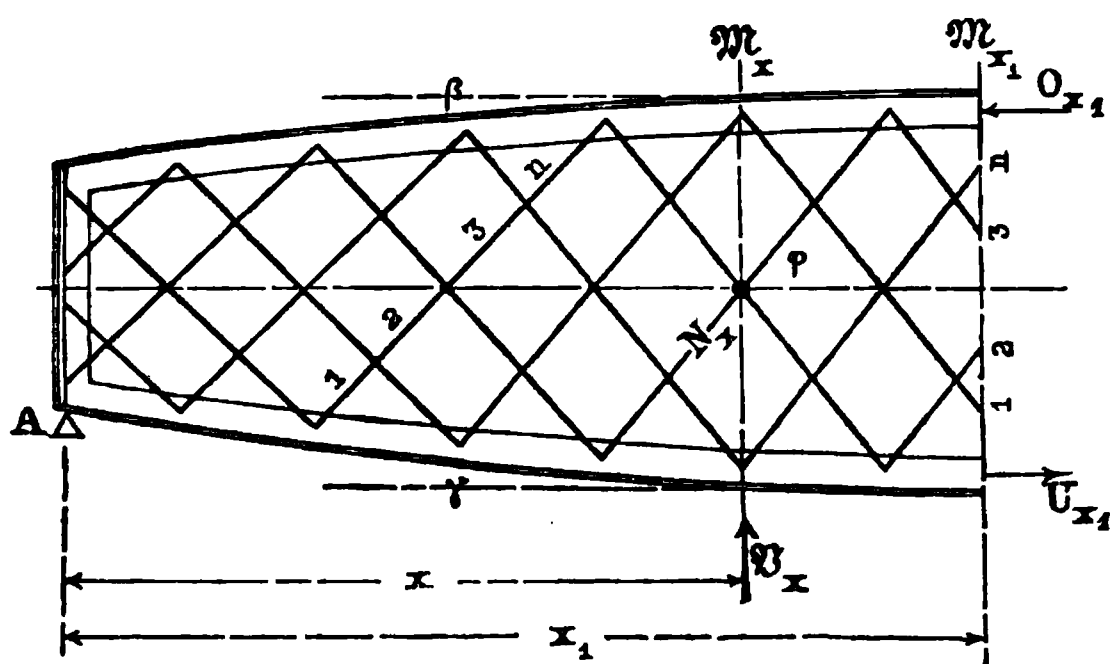
ξ_x die Distanz der Gurtungsschwerpunkte oder geometrische Trägerhöhe im Abstände x ,

Ω den Querschnitt der belasteten Gurtung,

ω den Querschnitt des belasteten Gitterstabs.

Unter Annahme vorstehender Bezeichnungen erhalten wir:

Fig. 283.



Für die Gurtungen eines Gitterwerks von beliebiger Gurtungsform nach Gleichung 198) und 199):

$$O_x \cos \beta = U_x \cos \gamma = \frac{M'_x}{\xi_x} \quad . \quad . \quad . \quad 287)$$

Für die Gitterstäbe nach Gleichung 196):

$$N_x \sin \varphi = \frac{1}{n} \left(B'_x - \frac{M'_x}{\xi_x} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right) \quad 288)$$

Die Spannungen und Pressungen werden durch die Gleichungen 166)—168), sowie 285) beziehungsweise 286) gefunden, wobei letztere Gleichung dann in Anwendung kommt, wenn die entgegengesetzt gerichteten Stäbe von gleicher Querschnittsform sind. Die Gleichungen 287) und 288) vereinfachen sich wesentlich, wenn die Gurtungen, wie diess bei Gitterbrücken meist der Fall ist, geradlinig sind; für diesen Fall erhalten wir:

Für die Gurtungen:

$$O_x = U_x = \frac{M'_x}{\xi_x} \quad 289)$$

Für die Gitterstäbe:

$$N_x \sin \varphi = \frac{1}{n} B'_x \quad 290)$$

189. Zur Aussteifung der Gitterwände werden, ähnlich wie bei Trägern mit vollen Wandungen, sehr häufig Vertikalständer nothwendig, welche das Ausbauchen der Gitterwände verhindern sollen; es ist schon oben bei Gleichung 285) bemerkt, dass durch diese Vertikalständer die freie Länge der Stäbe wesentlich reduzirt werden kann, so dass, wenn anders die Distanz der Vertikalständer und die Dicke der Gitterstäbe entsprechend gewählt wird, der Bruch $\frac{B}{B_m}$ sich der Einheit ziemlich nähern kann; oder aber könnten die gedrückten Stäbe eine etwas grössere Stärke erhalten, so dass wenigstens der Zug M im gezogenen Stab der grössten Pressung B im symmetrisch gelegenen gedrückten Stabe ziemlich gleich ist. — In beiden vorerwähnten Fällen dienen die Vertikalständer nur zur Aussteifung und zur Uebertragung der Fahrbahngewichte.

Häufig aber werden die gedrückten Stäbe trotz der Hinzufügung von Vertikalständern eine sehr starke Pressung erleiden, welche nach Gleichung 286) oder nach 285) berechnet, die mittlere Pressung B , sowie insbesondere die grösste Spannung M der entsprechenden gezogenen Stäbe wesentlich überschreiten würde, wenn sich diesem nicht der geometrische Zusammenhang des durch die Vertikalständer versteiften Trägers entgegenstellen würden; derjenige Druck, welcher von den gedrückten Stäben in Folge der Biegung derselben nicht aufgenommen werden kann, geht in die Vertikalständer über und wir haben ein combinirtes System vor uns, welches in den Nummern 142. und 143. behandelt ist.

Bei combinirten Gittersystemen findet die Vereinfachung statt, dass wir die Gurtungskräfte wie bei allen Gitterwerken nach vorstehender Gleich. 287) bestimmen, während wir für die Gitterstäbe nach Analogie der Gleich. 184) durch Summirung der Kräftecomposanten unter Anwendung der obigen Bezeichnungen erhalten:

$$\Sigma_x N \sin \varphi + \Sigma_x T \sin \psi = B'_x - \frac{M'_x}{\xi_x} (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \gamma) \quad . \quad 191)$$

Ueber das gegenseitige Verhältniss der die Gleichungen 202) und 203) maassgebenden Summe der Querschnitte der im Schnitten Gitterstäbe, $\Sigma \omega$, dessgleichen die Summe so ist nach Gleichung 202) unter Anwendn.

$$\frac{\Sigma_x N}{\Sigma \omega_n} = \frac{\Sigma_x T}{\Sigma \omega_t} \left(1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right) \quad . \quad . \quad . \quad 292)$$

Indem wir bemerken, dass bei Gitterwerken die symmetrisch gelegenen Gitterstäbe verschiedener Richtung (ganz oder nahezu) gleiche Neigungswinkel haben, so erhalten wir aus Gleichung 292).

$$\Sigma_x N \sin \varphi = \Sigma_x T \sin \psi \left(1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right) \frac{\Sigma \omega_n}{\Sigma \omega_t} \quad . \quad . \quad 293)$$

wonach sowohl $\Sigma_x N \sin \varphi$ als $\Sigma_x T \sin \psi$ aus Gleichung 291) bestimmt werden können.

Der Gleichung 202) und ebenso den Gleichungen 292) und 293) liegt die Voraussetzung zu Grund, dass die Spannung \mathfrak{A} der gezogenen Stäbe gleich der grössten Pressung \mathfrak{B} in den gepressten Stäben sei; man findet daher, die Spannung $\mathfrak{A} =$ Pressung \mathfrak{B} , indem man den Querschnitt der gepressten Stäbe durch den Werth $\left(1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right)$ dividirt und die Kräftesumme $\Sigma_x N + \Sigma_x T$ auf den reduzirten Querschnitt

$$\Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \frac{1}{\left(1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta} \right)}$$

gleichförmig vertheilt denkt. — Die so gefundene Spannung giebt für die Gesammtheit der vom Schnitt x getroffenen Stäbe nur einen Mittelwerth, sie giebt aber den möglichst genauen Werth für denjenigen Stab, dessen Mitte durch den Schnitt x getroffen wird; hienach ist:

$$N_x : \omega_n = \left\{ \Sigma_x N + \Sigma_x T \right\} : \left\{ \Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \frac{1}{1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta}} \right\} \quad . \quad . \quad 294)$$

Die Combination der Gleichungen 291) und 294) giebt schliess-

lich, indem wir für $1 + K \frac{\omega l^2}{8 \Theta}$ seinen Werth $\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}}$ einsetzen:

$$N_x \sin \varphi = \frac{\omega_n}{\Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \left(\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}} \right)} \left\{ \mathfrak{B}'_x - \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{Q}_x} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right\} \quad 295)$$

Wenn die gedrückten Stäbe in einem durch den Coefficienten c ausgedrückten Verhältnisse stärker sind als die gezogenen Stäbe, im Uebrigen aber ein Wechsel der Stäbe gegen das Auflager hin nur in stetiger Weise geschehend angenommen ist, so haben wir

$$\Sigma \omega_n + \Sigma \omega_t \left(\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}} \right) = \frac{n \omega_n}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}} \quad . \quad 296)$$

r Gitterbrücken.

ung 295)

$$+ \operatorname{tg} \gamma) \frac{2 \mathfrak{B}}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \quad 297)$$

ansetzungen muss je ein geso-
leche sich annähernd im Abstand
 $\frac{2}{n} \cdot \mathfrak{B}'_x$ aufnehmen; wir haben

$$+ \operatorname{tg} \beta) \frac{2 c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \quad 297)$$

2)–297) bedeutet N Zug, T Druck;
stärkste T gezogen wären, so müssten
en N und φ mit den Grössen T und φ

stärkste mehr Strebenkraft aufneh-
rden die Gurtungskräfte modi-
Gurtung stärker, die gezogene
ommen, indem die Distanz der
enkräfte $\sum N \cos \varphi - \sum T \cos \varphi$
äfte (beziehungsweise der hori-
aufgenommen werden muss. –
räfte ist jedoch nicht sehr be-
nicht zu sehr von der Einheit

enz der vertikalen Compo-
Vertikalständer aufgenom-
combinirte System aus 2 un-
gegengesetzter Strebenrichtung

ft in einem Vertikalständer zu-
em Schnitte x,
anz zweier Vertikalständer,
der durch den Vertikalschnitt
lenen Gitterstärke,
durch einen Horizontalschnitt
2 Vertikalständern, d. h. auf
ge d. getroffenen Gitterstäbe,
n wir uns einen Schnitt x un-
n betrachteten Vertikalständer
lenken, welcher Schnitt zugleich
n Abstand (Abscisse) der Gitter-
zeichnet:

$$\left. \begin{aligned} V_x &= \frac{n'}{n} (N_x \sin \varphi - T_x \sin \varphi) \\ V_x &= \frac{n'}{n} \left(\mathfrak{B}'_x - \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}_x} (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma) \right) \frac{\mathfrak{B} - c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad 298)$$

Das Verhältniss $\frac{n'}{n}$ wird im Allgemeinen durch das Verhältniss $d_0 : \mathfrak{S}$ ausgedrückt sein. — Bei den Vertikalständern ist zu Bestimmung des Verhältnisses $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ Gleichung 169) anzuwenden; es ist hiebei die freie Länge L meist gleich der Trägerhöhe zu setzen, indem die Vertikalen zwar an den Enden theilweise eingespannt sind, dagegen aber von den Gitterstäben seitliche, auf Biegung wirkende Kräfte empfangen.

Die Gleichungen 296)–298) ebenso, wie die für alle Gitterwerke gültige Gleichung 287) vereinfachen sich für geradlinig horizontal begränzte Träger mit Vertikalständern wie folgt:

$$O_x = U_x = \frac{\mathfrak{M}'_x}{\mathfrak{S}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 299)$$

$$N_x \sin \varphi = \frac{2}{n} \mathfrak{B}'_x \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \quad . \quad . \quad . \quad 300)$$

$$T_x \sin \varphi = \frac{2}{n} \mathfrak{B}'_x \frac{c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \quad . \quad . \quad . \quad 301)$$

$$V_x = \frac{n'}{n} \mathfrak{B}'_x \frac{\mathfrak{B} - c \mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B} + c \mathfrak{B}_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 302)$$

Hiebei ist das Verhältniss $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m}$ durch Gleichung 286) gegeben, in welcher Gleichung $l = d_0 : \cos \varphi$ zu setzen ist. — Es ist die nach Gleichung 300) gefundene Gitterstabspannung \mathfrak{A} gleich der nach Gleichung 301) erhaltenen grössten Gitterstabpressung \mathfrak{B} , vorausgesetzt, dass die Vertikalständer stark genug sind, um die nach Gleichung 302) berechnete Kraft V aufnehmen zu können, ohne selbst eine höhere als die besagte Pressung $\mathfrak{B} = \mathfrak{A}$ zu erleiden.

190. Die Gitterbrücken theilen wir in folgende Klassen ein:

- 1) Gitterbrücken mit beiderseits gleichartigen Streben, ohne Anwendung von Vertikalständern.

Diese Brücken erhalten meist steife Gitterstäbe, aus T- oder Winkeleisen oder auch aus anderweitig geformtem Façon-Eisen bestehend.

- 2) Gitterbrücken mit flachen Stäben unter Anwendung von Vertikalständern.

Die Berechnung hat nach den in N^o. 189. gegebenen Regeln zu geschehen.

3) Gitterbrücken mit steifen Streben und flachen Zugbändern.

Diese Brücken bilden den Uebergang zu den Fachwerken hauptsächlich dadurch, dass der Gurtungskraft (Gleichung 287) und der freien Länge der Gitterständer (welche, wie oben bemerkt, gültig ist).

angewendeten Gitterwerke in eine Klasse einreihen können. — Bei der dritten Klasse von Vertikalständer angewendet werden wird, dass bei den steifen

1) das Verhältniss $\frac{c \cdot S_m}{S}$ sich der e die Vertikalständer keinen Theil annehmen kann ausnahmsweise die gedrückten Stäben mitzählen, so müssten die Regeln der Gleichung 287 abgeändert werden, was im Allgemeinen nicht möglich ist.

beiderseits gleichen Stäben ohne Vertikalständer.

Gitterwerke ohne Vertikalständer dürfen angewendet werden; wenn sodann, es sich um Gitterwerke, die beiderseits gerändert sind, so darf fernerhin die Gleichung 286) bestimmt werden. Im Uebrigen nach den Gleichungen für geradlinig begrenzten Gitterwerken (Gleichungen 289) und 290)

. 235.

5

Wände ist im Allgemeinen durch die Tragfähigkeit der gedrückten Gitterstäbe zu achten, dass das Ver-

hältniss $\frac{\omega}{\Theta}$ für den Gitterstabquerschnitt ein möglichst günstiges wird. Die T-Form dürfte dieser Bedingung im Allgemeinen am Besten entsprechen. — Günstig ist es bei diesen Brücken, wenn die Fahrbahn unterhalb angebracht werden kann, indem dann die Hälfte des Fahrbahngewichts (inclusive Verkehrsbelastung) durch das Gitterwerk auf die obere Gurtung übertragen werden muss, wodurch die gedrückten Stäbe etwas entlastet werden, die meist weniger angestregten gezogenen Stäbe aber einen Zuschlag an Spannung erhalten. — Bei dem innigen Zusammenhang, welcher die sämtlichen Glieder des Gitterwerks verbindet, darf man annehmen, dass das an irgend einem Punkte eintretende Fahrbahngewicht sich auf eine grössere Länge vertheilt, so dass die auf eine Länge λ gleichförmig vertheilt gedachte Ueberlast die sämtlichen auf dieser Längenerstreckung befindlichen Gitterstäbe in gleicher Weise in Anspruch nimmt.

Die von einem Vertikalschnitt x getroffenen Gitterstäbe, welche beim geraden Träger zusammen die Kraft \mathfrak{B}_x aufnehmen müssen, haben daher von der Fahrbahnbelastung die Hälfte des auf die Länge $\mathfrak{L} \cdot \cotang \varphi$ antreffenden Fahrbahngewichts zu übertragen, d. h. wenn die Stäbe unter 45° geneigt sind, bei Anwendung von zwei Hauptträgern miteinander für jedes Gitter ein Gewicht $= \frac{1}{4} \mathfrak{L} \cdot (k + F)$

zu übertragen. Wenn nun letzterer Werth einen erheblichen Theil der Vertikalkraft \mathfrak{B}'_x antrifft, so werden die gedrückten Stäbe um soviel entlastet, die gezogenen umsomehr in Anspruch genommen. Der Vorthail der unterhalb angebrachten Fahrbahn macht sich also insbesondere gegen die Brückenmitte geltend, wo die Werthe \mathfrak{B}'_x kleiner sind, und wird also hier eine verhältnissmässig geringere Steifigkeit genügen.

Der umgekehrte Fall findet statt, wenn die Fahrbahn oben aufgelegt ist; in solchen Fällen muss man insbesondere besorgt sein, dass die Gitterstäbe auch in der Mitte noch die nöthige Steifigkeit besitzen.

Vorstehende Betrachtungen können bei Austheilung der verschiedenen Gitterstab-Profile, welche gegen die Auflager hin an Stärke zunehmen, zweckmässige Anwendung finden.

191. Es existiren einige Brücken, bei welchen flache Stäbe ohne Vertikalständer angewendet wurden, so z. B. eine der ältesten Gitterbrücken, die im Jahre 1845 erbaute Eisenbahnbrücke über den Royal-Canal bei Dublin, welche sehr bedenkliche Ausbiegungen zeigen soll, wie sich auch die ausserordentlich starke Anstrengung solcher Gitter leicht nachweisen lässt. Man wendet daher in solchen Fällen, wo man die Vertikalständer ausfallen lassen will, durchaus flache Stäbe nicht mehr an; der Fortschritt in der Fabrikation

ichen Stäben ohne Vertikalständer.

I- oder T-Eisen oder auch anzuwenden, welche einen starken Ausbiegen leisten; Brücken dieser ersten Klasse der Gitterbrücken eichentlich mit Brücken fast jeder concurriren; sie können auch billig wenn die meist einfache Construc- Preis des Façon-Eisens vertheuert rosser Länge, welche im Handel wird man daher vortheilhaft aus aus Flach- und Winkeleisen zu-

bedeutendsten Anwendungen von und ohne Vertikalständer zeigen die 1 die Gran, welche in den Jahren Herrn v. Ruppert erbaut wurden on eisernen Brückenconstructions), sehr vollständige Zeichnungen

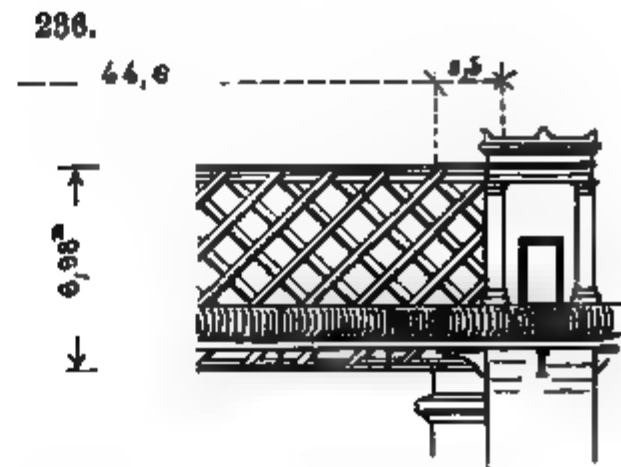


abb hat, wie aus beistehender Längenabmessungen:

60 ^m =	89,20 ^m
.	56,90 ^m
.	7,58 ^m

n den Ortpfeilern 153,68^m struction 158,68^m beträgt. beinahe die ganze Breite der Zwi- i den Ortpfeilern, um je $\frac{1}{2}$ Fuss = lückstehen; wir haben zu der effek- ehungsweise 44,92^m, gemäss der in die halbe Auflagerbreite mit 1,73^m Stützweite für die Mittelöffnung an a = 46,65^m, so dass das Verhält- 1 ergibt. Das Eisengewicht ist zu

8 Zolcentner per laufenden Fuss österreichisch oder 1266 Kilo per Meter und Geleise angegeben, was in der Ausführung sich etwas höher gestellt hat; mit Rücksicht hierauf und mit Hinzurechnung des Gewichts des Oberbaus nebst Bedielung wird man das Totalgewicht $p = 1900$ Kilo per Meter und Geleise rechnen müssen. — Als zufällige Belastung werden 24 Zolcentner per laufenden Fuss, somit $k = 3800^k$ per Meter und Geleise angegeben; wir haben somit in Tabelle XXII. $\frac{p}{k} = \frac{1900}{3800} = \frac{1}{2}$ und $\frac{p}{q} = \frac{1}{3}$ zu setzen, für welchen Werth die Auflagerdrücke und hauptsächlichsten Angriffsmomente in genannter Tabelle XXII. bereits berechnet und in Tafel V. graphisch dargestellt sind. Aus letzterer Darstellung ersehen wir, dass die grössten Vertikalkräfte rechts vom Auflager B bei Belastung der beiden ersten Oeffnungen stattfindet; wir haben von der Summe der Auflagerdrücke $A + B$ die Belastung der ersten Oeffnung abzuziehen (unter Anwendung von Gleichung 108^a) und erhalten als die gesuchte grösste Vertikalkraft rechts vom Auflager B aus Tabelle XXII.:

$$\begin{aligned} \max \mathfrak{B} &= (0,2883 + 1,0046) q b - a q \\ &= 5700 [(1,333 \times 58,95) - 44,42] \text{ Kilo} \\ &= 190,84 \text{ tons.} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} . . . \text{ I.}$$

In ähnlicher Weise können sämtliche \mathfrak{M} und \mathfrak{B} aus Tabelle XXII. entnommen werden, wobei nach vorheriger Bestimmung der Auflagerdrücke die Gleichungen 108) und 109) angewendet werden.

192. Die Eigenthümlichkeit der Eipelbrücke und der ihr nachgebildeten Objecte besteht insbesondere in der Ω förmigen Gestaltung der Gitterstäbe, wie zu ersehen aus der nachfolgenden Figur 237, wo die Hälfte eines der stärksten Stäbe dargestellt ist. Abgesehen von der grösseren oder geringeren Schwierigkeit des Walzens entscheidet für die Zweckmässigkeit eines steifen Gitterstab-Profiles die Grösse des Trägheitsmoments Θ , verglichen mit der Querschnittfläche des fraglichen Stabes, wie diess aus den Gleichungen 169), 285) und 286) hervorgeht.

Wir wollen bei der Berechnung der stärkeren Stäbe der Eipelbrücke den in Figur 232 dargestellten Fall annehmen, welcher eine möglichst gute Absteifung in der Höhe der obern wie der untern Gurtung voraussetzt; hienach dürfen wir in Gleichung 286) für L den Werth $\frac{1}{3} l$ einsetzen und erhalten:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \left(1 + K \frac{\omega l^2}{18 \cdot \Theta} \right) \text{ II.}$$

Von den in dieser Gleichung befindlichen Grössen ist $l = 20' = 6,32^m$, $\omega = 47,3$ Quadratcentimeter, K nach Tabelle XI. $= 0,00008$ zu setzen; das Trägheitsmoment Θ haben wir nach der in N^o. 17. entwickelten Methode graphisch bestimmt und gleich

Wir haben also trotz der Annahme der durch Figur 232 dargestellten Biegungslinie einen ziemlich hohen Werth für die grösste Pressung erhalten; es spricht diess keineswegs gegen die Anwendung steifer Gitterstäbe; wir haben nämlich für einen Tförmigen Stab von derselben Querschnittfläche unter Anwendung desselben Verfahrens ein Trägheitsmoment von 725^c erhalten, wie solches aus Figur 238 ersichtlich ist; hienach ist für diesen Tförmigen Stab $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} = 1 + 0,38 \cdot \frac{221}{725} = 1,116$ und würde also $\mathfrak{B} = 1,116 \times 713 = 796^k$ gefunden worden sein, was als ein durchaus befriedigendes Resultat bezeichnet werden kann.

Anmerk. Die in Figur 238 gezeichnete T-Form hat für die angewendete Höhe eine etwas schwache Eisendicke, weasshalb das Resultat etwas günstiger ist, als bei den gegenwärtig üblichen T-Eisen erhalten würde; wir haben den Querschnitt der Figur 238 entsprechend der Figur 39 in Tabelle XIV. gewählt, welche Figur allerdings ziemlich schlanke Verhältnisse giebt; wir bemerken hiezu, dass die Burbacher Hütte jetzt schon T-Eisen walzt, welche an Höhe und Breite der Figur 238 nahe stehen, dabei aber eine grössere Dicke zeigen.

Bei dem günstigen Resultat, welches wir für T-Eisen erhalten haben, könnte man annehmen, dass vorstehende Gleichung II.) eine zu günstige Voraussetzung enthalte; hiegegen spricht aber, dass die Gitterstäbe der Eipelbrücke in Wirklichkeit eine viel grössere Pressung erhalten haben, als obige Gleichung VI.) angiebt.

Es befinden sich nämlich auf den Zwischenpfeilern, wie aus Figur 236 ersichtlich, gusseiserne Absteifungen, welche oberhalb durch einen schmiedeisernen Träger verbunden, das Gitterwerk rahmenartig umfassen und gegen Umkanten wie gegen Verwinden schützen; im Gitterwerk selbst aber sind Vertikalständer, wie solche in Figur 235 über den Zwischenpfeilern gezeichnet sind, nicht angebracht und es musste daher bei der Probelastung, welche den obigen Angaben entsprechend war, etwa 6 Gitterstäbe die gesammte Pfeilerreaction je für ein Gitter aufnehmen; man findet leicht, dass die Pressung auch bei Annahme der obigen Gleichung II.) an der Grenze des Zulässigen angelangt war, wenn man auch die gusseisernen Bügel, welche nachträglich gegen Ausbiegen angebracht wurden, mit in Rücksicht nimmt.

Bei neuen Projecten wird man übrigens vorsichtig in Anwendung der durch Figur 232 dargestellten Biegungskurve sein, und im Zweifelfalle sich eher der Figur 231 zuneigen, nach Umständen das Mittel zwischen beiden Fällen nehmen.

193. Gleichzeitig mit der Eipelbrücke wurde auf der Elisabeth Westbahn unter Leitung des Herrn Hornbostl eine Reihe von Gitterbrücken erbaut, welche beiderseits Stäbe von T-Eisen erhielten; sie zeigen die Eigenthümlichkeit, dass die Aenderungen in der Stärke der Gitterwand nicht durch Modification des

ern durch allmähliche Aenderung
Anwendung eines gleichmässigen
Die Ausführung ist dadurch berüg-
s wesentlich erleichtert, doch lässt
dann mit Vortheil anwenden, wenn
ist, und in Folge dessen die Aende-
keinen störenden Einfluss auf die
können. — Berechnet werden diese
Brücken dieser Klasse, indem ledig-
r Entfernung vom Auflager wechselt.

Gitterbrücke mit steifen Stäben von
men wir die Brücke über den Blau-
der württembergischen Donanbahn,
[VI. dargestellt ist.

l haben die Träger eine Länge von
,4^m. Das Gitterwerk bildet ein drei-
förmigen Stäben; die Maschenweite
querträger doppelt so gross und be-
den Querträgern, welche als Blech-
an sich Schwellenträger von Doppel-
dass die Unterkante der Fahrschienen
Unterkante der Hauptträgergurtung
er hat eine Höhe von 0,54^m, welche
besondere Eckabsteifung überflüssig
e Brückenprobe nur eine ganz unbe-
er Gitterwand, welche letztere ober-
liese Höhe nur durch die Gitterstäbe
Gewichte der Eisenconstruction sind
XVI. eingeschriebenen Dimensionen

tändern	9200	
.	4200	
		13400
.		220
.		7300
.		2640
		23660 ^k

; somit für eine Länge l = 19,4^m per

+ 500 = 1200 Kilo.

g dieser Brücke war, wie soeben
/II^a. zu Grunde liegende Verkehr-

belastung massgebend; wir erhalten aus dieser Tabelle für eine Spannweite von 20^m:

$$k = 4660^k; \quad \frac{k + k'}{2} = 5360^k$$

$$k^1 = 6050^k$$

Ferner ist, wenn wir zum Eisengewicht p' das Gewicht von Oberbau und Bedielung mit 300^k per Meter addiren:

$$p = 1500 \quad q_0 = \frac{k + k'}{2} + p$$

$$q = 6160 \quad n = 6850$$

und erhalten wir hienach bei 19,4^m Stützweite:

Grösstes Angriffsmoment in der Trägermitte:

$$M_{\max} \mathfrak{M} = \frac{q l^2}{8} = 290,0 \text{ mts.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I.}$$

Grösste Vertikalkraft am Auflager:

$$M_{\max} \mathfrak{B} = \frac{1}{2} q_0 l = 66,44 \text{ tons} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{II.}$$

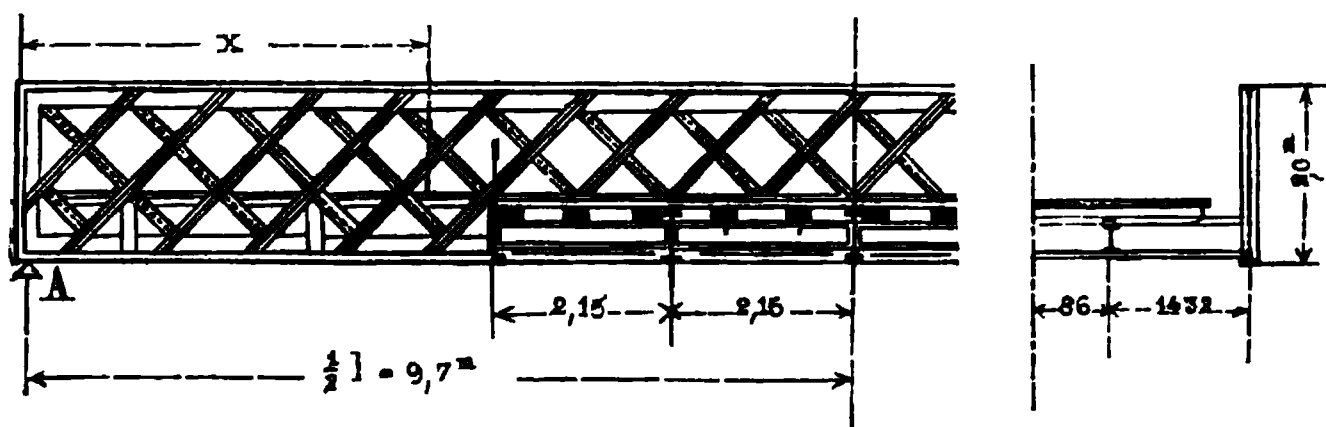
Grösste Vertikalkraft in der Trägermitte:

$$\max \mathfrak{B}_{\frac{1}{2}l} = \frac{k^1 l}{8} = 14,67 \text{ tons} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{III.}$$

Diese Momente und Kräfte sind durch Halbiren auf einen Hauptträger zu reduzieren, und erhalten wir für die Gurtungen in der Trägermitte nach Gleichung 289):

$$O = U = \frac{\text{Max } \mathfrak{M}'}{\xi} = \frac{145,000}{1,94} = 64,7 \text{ tons} \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV.}$$

Fig. 289.



Der Querschnitt, welcher diese Gurtungskraft aufnehmen muss, setzt sich folgendermassen zusammen:

146 §. 20. Gitter mit beiderseits gleichen Stäben ohne Vertikalständer.

Gurtungsbleche von je 200 ^{mm} Länge, 10 ^{mm} Dicke,	60,0	□ Cent.
Gurtungswinkel von je 90 ^{mm} Schenkellänge und 11,5 ^{mm} Dicke,	38,7	"
Stehblech 286 ^{mm} lang, 11 ^{mm} dick,	31,5	"
	130,7	"

Hievon gehen ab:

Nieten durch die Kopfbleche $2 \times 2,0 \times 4,1 = 16,4$ "
bleiben 113,8 "

ach eine grösste Gurtungsspannung $\mathfrak{A} = 656^k$ stattfindet.

Wir erhalten für die grösste Kraft in den Gitterstäben (Gleichung 290):

$$\left. \begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{1}{n} \mathfrak{B}' \\ N &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{0,707} \cdot 33220 = 15662 \text{ Kilo.} \end{aligned} \right\} \dots V.$$

Es beträgt aber der Querschnitt ω der stärkern Stäbe □Centim., wonach:

$$\mathfrak{B}_m = \frac{N}{\omega} = 502^k \dots VI.$$

ergibt; die freie Länge eines Stabes beträgt 1,4^m, die Höhe Querschnitts 0,1^m, somit ist in Tabelle XIV. das Verhältniss $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} = 14$ und hienach $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} = 1,2$ zu setzen; die grösse Pressung betrüge hienach 602^k. (Die in Gleichung 286) angenommene Verdopplung des Trägheitsmoments kann bei der geringen Länge der auf einen Stab treffenden Knotenkunkte nicht in Anwendung kommen.)

Bei Berechnung der grössten Gitterstab-Spannung sind zwei Nietlöcher in Abzug zu bringen, wodurch der Querschnitt auf 25 □Cent. reduziert wird; die Gitterstabspannung berechnet sich hieraus mittelst Gleichung V. auf:

$$\mathfrak{A} = \frac{N}{\omega} = \frac{15662}{25} = 627^k \dots VII.$$

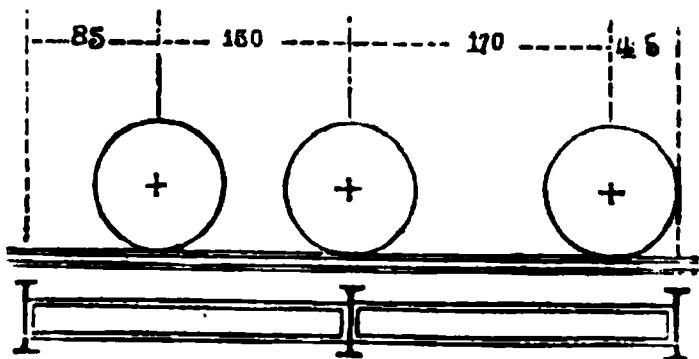
Die Pressungen und Spannungen der Gitterstäbe erleiden noch Modification durch die Uebertragung der Fahrbahnbelastungen auf die Gurtungen. Diese Belastung beträgt auf doppelte Maschenweite 2,15 ($k' + F$), wo wir $k' = 6050$, $F = 500 + 300 = 800^k$ einsetzen haben; auf jedes Gitter treffen hienach 7364^k, wovon die

Hälfte durch je 4 Gitterstäbe aufgenommen werden muss; ein Gitterstab empfängt somit 921^k , welches Gewicht die im Stabe herrschende Kraft um $921 \cdot \frac{1}{\sin \varphi} = 1300^k$ vermehrt, beziehungsweise vermindert; Verminderung der Strebenkraft findet nämlich für die gedrückten, Vermehrung für die gezogenen Stäbe statt; durch letztere wird in Gleichung V. die Grösse N' auf 16962^k und entsprechend die durch Gleichung VII. gegebene Gitterstab-Spannung am Auflager erhöht. Einen etwas grösseren Einfluss übt diese Modification der Strebenkraft in der Mitte der Brücke; hier folgt aus Gleichung 290) durch Einsetzung des in obiger Gleichung III. gegebenen Werthes \mathfrak{S} :

$$\left. \begin{aligned} N \sin \varphi &= \frac{1}{n} \mathfrak{S}' = \frac{1}{3} \cdot 7335^k \\ N &= 3458^k \end{aligned} \right\} \dots \text{VIII.}$$

wozu nun wieder obige 1300^k , welche von der Uebertragung der Fahrbahnbelastung herrühren, zu addiren sind; der Gitterstab-Querschnitt beträgt in der Mitte 24 □Cent. und nach Abzug von zwei Nietlöchern 19,6 □Cent., woraus als grösste Spannung in der Trägermitte $\frac{3458 + 1300}{19,6} = 243^k$ sich ergibt. Die gedrückten Stäbe sind in der Brückenmitte sehr wenig in Anspruch genommen, da hier der Werth 1300^k in Abzug zu bringen ist.

Fig. 240.



Für die Querträger giebt die in Figur 240 dargestellte Stellung der Locomotive die grösste Belastung an; der in dieser Figur dargestellte mittlere Querträger erhält als Verkehrsbelastung:

$$12000 \left(1 + \frac{85 + 45}{215} \right) = 19265^k$$

wovon an jedem Lastpunkte je $P_1 = 9632^k$ wirkt; hiezu kommt noch vom Gewichte der Fahrbahn $P_2 = 300 \cdot 2,15 = 630^k$, so dass $P = P_1 + P_2 = 10262$ sich ergibt; das an den Lastpunkten thätige Angriffsmoment \mathfrak{M} ist nach Tabelle XXVIII., Figur 95, ausgedrückt durch:

$$\mathfrak{M} = P \lambda = 10262 \times 1,43 = 14675 \text{ KM.} \dots \text{IX.}$$

Dieses Moment in Gleichung 158) eingesetzt giebt als grösste Gurtungsspannung der Querträger:

$$\mathfrak{U} = 14675 \frac{H}{\mathfrak{S}_0^2} \frac{1}{(\mathfrak{Q} + \frac{1}{6} \delta \mathfrak{S}_0)} \dots \text{X.}$$

In dieser Gleichung ist nach Tafel XVI. einzusetzen $H = 53,6^\circ$, $\xi_0 = 49^\circ$, $\delta = 0,9$, während sich der Gurtungsquerschnitt ω zusammensetzt:

1 Kopfblech $20,0 \times 1,0 =$	20,00	□ Cent.
2 Winkel von je $9,0^\circ$ Schenkellänge und			
1,15° Dicke	38,70	„
		<hr/>	
		58,7	□ Cent.
Hievon ab 2 Nieten	7,3	„
		<hr/>	
	Bleiben	51,5	□ Cent.

Vorstehende Werthe in Gleichung X. eingesetzt, erhalten wir als grösste Gurtungsspannung $\mathfrak{A} = 558^k$.

§. 21. Gitterbrücken mit flachen Stäben und Vertikalständern.

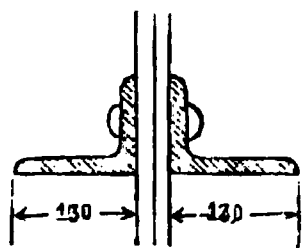
196. Ehe man grossmaschige Gitterbrücken mit steifen Streben construirte, hat man die Aussteifung der bis dahin durchaus von Flacheisen hergestellten Gitterbrücken mittelst Vertikalständern bewirkt, welche letztere häufig zugleich zur Anbringung der Fahrbahnträger dienten. Da wo die Distanz der Vertikalständer wesentlich kleiner ist, als die Gitterhöhe, werden sämtliche gedrückte Stäbe von den genannten Vertikalen ziemlich gleichförmig beeinflusst und die in Nummer 189. gegebenen Regeln können directe Anwendung finden, indem wie dort bemerkt die Distanz d_0 der Vertikalen bei Bestimmung der freien Länge der Gitterstäbe massgebend ist und in Gleichung 206)

$l = d_0 \cdot \frac{1}{\cos \varphi}$ gesetzt wird. Es geht hieraus hervor, dass es für

Aussteifung der Gitterstäbe günstiger ist, wenn die Vertikalen einander näher gerückt werden, wodurch sich nicht nur die freie Länge der Gitterstäbe vermindert, sondern auch die Uebertragung

eines Theils der Strebenkraft auf die Vertikalen gleichmässiger geschieht. — Damit die Vertikalständer nicht zu viel Material in Anspruch nehmen ist erforderlich, dass ihr Querschnitt senkrecht zur Gitterwand möglichst hoch wird; die nebenstehend skizzirte Anordnung, wo die angewendeten Winkeleisen mit den schmälern Schenkeln an die Wand befestigt, durch ihre beiden längeren Schenkel eine ansehnliche Querschnittshöhe h darstellen, entspricht dem Zweck der Absteifung ungleich weniger als der in gegenüberstehender Figur 242 dargestellte Querschnitt, welcher bei gleichem Gewichte ein wesentlich grösseres Widerstandsmoment gegen Ausbiegung der Wand giebt auch für

Fig. 241.



stellen, entspricht dem Zweck der Absteifung ungleich weniger als der in gegenüberstehender Figur 242 dargestellte Querschnitt, welcher bei gleichem Gewichte ein wesentlich grösseres Widerstandsmoment gegen Ausbiegung der Wand giebt auch für

21. Gitterbrücken mit flachen Stäben und Vertikalständern.

der Anstrengung des Gitterwerks eben durch diejenigen bestimmt sein, welche den grössten Zug = grössten aufnehmen müssen; hiezu kommt aber noch, dass bei vor Vertikalständern die Formänderung des ganzen Trägers eken wird, dass die gezogenen Diagonalen ganz besonders uch genommen sind, und dass somit die Anstrengung einer n Diagonale eine wesentlich höhere sein wird, als nach g 300) berechnet würde. — Solche Systeme befinden sich sehr ungünstigen Verhältnissen und werden kaum mehr let.

h Hinzufügung von Vertikalen zwischen den Hauptstän- den die Umstände wesentlich geändert; man hat aber tterwerke häufig auf anderweitigem Wege zu verbessern indem man die gedrückten Diagonalstäbe aus T-Eisen e. Man erreicht damit den doppelten Zweck, einmal ein rückwirkendes Element in die Gitterwerke hineinzubringen nn die gezogenen Diagonalstäbe kräftig zu entlasten, diess durch Anwendung der Gleichungen 300) und 301) ren ergibt.

ne Systeme können in constructiver Hinsicht gute Dienste die Berechnung wird aber complizirt, weil man für jedes opaar die Gleichung 301) besonders anschreiben und für g 302) einen mittlern Werth $\mathfrak{B} : \mathfrak{B}_m$ bestimmen muss.

Die Weichselbrücke bei Dirschau ist die bedeut- und zugleich die am weitesten gespannte Gitterbrücke, folgenden Abmessungen hervorgeht:

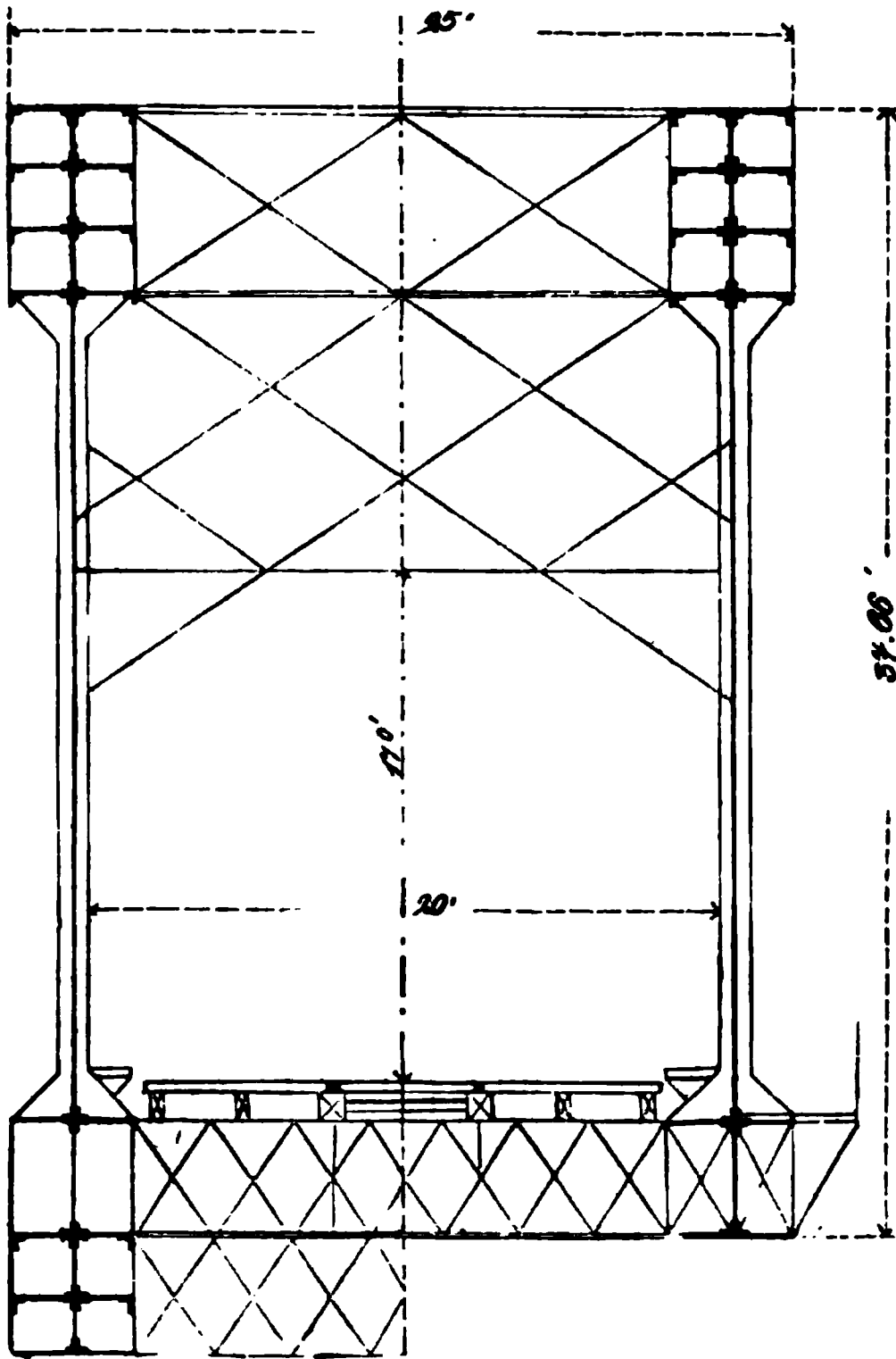
6 Oeffnungen	à	121,1 ^m	=	726,60 ^m
5 Zwischenpfeiler	à	9,73 ^m	=	48,65 ^m
2 Endpfeiler	à	31,0 ^m	=	62,00 ^m
				837,25 ^m

den 6 Oeffnungen sind je 2 zusammen gekuppelt, so usagen drei getrennte Brücken an einander gereiht sind. Gitter zeigen Flachstäbe von gleichem Querschnitt gegen

Druck, sowie Vertikalständer in Entfernungen von je es können also die in N^o. 195. gegebenen Regeln ange- werden. — Die Brücke ist für ein einziges Eisenbahn- onstruirt, dient aber gleichzeitig dem Strassenverkehr gur 244); der Abstand der beiden Gitterwände ist so dass bei freiem Bahngleise zwei Fuhrwerke einander en können; die Lichtweite des Brückenquerschnitts be- 7^m.

er vorbeschriebenen Verhältnissen ist die Verkehrslast der g eines Eisenbahngleises entsprechend und wurde das Gewicht auf 2128 alte Pfund per laufenden Fuss oder o per Meter bestimmt; bei dieser Annahme soll die grösste ung 10000 alte Pfund per □Zoll oder 684 Kilo per

Fig. 244.



□ Centimeter betragen; hiebei wurde nur die gleichförmig vertheilte Maximallast berücksichtigt, welche übrigens auch (zunächst dem Zwischenpfeiler) das grösste Angriffsmoment und die grösste Vertikalkraft hervorruft, wie aus Tafel IV. ersichtlich. Das Eigengewicht wird zu 6160 Pfund per laufenden Fuss oder 9180 Kilo per Meter angegeben, (so dass $p : q = 3 : 4$); es ist dieses Gewicht wesentlich grösser als wir nach Gleichung 103) für 121^m Spannweite erhalten würden, obgleich continuirliche Brücken stets etwas leichter sein sollten. Die grössere Schwere fällt nur zum Theil dem gewählten Constructionssystem zur Last, ist

vielmehr überwiegend durch andere Umstände veranlasst.

Einmal ist die Breite der Brücke und demgemäss das Gewicht der Fahrbahntafel mit Rücksicht auf die Landfuhrwerke grösser, als für ein Eisenbahngleise erforderlich wäre, wobei übrigens zu bemerken, dass diese grössere Breite bei der grossen Spannweite beinahe unerlässlich ist; entsprechend werden (wie überhaupt bei weitgespannten eingleisigen Brücken) auch die Verspannungen und Windstreben verhältnissmässig schwer ausfallen.

Ein zweiter Umstand bezieht sich auf eine bei grösseren Spannweiten nothwendige Correction der Gleichung 103). Diese Formel setzt theoretisch betrachtet voraus, dass das per Längeneinheit antreffende Totalgewicht ($p + k$) ziemlich constant sei, wie diess auch nach den Tafeln XVII. und XVII^a. zwischen 10 und 60^m Spannweite der Fall ist; bei grösserer Spannweite bleibt sich die variable Last ziemlich constant (nimmt wenigstens sehr mässig ab), während das Eigengewicht, zunächst nach Formel 103) berechnet, rasch zunimmt; es ist daher für die grössere Spannweite in

Gleichung 103) der Coefficient C zu vergrössern und zwar umsomehr als mit Zunahme dieses Coefficienten das Eigengewicht p und ebendamit der Werth $q = p + k$ wächst.

Die letztere Betrachtung bleibt unter allen Umständen bestehen, dagegen fällt die vorher angeführte weitere Ursache der Gewichtsvermehrung — nämlich die bei grossen Spannweiten unerlässliche grössere Breite und entsprechende Gewichtsvermehrung der Querverspannung bei zweigeleisigen Brücken weg, indem das betreffende Gewicht, auf zwei Geleise vertheilt, das normale Maass nicht überschreitet; wenn solche Brücken ausserdem für zwei Geleise nur zwei Hauptträger erhalten, so kommt der weitere Vortheil hinzu, dass man zwei Träger immer vortheilhafter construiren kann, als drei oder vier Träger, welche für dieselbe Verkehrslast bestimmt sind; die bezügliche Materialersparniss ist wesentlich grösser als die Vermehrung des Gewichts der Querträger und oberen Querverbindungen, welche durch den grössern Abstand von zweien für zwei Geleise dienenden Hauptträgern bedingt ist.

199. Der Gurtungsquerschnitt der Dirschauer Brücke hat die Zellenform erhalten, welche gegen Druck guten Widerstand leistet und durch die Vertheilung der Querschnittfläche sich bequem der Anbringung von Stossplatten darbietet; dagegen erfordert die Aussteifung der Zellen und die durch vermehrte Constructionshöhe bedingte weitere Verspannung einen nicht unbedeutenden Materialaufwand.

Die grösste Spannung in den Gurtungen sollte auf die ganze Brückenlänge constant sein; es wurde desshalb der Gurtungsquerschnitt entsprechend den Angriffsmomenten modificirt, und zwar wechselte die Breite der einzelnen Blechstreifen zwischen 0,39 und 1,41 Metern, die Dicke derselben zwischen 20 und 16^{mm}. Ueber den Zwischenpfeilern ist eine weitere Verstärkung der Gurtung angebracht worden; wir sehen nämlich aus den graphischen Darstellungen der Tafel IV., dass das Angriffsmoment M daselbst sehr rapid zunimmt; es sind desshalb an dieser Stelle weitere Zellen hinzugefügt, wodurch zugleich die Höhe des Gitters um 4 Fuss oder 1,26^m vermehrt ist; die Distanz der Gurtungsschwerpunkte beträgt in Folge dieser Erhöhung der untern Gurtung zunächst den Zwischenpfeilern 10,90^m, auf der übrigen Länge 10,28^m.

Die Vertikalständer, deren Querschnitt aus Figur 241 ersichtlich ist, sind in Entfernungen von 6 Fuss angebracht, so dass als Länge l der Gitterstäbe $d : \cos 45^\circ = 8\frac{1}{2}$ Fuss = 2,67^m in die Rechnung einzuführen ist. — Die Gitterstäbe selbst wechseln nach der Grösse der Vertikalkraft zwischen 131^{mm} auf 36^{mm} und 80^{mm} auf 73^{mm}; die diagonale Maschenweite beträgt 2' oder 0,628^m; durch jeden Vertikalschnitt werden 32 Gitterstäbe getroffen; am Zwischenauflager, wo nach Tabelle XX.

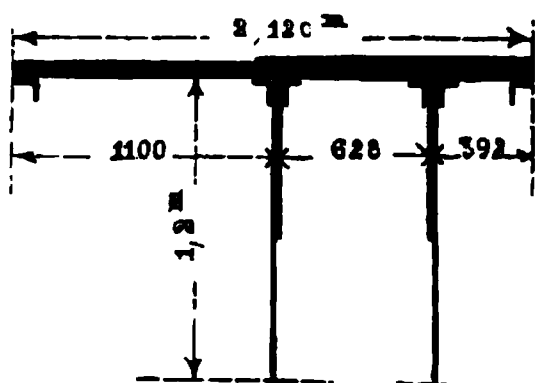
$$S = 0,625 q b = 0,625 (3170 + 9180) 121,1 = 984,75 \text{ tons,}$$

und insbesondere dicker angenommen, als die gezogenen in demselben Längeabstand befindlichen Stäbe. — Die Distanz der Vertikalen, welche bei der Dirschauer Brücke $1,88^m$ beträgt, ist hier nur $1,57^m$ und wurde zunächst den Auflagern auf $0,785^m$ reduziert; die Gitterstäbe der Rheinbrücke befinden sich daher unter wesentlich günstigeren Bedingungen als die in N^o. 198. der Rechnung unterzogenen Gitterstäbe der Weichselbrücke.

Eine wesentliche Neuerung bei der Rheinbrücke ist die Anordnung eines Doppelgitters, welches die Anbringung von kräftigen Vertikalständern mit verhältnissmässig geringem Materialaufwand gestattete; diese Ständer bestehen nämlich selbst wieder aus einem Gitterwerk, welches zwischen die beiden gekuppelten Gitterwände eingesetzt ist; man hat diesen Doppelgittern den Vorwurf gemacht, dass das erste Gitter einen grössern Theil der Vertikalkraft aufnehmen müsse; insofern jedoch die Strebenkraft aus der Distanz der Gurtungskräfte entsteht (zu vergleichen Gleichung 173), so müsste zuerst nachgewiesen werden, dass die

Gurtungen ungleich gespannt sind; bei der Kölner Brücke werden übrigens die innern Gitter zunächst den Zwischenpfeilern dennoch verhältnissmässig mehr in Anspruch genommen sein, weil dasselbst die Gurtungen unsymmetrisch angeordnet sind (Figur 246) und in Folge dessen die innern Gurtungen einen grössern Theil an der Differenz der Gurtungskräfte aufnehmen müssen.

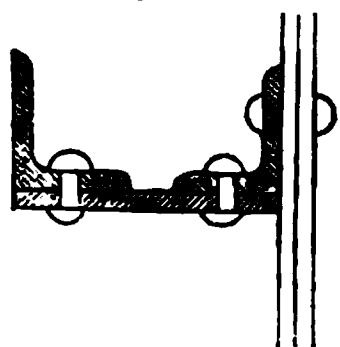
Fig. 246.



Zum Gewicht der Fahrbahntafel, welches oben per Geleise zu 420 Kilo angegeben wurde, ist zu bemerken, dass die Schienenträger, weil von Holz, hiebei nicht inbegriffen sind.

202. Die Strassenbrücke ist wesentlich leichter construirt, als die Eisenbahnbrücke, wie auch das Gewicht für $8,47^m$ Breite ziemlich niedrig ist. — Insbesondere sind die Querträger sehr leicht und sind in der Mittheilung der Berliner Zeitschrift die Durchbiegungen derselben in Folge des Strassenverkehrs zu $2\frac{1}{2}$ — 4^m angegeben; diese Einbiegung der Querträger pflanzt sich nun nothwendig auf die Gitterwände fort und veranlasst eine hin- und

Fig. 247.



herschwingende Bewegung, welche insbesondere beim Passiren von Fuhrwerken deutlich wahrnehmbar ist; die Berliner Zeitschrift sagt hierüber: „Von der ruhig daneben liegenden Eisenbahnbrücke aus konnten diese Bewegungen genau gemessen werden, und wurde ermittelt, dass dieselben für die unmittelbar mit den Querträgern vernieteten Vertikalversteifungen stärkerer Construction (siehe Figur 247) stets

fast genau gleich der Biegung des Querträgers waren, während die zwischen je zwei Querträgern angebrachten einfachen Winkel-eisen etwa eine doppelt so grosse Biegung erlitten; letztere wurde selbst bis zu $4\frac{1}{2}$ Linien (oder 10^{mm}) gemessen.“

Die Entfernung der Querträger beträgt nämlich 10 Fuss oder $3,138^{\text{m}}$, und nur an diesen Punkten sind die in Figur 247 dargestellten Vertikalständer angebracht; zwischen diesen befinden sich in der Mitte einfache Winkel, welche zur Steifigkeit der $8,52^{\text{m}}$ hohen Gitterwände wenig beitragen können.

Auch bei der Strassenbrücke ist die Fahrbahntafel mit Ausnahme der Querträger ganz von Holz (woher auch das geringe Eisengewicht der Fahrbahn sich erklärt); auf den 182^{mm} hohen kiefernen Balken ruht zunächst ein 52^{mm} starker Unterbelag von kreosotirten kiefernen Bohlen, sodann ein Oberbelag von 65^{mm} starken Bohlen, welche letztere anfänglich nur $1\frac{1}{2}$ —2 Jahre ausdauerten; doch wird bemerkt, dass später angewendete Buchenbohlen im Jahre 1862 nach $1\frac{1}{2}$ jähriger Benutzung noch ganz gut erhalten waren.

§. 22. Gitterbrücken mit steifen Streben und flachen Zugbändern.

203. Da ein grosser Theil der Gitterstäbe, zumal bei frei aufliegenden Trägern, nur auf Zug in Anspruch genommen ist, so wendet man vielfach für diese Stäbe das billigere und gegen Zug besonders zweckmässige Flacheisen an und giebt nur den gedrückten Stäben eine entsprechende Steifigkeit gegen Ausbiegungen; diese Brücken bilden den Uebergang zu den mehrfachen symmetrischen Fachwerken und können auch nach den dort entwickelten Formeln berechnet werden, sobald man die freie Länge L kennt, welche in Formel 169) behufs Bestimmung der relativ rückwirkenden Festigkeit dieser Stäbe einzusetzen ist.

Werden diese Brücken als Gitterbrücken behandelt — was für die Rechnung einfacher und bezüglich der Querschnittdimensionen hinreichend genau ist — so darf anstatt Gleichung 169) die bestimmtere Gleichung 285) benützt werden; im Uebrigen werden die in N^o. 188. gegebenen Regeln und insbesondere die Gleichungen 187) — 190) angewendet; da diese Brücken meist geradlinig begrenzt sind, werden die Gleichungen 189) und 190) in Verbindung mit den Gleichungen 166)—168) und 285) in der Regel zur Bestimmung der Querschnittdimensionen ausreichen. — Wir haben unter Annahme der in N^o. 188. gegebenen Bezeichnungen für geradlinig horizontal begrenzte Gitterträger mit steifen Streben und flachen Zugbändern:

Spannung in irgend einem gezogenen Gurtungsquerschnitt Ω_x :

$$\alpha = \frac{M_x}{S_x} \cdot \frac{1}{\rho_x} \dots \dots \dots 305)$$

Pressung in irgend einem gedrückten Gurtungs-
querschnitt Ω_x :

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m = \frac{\mathfrak{M}'_x}{S_x} \cdot \frac{1}{\mathfrak{Q}_x} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 306)$$

Indem wir $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m$ setzen, ist vorausgesetzt, dass die Entfernung der Knotenpunkte des Systems nicht so gross ist, dass deshalb die relativ rückwirkende Festigkeit der Gurtung in Frage kommt, in welchem letzterem Falle die Brücke besser als Fachwerkbrücke zu behandeln wäre.

Spannung in irgend einem gezogenen Gitterstab N_x (oder T_x), dessen Mitte durch die Abscisse x bezeichnet ist:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{n} \cdot \mathfrak{B}'_x \cdot \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \cdot \cdot \quad 307)$$

Grösste Pressung in irgend einem gedrückten Gitterstab T_x (beziehungsweise N_x), dessen Mitte durch die Abscisse x bezeichnet ist:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{n} \cdot \mathfrak{B}'_x \cdot \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \left(1 + K \frac{\omega l^2}{4 \Theta} \right) \quad . \quad 308)$$

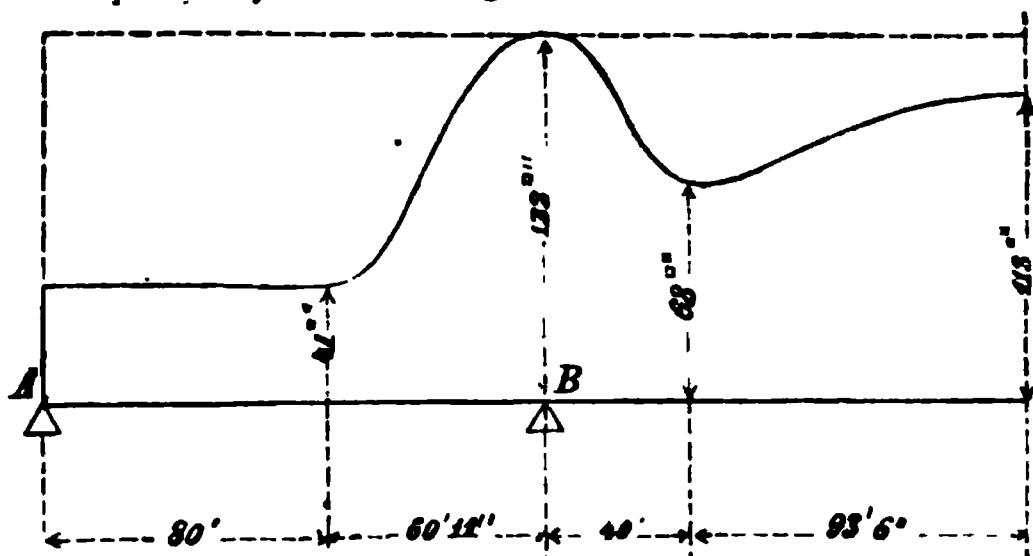
in welcher Gleichung l die ganze Länge des Stabs zwischen den Gurtungs-Mittellinien bezeichnet.

Für diejenigen Stäbe, welche abwechselnd auf Zug und Druck in Anspruch genommen sind, ist in der Regel Gleichung 308) massgebend; jedenfalls sollen solche Stäbe, auch wenn sie gegen Zug einen grössern Querschnitt als gegen Druck erfordern, als steife Stäbe construirt werden. — Wenn daher, wie bei continuirlichen Brücken geringerer oder mittlerer Spannweite ein grösserer Theil der Stäbe abwechselungsweise auf Zug und Druck in Anspruch genommen wird, so empfiehlt es sich häufig, Träger mit durchaus steifen Stäben, welche in §. 20 behandelt sind, anzuwenden, indem letztere noch den Vortheil liefern, dass die Steifigkeit der gezogenen Stäbe die rückwirkende Festigkeit der gedrückten Stäbe unterstützt. — Andererseits haben Brücken mit besonders geformten gedrückten Stäben den Vortheil, dass letztere, sofern sie ansehnliche Stärke verlangen, aus mehreren Stücken zusammengesetzt und demnach durchweg aus billigen Eisensorten hergestellt werden können.

204. Ein ausgezeichnetes Beispiel dieser Klasse von Gitterbrücken bietet die bei Drogheda (an der irischen Ostküste) über den Boyne-Fluss gebaute und schon im Jahre 1855 eröffnete Eisenbahnbrücke; sie zeichnet sich durch zweckmässige Materialverwendung, grosse Leichtigkeit und die eigenthümliche Aus-

nach berechneten Angriffsmomenten entsprechend gewählt, wie solches durch Figur 249 näher erläutert ist. — Die Aenderungen

Fig. 249.




in den Querschnitten konnten ziemlich stetig wechselnd angenommen werden, da die Kopfbleche sehr dünn bis zu 6^{mm} und selbst 5^{mm} Dicke herab gewählt wurden. — Die Angriffsmomente werden, wie wiederholt erklärt, nach den Gleichungen 109) bestimmt, nachdem die Auflagerdrücke für den vorliegenden Fall und die angenommenen Belastungsweisen nach den Gleichungen 124) berechnet worden sind. (Einige der Werthe M sind wenigstens annähernd in Tabelle XXIV. für $a : b = \frac{1}{2}$ gegeben.) Die Er-

bauer der Brücke haben dieselben Belastungsweisen angenommen, welche in N^o. 78. besprochen und in Tafel V. graphisch dargestellt sind; es wurde aber auch durch Losschlagen von Nieten und Beobachtung der betreffenden Stossfugen constatirt, dass die Wendepunkte der elastischen Linie (für welche $M = 0$ ist) auch wirklich an den berechneten Punkten sich befinden; es wird anzunehmen sein, dass bei der Berechnung der elastischen Linie auf die ganze Länge einer Spannweite ein constantes Trägheitsmoment in die Rechnung eingeführt wurde, was trotz des Wechsels im Gurtungsquerschnitt nach obigen, an der ausgeführten Brücke angestellten Versuchen keine irgend erhebliche Aenderung in der Lage der Wendepunkte der elastischen Linie bewirkt hat.

Das Eigengewicht der Mittelöffnung wird zu 1,446 Tons per laufenden Fuss oder 9820^k per Meter, somit zu 2410^k per Meter und Geleise angegeben; hievon betragen:

die Gurtungen	1340 Kilo,	
das Gitterwerk	517	"
die Auflagerständer	155	"
obere Querverbindungen	42	"
Windkreuze	68	"
		2122
		288
Zusammen		2410 ^k

oder 266^{mm} Breite haben, ein sehr günstiges Verhältniss $\frac{B}{B_m}$ sich herausstellt; die schwächeren Stäbe, welche übrigens (zumal in Rücksicht auf die unterhalb angebrachte Fahrbahn) per □Zoll verhältnissmässig weniger in Anspruch genommen sind, geben ziemlich das Grenzverhältniss, welches zwischen Maschenweite und Gitterstabbreite noch zulässig ist; hienach soll also die Distanz der Gitterstabbkreuzungen (die längs den Gitterstäben gemessene Maschenweite) höchstens das 18fache der Gitterstabbreite, im Allgemeinen aber bloss das 10 — 12fache betragen. — Diese Regel dürfte auch auf steife Gitterstäbe, wie solche z. B. in Figuren 237 und 238 dargestellt sind, Anwendung finden, und sehen wir auch bei den ausgeführten Brücken die Breite der T- und Ω-Eisen in entsprechendem Verhältnisse zur Maschenweite stehen. Flache Gitterstäbe befinden sich unter etwas abweichenden Verhältnissen, indem dieselben in der Ebene der Gitterwand verhältnissmässig grösseren Widerstand leisten; doch mögen hier andere Umstände wieder nachtheilig wirken, so dass man auch hier die Breite der Stäbe nicht wohl unter $\frac{1}{12}$ des Abstandes der Kreuzungspunkte annimmt. (Wie mehrfach erwähnt, werden Gitterbrücken mit durchaus flachen Stäben neuerdings selten angewendet.)

206. Ein weiteres Beispiel einer Gitterbrücke mit steifen gedrückten Stäben zeigt der Viadukt über die Saane bei Freiburg, wo neben den flachen Zugbändern gedrückte Stäbe von -Form angewendet sind; die beiden Rippen der letzteren sind indessen nur je 70^{mm} hoch, so dass die Steifigkeit der sonst üblichen T-Eisen nicht erreicht wird; es sind auch in Entfernungen von 5,58^m, beziehungsweise (gegen die Auflager) 4,18^m, besondere Vertikalabsteifungen hinzugefügt. — Die Brücke, welche im Jahrgang 1863 der Berliner Zeitschrift für Bauwesen beschrieben ist, hat noch die Eigenthümlichkeit, dass die Hauptträger über sieben Oeffnungen continuirlich hinweggehen; die fünf Mittelöffnungen haben je 38,8^m, die beiden Aussenöffnungen je 44,92^m Länge, so dass ein zusammenhängendes Gitter von 353,84^m Länge gebildet ist; die Continuität der Träger wurde nicht nur zum Hinüberschieben derselben, sondern insbesondere auch zur Aufstellung der eisernen Zwischenpfeiler benützt, wobei indess das Gitter durch besondere Spannketten armirt war. Die Anfertigung und Aufstellung des gesamten Eisenwerks geschah durch die Herren Schneider & C^{ie} in Creusot, welche mit dem bekannten Hüttenwerke eine grosse Maschinenfabrik verbunden haben.

207. Da wo sich ausgesteifte Gitterstäbe kreuzen, sind in der Regel einzelne derselben gestossen, wodurch Stossplatten nothwendig werden; die Anbringung der letztern ist aber dadurch wesentlich erleichtert, dass an den betreffenden Stellen die Strebenkräfte verhältnissmässig klein sind.

Siebenter Abschnitt.

Ergänzungen und Schlussbetrachtungen.

§. 23. Ueber Röhrenbrücken.

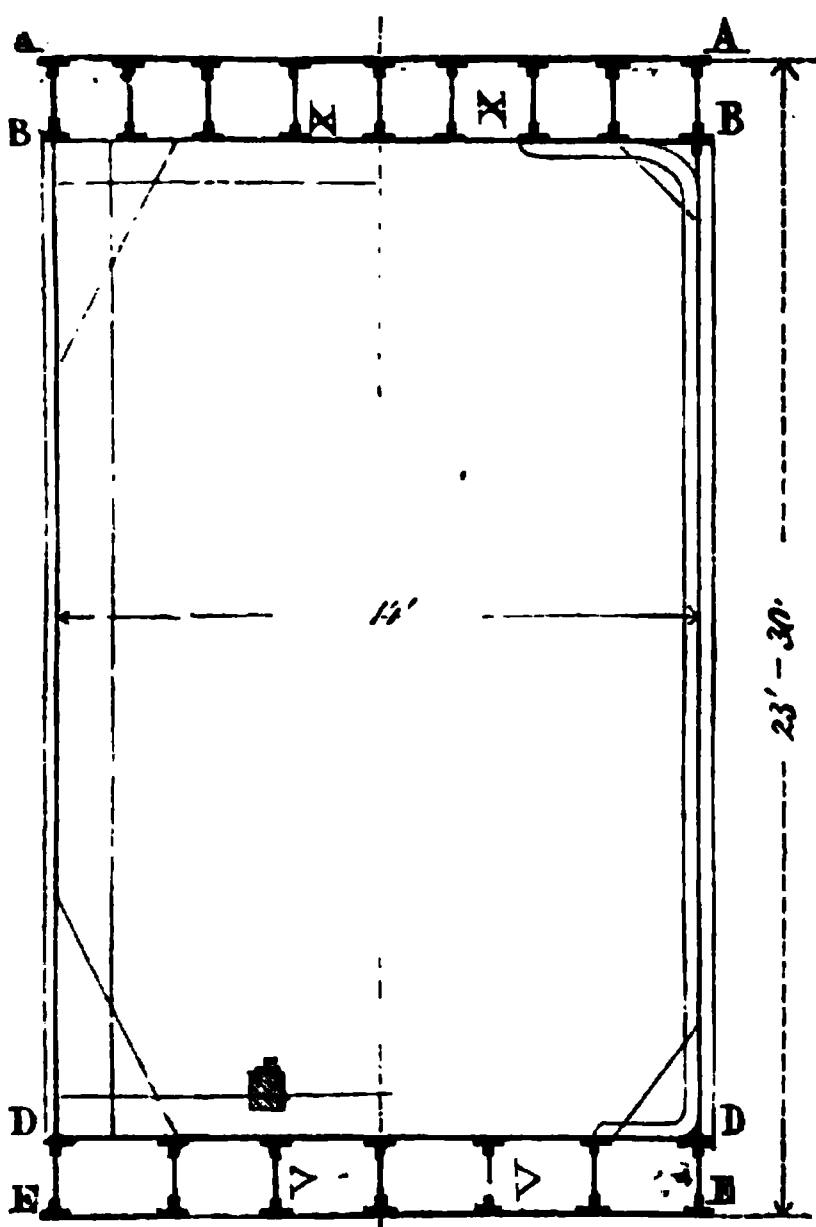
208. Die Röhrenbrücken verhalten sich bezüglich ihrer Seitenwände wie andere Balkenbrücken und können die Seitenwände aus Fachwerk, Gitterwerk oder vollen Blechtafeln bestehen. Die Eigenthümlichkeit der Röhrenbrücken ist, dass die Gurtungen zweier (meist für ein Geleise bestimmten) Seitenwandungen zu einem Ganzen verbunden die vollständige Breite der Brücke einnehmen. Die Gurtungen bilden unterhalb den Boden, oberhalb die Decke der Röhre.

Die Formeln, welche in den vorhergehenden Abschnitten für Berechnung der Gurtungs- und Strebenkräfte gegeben sind, lassen sich direct auf die Röhrenbrücken anwenden, sobald nachgewiesen ist, dass die Gurtungskräfte gleichmässig über den ganzen Querschnitt verbreitet sind, welche Voraussetzung den Gleichungen 166) und 167) zu Grunde liegt. Ganz genau kann diese Bedingung bei den Röhrenbrücken nicht erfüllt werden, weil die Differenzen der Gurtungskräfte von den Strebenkräften aufgenommen werden müssen (wie aus den Gleichungen 18) und 173) hervorgeht), während die Strebenkräfte nur ausserhalb, d. h. zu beiden Seiten der breiten Gurtungsbänder wirken; die Gurtungen müssen also ausser den Längenspannungen auch noch Schubspannungen aufnehmen, veranlasst dadurch, dass die Differenzen der Gurtungskräfte zunächst an den Seitenwänden entstehen und mittelst der Scheerfestigkeit der Gurtungsbänder gegen die Mitte der letztern übertragen werden; diese mittleren Parthien werden daher immer etwas weniger in Anspruch genommen sein, als die den Seitenwänden zunächst gelegenen Gurtungstheile, wobei noch zu bemerken, dass die Gurtungen der

die Festigkeit der Materialien (Schmied- und Gusseisen) bezogen. Eine genaue Beschreibung dieser Brücke und ihrer Baugeschichte verdanken wir dem mit der Ausführung betrauten E. Clark; das reich ausgestattete Werk desselben hat den Titel: „*The Britannia and Conway tubular bridges by Edwin Clark published under the supervision of Robert Stephenson.*“

Die Lage der Brücke war gegeben durch den sogenannten Britanniafelsen, welcher breit genug ist, um einen kräftigen Mittelpfeiler aufnehmen zu können. Das erste Project Stephenson's zeigt zwei Bögen von 350' Spannweite; die Admiralität verlangte aber ein liches Viereck von 460' Weite und 105' Höhe, wodurch die Bogenbrücke wegfiel. Man glaubte zu einer Kette greifen zu müssen und beabsichtigte, die Röhre als Aussteifung der Fahrbahn anzuwenden, indem die Aufhängung in anderer Weise als bei den gewöhnlichen Kettenbrücken gedacht war. — Dieses vorläufige Project der Brittaniabrücke betrachtete Stephenson als unbedingt richtig, falls eine noch grössere Weite zu überspannen wäre; man fand aber durch die schon erwähnten Versuche, dass eine Weite von 460' englisch mit einer schmiedeisernen Röhre, d. h. mit einem geraden Balken ohne Hilfe einer Kette überspannt werden kann und setzte hienach die in Figur 249 ersichtlichen Hauptabmessungen fest, indem die Röhre als ein über sämtliche

Fig. 250.




Oeffnungen fortlaufendes Ganzes construiert, die Continuität über dem Mittelpfeiler aber nicht vollständig hergestellt wurde; die elastische Linie ist daselbst gebrochen, der Winkel, unter welchem beide Kurventheile zusammentreffen, wurde danach bemessen, dass die grössten Angriffsmomente über dem Auflager und innerhalb der freien Weite den grossen Oeffnungen möglichst gleichwerthig wurden. — Dieser bedeutsamen Anwendung der Theorie der elastischen Linie giengen directe Versuche voraus, welche an 36' langen, 1'' dicken hölzernen Stäben angestellt und später durch Messungen an der fertigen Röhre bestätigt wurden. (Zu vergleich N°. 203., wo ähnliche Versuche bei der Droggheda - Boyne - Brücke erwähnt sind.)

Stelle, bei den beiden grossen Oeffnungen aber auf besondern Werkplätzen; die fertigen grossen Röhren wurden sodann zwischen die Pfeiler geflösst und mittelst hydraulischen Pressen gehoben; die Verbindung der einzelnen Röhren geschah unter genauer Beobachtung und Berücksichtigung der Winkel der elastischen Linie, und wurde die Continuität, wie schon erwähnt, über dem Mittelpfeiler nur theilweise hergestellt. Auf diese Weise wurde ein übermässig grosses Angriffsmoment über diesem mittelsten Pfeiler vermieden und hatten die grossen Röhren ihre grösste Anstrengung während des Hebens auszuhalten; bei dem grossen Eigengewicht beträgt nämlich das Angriffsmoment in der Mitte der frei aufliegenden unbelasteten Röhre wesentlich mehr als das grösste Angriffsmoment, welches die belastete Brücke nach Verbindung der 4 Röhren auszuhalten hat.

210. Gleichzeitig mit der Britanniabrücke wurde die Röhrenbrücke von Conway erbaut (1844—1848), welche eine einzige Oeffnung von 125^m Stützweite erhalten hat; dieselbe zeigt auch ziemlich dieselbe Anordnung, welche in Figur 250 für die Britanniabrücke dargestellt ist. — Das Eisengewicht beträgt per laufenden Meter 9270 Kilo und entfallen hievon 58% auf die Blechplatten, 27% auf Winkel- und T-Eisen, 10% auf Deckplatten, 5% auf Nietenköpfe.

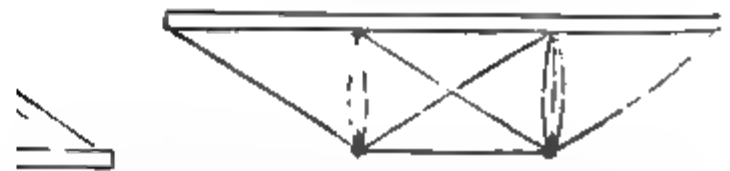
Eine ganz absonderliche Länge zeigt die Victoriabrücke bei Montreal, welche 1852 von Robert Stephenson projectirt und gleichfalls als Röhrenbrücke ausgeführt wurde; dieselbe hat 24 Oeffnungen von je 73,8^m und eine Mittelöffnung von 100,6^m Lichtweite; letztere grössere Röhre soll per laufenden Meter 6000^k wiegen. — Es sind diese Röhren nicht continuirlich, weshalb auch der nur auf Zug in Anspruch genommene Boden mit Blechplatten ohne Längsrippen hergestellt wurde; bei der Decke ist die Zellenform für die grosse Mittelöffnung beibehalten, für die kleineren Röhren aber durch Rippen von T-Eisen ersetzt.

Eine Röhre mit Gitterwänden zeigt die Nogatbrücke bei Marienburg, welche gleichzeitig mit der Dirschauer Weichselbrücke (s. N^o. 198.) erbaut wurde, aber aus fortificatorischen Gründen eine möglichst geringe Höhe erhalten musste. — Boden und Decke dieser Brücke bestehen aus einer einzigen Blechlage, welche durch  förmige Längsrippen verstärkt und ausgesteift ist.

Ueber Hängwerke

Die sogenannten armirten Balken können als Brücken behandelt werden; doch nach der verhältnissmässigen Grösse der Fächer M und S nach den Regeln, welche für die concentrirten Belastungen aufgestellt sind (s. die Gleichungen 170) — 173) bei den Figuren 252 und 253 angegeben, sind aber durchaus nothwendig, sobald

Fig. 253.



der Eintritt. — Die Hängwerke und armirten Balken in den obenstehenden Figuren gehören zu einer Klasse der einfachen unsymmetrischen Hängwerke, deren Strebekräfte nach den Gleichungen 170) — 173) bestimmt werden können, sobald die einzelnen Fächer nach den Gleichungen 170) — 173) bestimmt

sind, d. h. Hängwerke, welche oberhalb des Streckbalkens begrenzt sind, kann

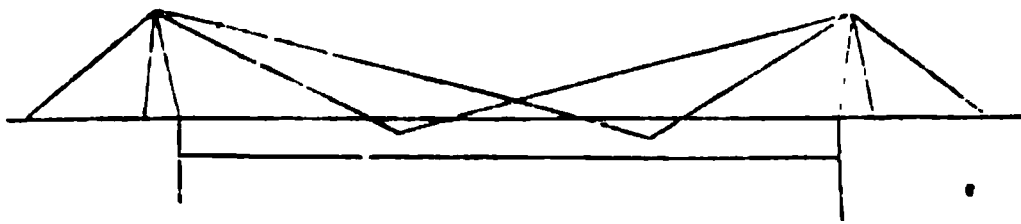
Fig. 254.



konstruieren, wenn man für jede Hängwerksecke ein Längsband anwendet, wie solches in Fig. 254 dargestellt ist; alsdann aber geht die wesentlichste Eigenschaft der Hängbrücken verloren und wir haben eine gewöhnliche Balkenbrücke vor uns; denken wir uns nämlich den Balken durch Spann- oder Ankerketten ersetzt, so fallen die Stützen in Wegfall und erhalten wir die Konstruktion, für welche die Gleichungen 185) — 187) anwendbar sind; die Berechnung geschieht nach den Regeln, welchen die Fahrbahn aufgehängt ist.

als feste Punkte, d. h. als Auflager betrachtet und die nach §. 8 bestimmten Auflagerdrücke nach den gegebenen Kettenrichtungen zerlegt. — Die Berechnung der Auflagerdrücke complicirt sich bei

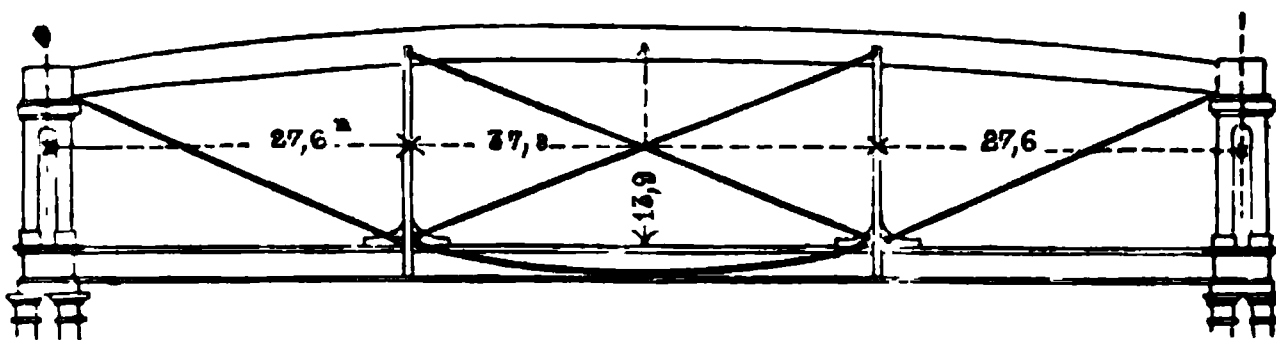
Fig. 255.



Anwendung von continuirlichen Fahrbahnträgern durch die in Folge der Belastung eintretende Senkung der Stützpunkte, wofür die Regeln gleichfalls in §. 9 gegeben sind.

213. Ein Beispiel eines Hängwerkes von grösseren Dimensionen bietet die bekannte Brücke über den Wye bei Chepstow, deren Hauptöffnung in Figur 256 skizzirt ist. Diese Brücke ist von J. K. Brunel unmittelbar nach der Britanniabrücke

Fig. 256.



und zwar ebenfalls ganz aus Schmiedeisen construiert worden. Wie bei der Brücke von Saltash, welche derselbe Brunel einige Jahre später erbaut hat, so besteht auch hier der gedrückte obere Streckbaum aus einer Röhre von (15^{mm} dickem) Kesselblech, wie solches aus der nachstehenden Figur 257 näher ersichtlich ist; die Röhren haben 2,75^m Durchmesser und sind in Entfernungen von 8^m durch starke Ringe ausgesteift. — Das untere Längsband und die Kreuzstreben sind als Ketten construiert; die Fahrbahn ist getragen durch Blechträger von 2,3^m Höhe, deren Blechwände nur 6^{mm} dick sind. Brunel hat über das Gewicht der Brücke folgende Notizen gegeben (s. Clark, Seite 103):

Es wiegt für ein Geleise:

Röhre sammt Stossplatten	127, 5 tons,
Hiezu Bügel über den Pfeilern	7,75 "
Seitenplatten etc. zum Befestigen der Ketten . . .	15,00 "
Dessgleichen für die Diagonalketten	2,25 "
Versteifungsringe in Abständen von 8 Meter . . .	4,25 "
Nietenköpfe etc.	4,75 "
Zusammen	161, 5 tons.

§. 25. Continuirliche Träger über mehrere Oeffnungen.

214. Brücken mit mehreren Oeffnungen erhalten neuerdings vielfach frei aufliegende Träger, wie dies die bei den Fachwerkbrücken gegebenen Beispiele zeigen. — Anderseits werden von den französischen Ingenieuren continuirliche Brücken immer noch mit Vorliebe angewendet und zwar wird häufig eine grössere Zahl von Oeffnungen durch einen zusammenhängenden Träger überbrückt, wie diess das Beispiel der Saanebrücke bei Freiburg zeigt (N^o. **205.**). — Die französischen Schriften über Balkenbrücken geben daher stets auch eingehende Berechnungen der elastischen Linie unter weiterer Ausbildung des in N^o. **21.** und **22.** beschriebenen Verfahrens von Clapeyron.

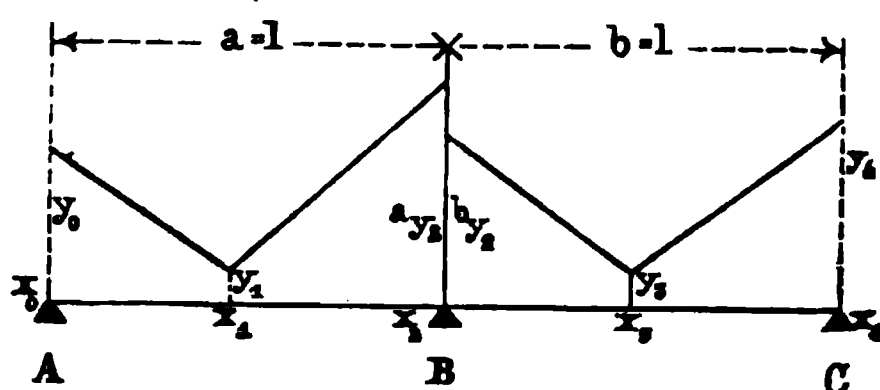
In den „*Annales des Ponts et Chaussées*, Jahrgang 1866“ hat M Renaudot für eine Reihe von Fällen die hauptsächlichsten Werthe der Angriffsmomente M und Vertikalkräfte \mathfrak{B} entwickelt, und wollen wir diejenigen Resultate, welche sich auf vier und fünf gleich grosse Oeffnungen beziehen, in den Tabellen LIX. bis LXI. wiedergeben, theils als Beispiel der dortigen Behandlungsweise, theils der practischen Anwendung wegen, welche bei Gitter- oder Blechwandbrücken sich sehr bequem darbietet.

Bei 4 Oeffnungen lassen sich durch geeignete Betrachtungen auch die äussersten Lagen der Punkte $\mathfrak{B} = 0$ aus den Resultaten der Tabelle LIX. entnehmen; bei 5 Oeffnungen ist diess nicht mehr thunlich. Wo die nachstehenden Tafeln LIX. bis LXI. nicht ausreichen (insbesondere bei abweichender Weite der Aussenöffnungen) kann man jederzeit das in den Nummern **21.** und **22.** angegebene Verfahren von Clapeyron anwenden, welches entsprechend den in den Nummern **74.**, sodann **81.** und **82.** behandelten Fällen auch bei Senkung der Zwischenstützen sich allgemein benützen lässt.

LIX.

4 gleich grossen Spannweiten.

Fig. 259.

Grösste Vertikalkräfte \mathfrak{B} und Auflagerreactionen A, B, C.

$x_0 = 0,000$	$x_1 = 0,3931$	$x_2 = 1$	$x_3 = 0,000$	$x_4 = 0,5361$	$x_5 = 1$		
$\frac{y_0}{pl} = \frac{A}{pl}$	$\frac{y_1}{pl}$	$\frac{ay_2}{pl}$	$\frac{by_2}{pl}$	$\frac{y_3}{pl}$	$\frac{y_4}{pl}$	$\frac{B}{pl}$	$\frac{C}{pl}$
0,3929	0,0000	0,6071	0,5357	0,0000	0,4643	1,1429	0,9286
0,8393	0,0586	1,2277	1,1384	0,0670	1,0357	2,3661	2,0741
0,9509	0,0670	1,3828	1,2891	0,0837	1,1786	2,6716	2,3571
1,0625	0,0804	1,5379	1,4397	0,1004	1,3214	2,9777	2,6429
1,1741	0,0937	1,6931	1,5904	0,1172	1,4643	3,2835	2,9286
1,2857	0,1071	1,8482	1,7411	0,1339	1,6071	3,5893	3,2143
1,5089	0,1339	2,1586	2,0424	0,1647	1,8929	4,2009	3,7857
1,7321	0,1607	2,4688	2,3438	0,2009	2,1786	4,8125	4,3571
2,1786	0,2143	3,0893	2,9464	0,2679	2,7500	6,0357	5,5000
2,6250	0,2679	3,7098	3,5491	0,3349	3,3214	7,2589	6,6429

LX. und LXI.

5 gleich grossen Spannweiten.

Fig. 261.

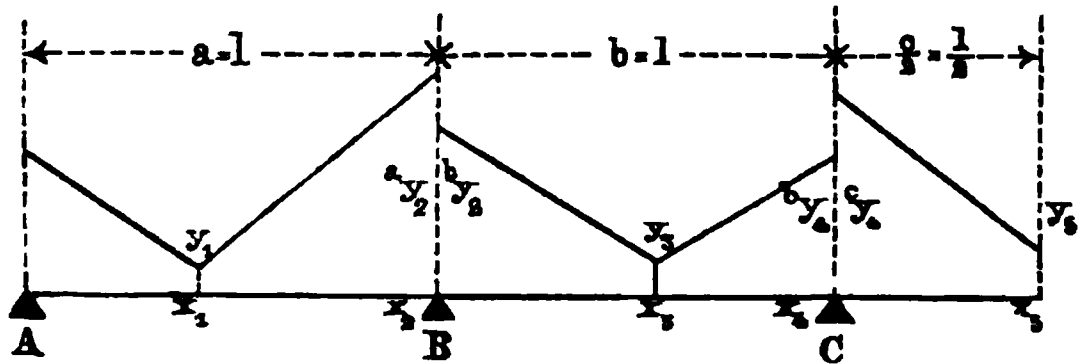


Fig. 260.

$\frac{x_0}{l}$	$\frac{y_0}{p l^2}$	$x_0 = 0,784 l$ $\frac{y_0}{p l^2}$	$x_1 = l$ $\frac{y_1}{p l^2}$	$x_2 = 0,197 l$ $\frac{y_2}{p l^2}$	$x_3 = \frac{l}{2}$ $\frac{y_3}{p l^2}$
0,526	0,0333	0,00 0	0,0789	0,0000	0,0461
0,520	0,1122	0,0423	0,1902	0,0397	0,1316
0,519	0,1320	0,0529	0,2180	0,0496	0,1530
0,518	0,1517	0,0635	0,2458	0,0595	0,1743
0,518	0,1715	0,0740	0,2736	0,0694	0,1957
0,518	0,1913	0,0846	0,3014	0,0793	0,2171
0,517	0,2308	0,1058	0,3571	0,0992	0,2599
0,516	0,2703	0,1269	0,4127	0,1190	0,3026
0,516	0,3756	0,1693	0,5239	0,1587	0,3882
0,515	0,4810	0,2119	0,6253	0,1983	0,4737

B und Auflagerreactionen A, B, C. Fig. 261.

$x_1 = l$ $\frac{by_1}{p l}$	$x_2 = 0$ $\frac{cy_2}{p l}$	$x_3 = \frac{l}{2}$ $\frac{y_3}{p l}$	B $\frac{B}{p l}$	C $\frac{C}{p l}$
0,4737	0,5000	0,0000	0,1316	0,9737
1,0502	1,0909	0,0909	2,3493	2,1411
1,1944	1,2386	0,1136	2,6537	2,4330
1,3385	1,3864	0,1364	2,9581	2,7249
1,4827	1,5341	0,1591	3,2626	3,0167
1,6268	1,6818	0,1818	3,5670	3,3086
1,9151	1,9773	0,2273	4,1758	3,8923
2,2033	2,2727	0,2727	4,7847	4,4761
2,7799	2,8636	0,3636	6,0024	5,6435
3,3565	3,4545	0,4545	7,2201	6,8110

Schwellenträger werden meist als homogene I-förmige Träger angeordnet, für deren Berechnung Tabelle XXIX. mit Vortheil angewendet werden kann, nachdem die einzelnen Angriffsmomente M (welchen die ΣXy numerisch gleich sind) entweder aus den Tabellen XXX. oder nach Maassgabe der Figuren 123, 181 oder 217 bestimmt worden sind.

216. Ueber die in die statische Berechnung einzuführenden Eigengewichte der Eisenbahnbrücken sind in Tab. XVII^a. Angaben gegeben, welche einer grössten Gurtungsspannung von 700 Kilo per Quadratcentimeter entsprechen. Die im Vorstehenden gegebenen Beispiele von ausgeführten Brücken sollen nun hiemit verglichen werden und zwar sind solche Constructionen ausgewählt worden, bei welchen die einzelnen Querschnittdimensionen entsprechend den in Aussicht genommenen Krafteinwirkungen angeordnet sind. Es findet jedoch auch bei diesen rationell construirten Brücken insofern noch eine Verschiedenheit statt, als bei der Berechnung theils abweichende Verkehrslasten, theils verschiedene Maximalspannungen angewendet wurden. In Tabelle LXII. sind daher neben den wirklich vorhandenen — per Meter und Geleise angegebenen — Eisengewichten p' auch stets die zugehörigen variablen (Verkehrs-) Belastungen, sowie die angenommenen Gurtungsspannungen verzeichnet.

Bei den betrachteten Brückenconstructionen war überall das Bestreben, das Material in allen Theilen der Hauptträger mit gleicher Maximalspannung (Pressung) anzustrengen, welche Spannung in der Tabelle als grösste Gurtungsspannung angegeben ist; selbstverständlich ist mit Rücksicht auf thunliche Einfachheit der Construction eine geringere Anstrengung einzelner Theile unvermeidlich, übrigens bei einzelnen der Beispiele mehr als bei andern vorhanden. Die Fahrbahn — Querträger und Schwellenträger in sich begreifend — wird meist auf eine niedrigere Maximalbelastung berechnet, weil diese Brückentheile von den Stössen der Eisenbahnfahrzeuge mehr in Anspruch genommen sind; diese verhältnissmässig geringere Anstrengung der Fahrbahntheile findet bei den meisten in Frage kommenden Brücken in ziemlich ähnlicher Weise statt.

Es ist nach diesen Erläuterungen anzunehmen, dass eine Brücke direct in demselben Maasse schwerer wird, je niedriger die grösste Gurtungsspannung \mathfrak{A} bemessen ist; anderseits wird eine Brücke schwerer, je grösser das Eigengewicht und die Verkehrslast bei der statischen Berechnung angenommen werden.

Um daher die Gewichte der betrachteten Brücken richtig vergleichen zu können, muss in erster Linie das Eisengewicht auf dieselbe grösste Spannung reduzirt werden, für welche wir $\mathfrak{A} = 700$ angenommen und hienach die modifizirten Gewichte p_0' berechnet haben.

LXII.

$p' + k$	$p_0' =$ p' reduziert auf $\mathcal{A} = 700.$	k_a nach Tab. XVII ^a .	$q_a = p'_0$ $+ k_a$	$p'_a =$ Eigen- gewicht p_0' reduziert im Verhältnisse $q_a : (p' + k)$	$k_a + p'_a$
5600	$31,01 + 306$ $= 770$	4750	5520	$30,51 + 300$ $= 757$	5507
5790	$32,31 + 233$ $= 855$	4660	5515	$31,01 + 218$ $= 815$	5475
5860	$34,01 + 470$ $= 1130$	4660	5790	$33,41 + 464$ $= 1112$	5772
6340	$27,01 + 325$ $= 900$	4600	5500	$23,61 + 284$ $= 794$	5394
5548	$25,71 + 330$ $= 982$	4550	5532	$25,71 + 330$ $= 982$	5532
6184	$32,81 + 440$ $= 1550$	4440	5990	$31,71 + 428$ $= 1500$	5940
4980	$24,81 + 330$ $= 1240$	4420	5660	$27,81 + 376$ $= 1405$	5825
8074	$32,41 + 630$ $= 2260$	4230	6490	$25,91 + 504$ $= 1805$	6035
7064	$35,11 + 587$ $= 2490$	4200	6104	$30,01 + 500$ $= 2137$	6337

LXII. (Schluss.)

$p' + k$	$p_0' =$ p' reduzirt auf $\mathfrak{A} = 700.$	k_a nach Tab. XVII ^a .	$q_a = p_0'$ $+ k_a.$	$p_a' =$ Eigen- gewicht p_0' reduzirt im Verhältnisse $q_a : (p' + k)$	$k_a + p_a'$
6100	$31,01 + 360$ $= 2054$	4200	6254	$31,81 + 370$ $= 2116$	6316
5542	$21,81 + 460$ $= 1896$	4000	5896	$23,21 + 490$ $= 2020$	5916
6274	$27,01 + 445$ $= 2274$	7000	6274	$27,01 + 445$ $= 2274$	6274
5740	$26,01 + 290$ $= 2407$	3850	6257	$28,31 + 316$ $= 2620$	6470
5886	$29,11 + 438$ $= 3483$	3700	7183	$35,51 + 534$ $= 4020$	7720
6160	$28,51 + 792$ $= 3780$	3650	7430	$34,21 + 952$ $= 4550$	8200
9909	$89,31 + 1125$ $= 6575$	3834	9909	$89,81 + 1125$ $= 6575$	9909

In zweiter Linie ist eine und dieselbe Verkehrsbelastung zu Grunde zu legen, wesshalb wir für jede Spannweite die in Tabelle XVII^a. angegebene variable Last k bei jeder Brücke beigesetzt und mit k_a bezeichnet haben.

Die Summe der je nach denselben Grundsätzen berechneten Gewichte p_0' , beziehungsweise k_a , ist nun in Vergleichung zu bringen mit den in den vorderen Columnen angegebenen, bei der Projectirung der Brücken zu Grunde gelegten Werthe p' ,

A n h a n g.

Tabelle der trigonometrischen Functionen.

Aus den Bauzeichnungen lässt sich jederzeit tangens oder cotangens der betreffenden Winkel bestimmen; die Tabelle dient alsdann zur Bestimmung der übrigen trigonometrischen Functionen.

Grad.	Min.	sin.	cosin.	tang.	cotang.		
0	0	0,00000	1,00000	0,00000	∞	0	90
	10	0,00291	0,99999	0,00291	343,77371	50	
	20	0,00582	0,99998	0,00582	171,88540	40	
	30	0,00873	0,99996	0,00873	114,58865	30	
	40	0,01164	0,99993	0,01164	85,93979	20	
	50	0,01554	0,99989	0,01455	68,75009	10	
1	0	0,01745	0,99985	0,01746	57,28996	0	89
	10	0,02036	0,99979	0,02036	49,10388	50	
	20	0,02327	0,99973	0,02328	42,96408	40	
	30	0,02618	0,99966	0,02619	38,18846	30	
	40	0,02908	0,99958	0,02910	34,36777	20	
	50	0,03199	0,99949	0,03201	31,24158	10	
2	0	0,03490	0,99939	0,03492	28,63625	0	88
	10	0,03781	0,99929	0,03783	26,43160	50	
	20	0,04071	0,99917	0,04075	24,54176	40	
	30	0,04362	0,99905	0,04366	22,90377	30	
	40	0,04653	0,99892	0,04658	21,47040	20	
	50	0,04943	0,99878	0,04949	20,20555	10	
3	0	0,05234	0,99863	0,05241	19,08114	0	87
	10	0,05524	0,99847	0,05533	18,07498	50	
	20	0,05814	0,99831	0,05824	17,16934	40	
	30	0,06105	0,99813	0,06116	16,34985	30	
	40	0,06395	0,99795	0,06408	15,60478	20	
	50	0,06685	0,99776	0,06700	14,92442	10	
		cosin.	sin.	cotang.	tang.	Min.	Grad.

Grad.	Min.	sin.	cosin.	tang.	cotang.		
11	0	0,19081	0,98163	0,19438	5,14455	0	79
	10	0,19366	0,98107	0,19740	5,06534	50	
	20	0,19652	0,98050	0,20042	4,98950	40	
	30	0,19937	0,97992	0,20345	4,91516	30	
	40	0,20222	0,97934	0,20648	4,84300	20	
	50	0,20507	0,97875	0,20952	4,77286	10	
12	0	0,20791	0,97815	0,21256	4,70464	0	78
	10	0,21076	0,97754	0,21560	4,63825	50	
	20	0,21360	0,97692	0,21864	4,57363	40	
	30	0,21644	0,97630	0,22169	4,51071	30	
	40	0,21928	0,97566	0,22475	4,44942	20	
	50	0,22212	0,97502	0,22781	4,38969	10	
13	0	0,22495	0,97437	0,23087	4,33148	0	77
	10	0,22778	0,97371	0,23393	4,27471	50	
	20	0,23062	0,97304	0,23700	4,21933	40	
	30	0,23345	0,97237	0,24008	4,16530	30	
	40	0,23627	0,97169	0,24316	4,11256	20	
	50	0,23910	0,97100	0,24624	4,06107	10	
14	0	0,24192	0,97030	0,24933	4,01078	0	76
	10	0,24474	0,96959	0,25242	3,96165	50	
	20	0,24756	0,96887	0,25552	3,91364	40	
	30	0,25038	0,96815	0,25862	3,86671	30	
	40	0,25320	0,96742	0,26172	3,82083	20	
	50	0,25601	0,96667	0,26483	3,77595	10	
15	0	0,25882	0,96593	0,26795	3,73203	0	75
	10	0,26163	0,96517	0,27107	3,68909	50	
	20	0,26443	0,96440	0,27419	3,64705	40	
	30	0,26724	0,96363	0,27732	3,60588	30	
	40	0,27004	0,96285	0,28046	3,56557	20	
	50	0,27284	0,96206	0,28360	3,52609	10	
16	0	0,27564	0,96126	0,28675	3,48741	0	74
	10	0,27843	0,96046	0,28990	3,44951	50	
	20	0,28123	0,95964	0,29305	3,41236	40	
	30	0,28402	0,95882	0,29621	3,37594	30	
	40	0,28680	0,95799	0,29938	3,34023	20	
	50	0,28959	0,95715	0,30255	3,30521	10	
17	0	0,29237	0,95639	0,30573	3,27085	0	73
	10	0,29515	0,95545	0,30891	3,23714	50	
	20	0,29793	0,95459	0,31210	3,20406	40	
	30	0,30071	0,95372	0,31530	3,17159	30	
	40	0,30348	0,95284	0,31850	3,13972	20	
	50	0,30625	0,95195	0,32171	3,10842	10	
		cosin.	sin.	cotang.	tang.	Min.	Grad.

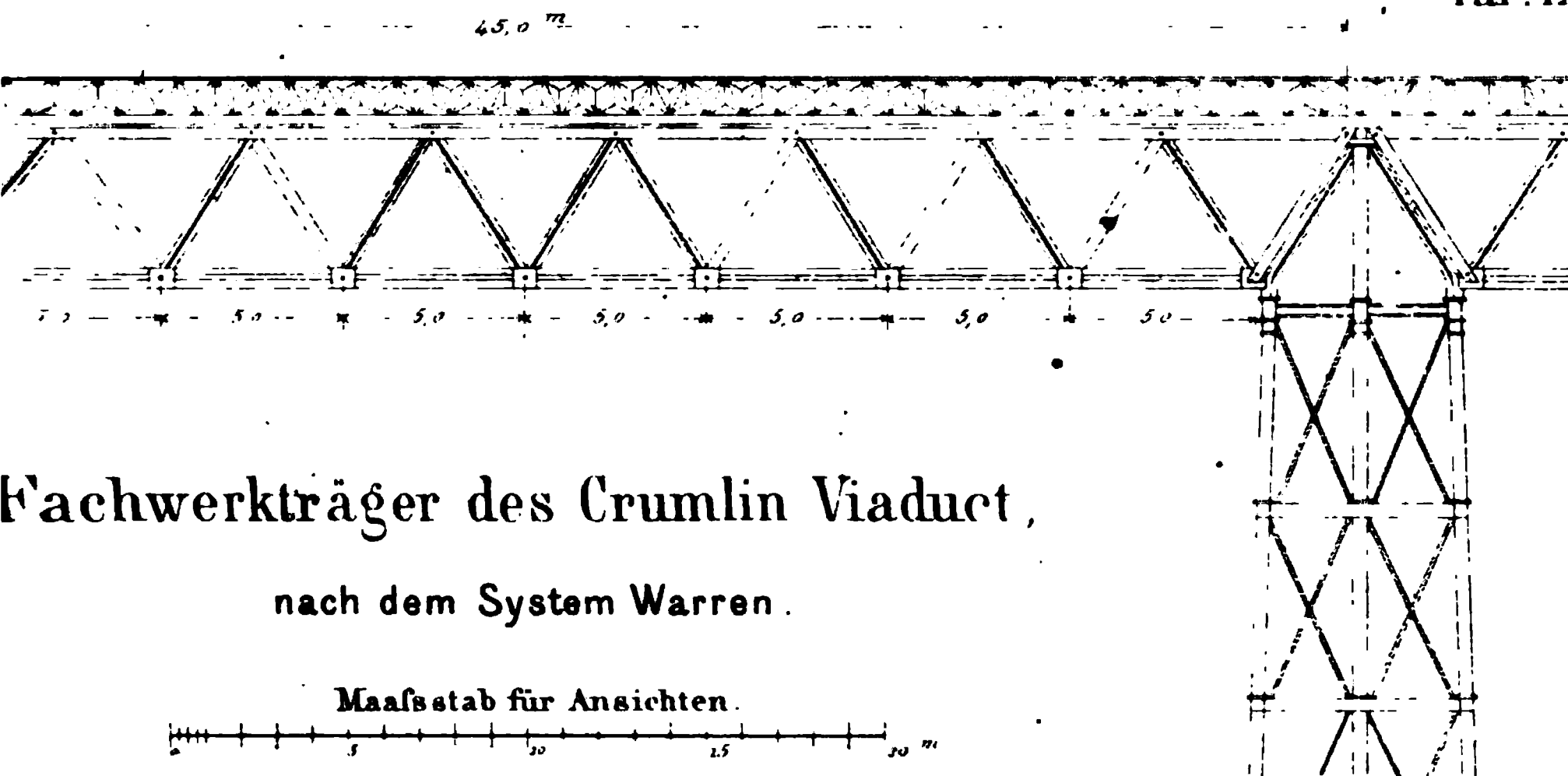
Grad.	Min.	sin.	cosin.	tang.	cotang.		
25	0	0,42262	0,90681	0,46681	2,14451	0	65
	10	0,42525	0,90507	0,46985	2,12832	50	
	20	0,42788	0,90388	0,47341	2,11233	40	
	30	0,43051	0,90259	0,47698	2,09654	30	
	40	0,43313	0,90133	0,48055	2,08094	20	
	50	0,43575	0,90007	0,48414	2,06553	10	
26	0	0,43837	0,89879	0,48773	2,05030	0	64
	10	0,44098	0,89752	0,49134	2,03526	50	
	20	0,44359	0,89623	0,49495	2,02039	40	
	30	0,44620	0,89493	0,49858	2,00569	30	
	40	0,44880	0,89363	0,50222	1,99116	20	
	50	0,45140	0,89232	0,50587	1,97680	10	
27	0	0,45399	0,89101	0,50953	1,96261	0	63
	10	0,45658	0,88968	0,51319	1,94858	50	
	20	0,45917	0,88835	0,51688	1,93470	40	
	30	0,46175	0,88701	0,52057	1,92098	30	
	40	0,46473	0,88566	0,52427	1,90741	20	
	50	0,46690	0,88431	0,52798	1,89400	15	
28	0	0,46947	0,88295	0,53171	1,88073	0	62
	10	0,47204	0,88158	0,53545	1,86760	50	
	20	0,47460	0,88020	0,53920	1,85462	40	
	30	0,47716	0,87882	0,54296	1,84177	30	
	40	0,47971	0,87743	0,54673	1,82906	20	
	50	0,48226	0,87603	0,55051	1,81649	10	
29	0	0,48481	0,87462	0,55431	1,80405	0	61
	10	0,48735	0,87321	0,55812	1,79174	50	
	20	0,48989	0,87178	0,56194	1,77955	40	
	30	0,49242	0,87036	0,56577	1,76749	30	
	40	0,49495	0,86892	0,56962	1,75556	20	
	50	0,49748	0,86748	0,57348	1,74375	10	
30	0	0,50000	0,86603	0,57735	1,73205	0	60
	10	0,50252	0,86457	0,58124	1,72047	50	
	20	0,50503	0,86310	0,58513	1,70901	40	
	30	0,50754	0,86163	0,58904	1,69766	30	
	40	0,51004	0,86015	0,59297	1,68643	20	
	50	0,51254	0,85866	0,59691	1,67530	10	
31	0	0,51504	0,85717	0,60086	1,66428	0	59
	10	0,51753	0,85567	0,60483	1,65337	50	
	20	0,52002	0,85416	0,60881	1,64256	40	
	30	0,52250	0,85264	0,61280	1,63186	30	
	40	0,52498	0,85112	0,61681	1,62125	20	
	50	0,52745	0,84959	0,62083	1,61074	10	
		cosin.	sin.	cotang.	tang.	Min.	Grad.

Grad.	Min.	sin.	cosin.	tang.	cotang.		
39	0	0,62932	0,77715	0,80978	1,23490	0	51
	10	0,63158	0,77531	0,81461	1,22758	50	
	20	0,63383	0,77347	0,81946	1,22031	40	
	30	0,63608	0,77162	0,82434	1,21310	30	
	40	0,63832	0,76977	0,82923	1,20593	20	
	50	0,64056	0,76791	0,83415	1,19882	10	
40	0	0,64279	0,76604	0,83910	1,19175	0	50
	10	0,64501	0,76417	0,84407	1,18474	50	
	20	0,64723	0,76229	0,84906	1,17777	40	
	30	0,64945	0,76041	0,85408	1,17085	30	
	40	0,65196	0,75851	0,85912	1,16398	20	
	50	0,65386	0,75661	0,86419	1,15715	10	
41	0	0,65606	0,75471	0,86929	1,15037	0	49
	10	0,65825	0,75280	0,87441	1,14363	50	
	20	0,66044	0,75088	0,87955	1,13694	40	
	30	0,66262	0,74896	0,88473	1,13029	30	
	40	0,66480	0,74703	0,88992	1,12366	20	
	50	9,66697	0,74509	0,89515	1,11713	10	
42	0	0,66913	0,74314	0,90040	1,11061	0	48
	10	0,67129	0,74120	0,90569	1,10414	50	
	20	0,67344	0,73924	0,91099	1,09770	40	
	30	0,67559	0,73728	0,91633	1,09131	30	
	40	0,67773	0,73531	0,92170	1,08496	20	
	50	0,67987	0,73333	0,92709	1,07864	10	
43	0	0,68200	0,73135	0,93252	1,07237	0	47
	10	0,68412	0,72937	0,93797	1,06613	50	
	20	0,68624	0,72737	0,94345	1,05994	40	
	30	0,68835	0,72537	0,94896	1,05378	30	
	40	0,69046	0,72337	0,95451	1,04766	20	
	50	0,69256	0,72136	0,96008	1,04158	10	
44	0	0,69466	0,71934	0,96569	1,03553	0	46
	10	0,69675	0,71732	0,97133	1,02952	50	
	20	0,69883	0,71529	0,97700	1,02355	40	
	30	0,70091	0,71325	0,98270	1,01761	30	
	40	0,70298	0,71121	0,98843	1,01170	20	
	50	0,70505	0,70916	0,99420	1,00583	10	
45	0	0,70711	0,70711	1,00000	1,00000	0	45
		cosin.	sin.	cotang.	tang.	Min.	Grad.

Druckfehler und Berichtigungen des zweiten Theils.

Seite 5 in Fig. 129 lies $\mathfrak{M}_x = \frac{q l^3}{8} - \frac{q x^3}{2}$ (anstatt $= \frac{q l}{8} - \frac{q x_1^3}{2}$)

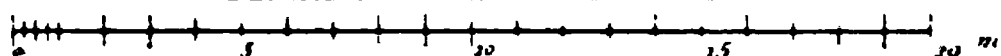
- „ 8, Zeile 5 von unten lies Figur 130^b anstatt 103^b.
 - „ 19, „ 12 „ oben „ Facheintheilung anstatt Facheinheit.
 - „ 20 sind die Gleichungen 185) und 186) mit 186), beziehungsweise 187) zu bezeichnen; in denselben Gleichungen ist anstatt \mathfrak{M} zu setzen \mathfrak{M}' .
 - „ 25, Zeile 4 von oben lies beistehender anstatt bestehender.
 - „ 27, Zeile 12 von oben lies Nummerzahl anstatt Nummernzahl.
 - „ 32, Zeile 22 und 28 von unten lies ω_n anstatt ω_u .
 - „ 41 in der Vertikalcolumne (2) lies 500 anstatt 250.
 - „ 51, Zeile 4 von oben lies $\max \mathfrak{B}'_{1/2} = \frac{1}{2} \frac{kl}{8} = \frac{5440 \times 50,2}{2 \cdot 8}$
 - „ 60 in Figur 179 ist statt 4,63 zu setzen: 63,4.
 - „ 60, Zeile 9 von unten lies 280,3 anstatt 28,3.
 - „ 64 in Figur 182 lies $x_{71/2}$ anstatt $x_{91/2}$.
 - „ 66, Zeile 22 von oben lies Figur 182 anstatt 128.
 - „ 74, „ 17 „ „ 231) anstatt 230.
 - „ 74, „ 22 „ „ 232) „ 231.
 - „ 77 in Gleichung 238) ist zwei Mal anstatt U zu setzen: 2 l.
 - „ 77 „ „ 240) lies $-\frac{q}{2} (l - \frac{1}{2} d)^2$ anstatt $=$
 - „ 77 „ „ 240) „ \mathfrak{M}_{m-1} anstatt \mathfrak{M}_m .
 - „ 77 „ „ 241) „ \mathfrak{M}_m „ \mathfrak{M}_{m-1} .
 - „ 78, Zeile 9 und folgende lies: Die Gleichungen 238) — 241) erleiden, wenn die Last von B nach A geht, nur insoweit eine Aenderung, als für A stets B, für B stets A gesetzt, ferner \mathfrak{M}_m und \mathfrak{M}_{m-1} und ebenso \mathfrak{B}_m und \mathfrak{B}_{m-1} gegeneinander vertauscht werden müssen.
 - „ 80 in Gleichung 248) lies $(tg \beta_m + tg \gamma_{m+1})$.
 - „ 80 „ „ 249) „ $(tg \beta_{m-1} + tg \gamma)$.
 - „ 127, Zeile 26 von unten lies 54,6 anstatt 21,6.
 - „ 136, „ 9 „ „ „ Gitterstäbe anstatt Gitterstärke.
 - „ 140, „ 13 „ oben „ 192 anstatt 191. (Die Nummer 192 auf Seite 141 ist alsdann mit 192^a zu bezeichnen oder ist als Fortsetzung von N^o. 192 zu betrachten.)
 - „ 144, Zeile 2 von unten ist die Nummer 194 zu streichen.
 - „ 154 lies Tabelle LVIII. anstatt LVII.
- In Tafel XV. lies $\frac{1}{2} l = 32,95^m$ anstatt 32,45 m.



Fachwerkträger des Crumlin Viaduct,

nach dem System Warren.

Maassstab für Ansichten.



Maassstab für Details.



Längen-Ansicht am Auflager.

